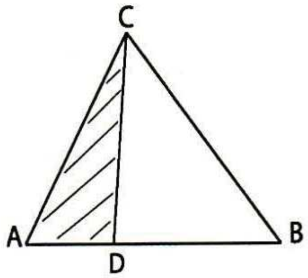
| | | |
|---|---|---|
| | **مبرهنة طالس و تطبيقاتها** | السنة التاسعة |

•ليكن ABC مثلّثا. مهما تكن النّقطة D من المستقيم (AB) مخالفة لـ A فإنّ :
مساحة المثلّث ADC و مساحة المثلّث ABC متناسبان مع AD وAB

$S_1$: مساحة ADC

$S_2$: مساحة ABC

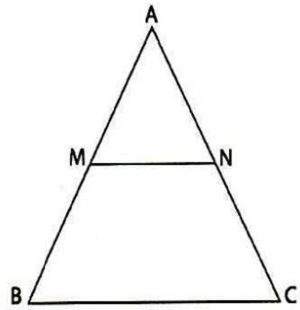



نكتب : $\frac{S_1}{AD}=\frac{S_2}{AB}$ $\quad$ $\frac{AD}{S_1}=\frac{AB}{S_2}$ $\quad$ $\frac{AD}{AB}=\frac{S_1}{S_2}$

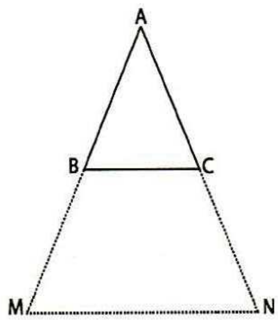
**•مبرهنة طالس في المثلّث:**

ليكن ABC مثلّثا و $M\in(AB)$ و $N\in(AC)$ حيث (MN) // (BC)

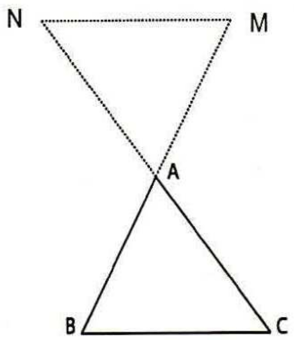
فإنّ $\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$ أو $\frac{BC}{MN}=\frac{AC}{AN}=\frac{AB}{AM}$




M تنتمي إلى [AB]



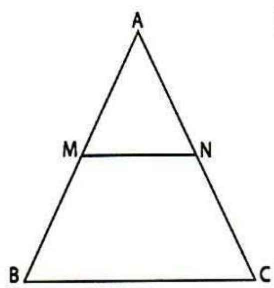

M خارج القطعة [AB]




M خارج القطعة [AB]

**مثال1:**

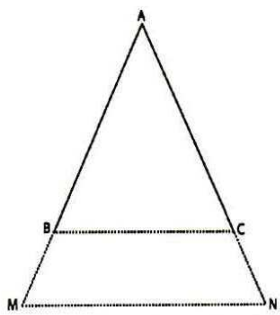
أ)




AM=2 AB=6

AC=4 و (MN) // (BC)

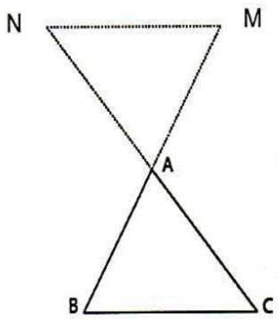
ب)




AC=4 و AB=6 و AM=8

(MN) // (BC)

ج)




AM=1 و AB=6 و AC=4

(MN) // (BC)

احسب AN في كل حالة

**الحالة أ:** (طريقة العمل)

في المثلّث ABC لدينا $M \in [AB]$ و $N \in [AC]$ و (MN) // (BC)

حسب مبرهنة طالس في المثلّث نكتب : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

يعني $\frac{2}{6} = \frac{AN}{4} = \frac{MN}{BC}$

و بالتّالي $AN = \frac{4 \times 2}{6} = \frac{8}{6}$

$\boxed{AN = \frac{4}{3}}$

**الحالة ب:**

في المثلّث ABC

لدينا $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ و (MN) // (BC)

حسب مبرهنة طالس في المثلّث نكتب: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

يعني $\frac{8}{6} = \frac{AN}{4}$

و بالتّالي $AN = \frac{4 \times 8}{6} = \frac{32}{6}$

$\boxed{AN = \frac{16}{3}}$

**الحالة ج:**

في المثلث ABC

لدينا $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ و (MN) // (BC)

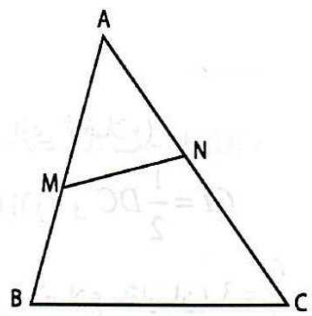
حسب مبرهنة طالس نكتب: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

يعني $\frac{1}{6} = \frac{AN}{4}$

و بالتّالي $AN = \frac{4}{6}$

$\boxed{AN = \frac{2}{3}}$

**<u>مثال 2:</u>**



في هذه الحالة لا يمكن تطبيق مبرهنة طالس في المثلّث لأنّ المستقيمين (MN) و (BC) غير متوازيان.

**ملاحظة:**

تستعمل مبرهنة طالس في المثلّث لحساب الأبعاد إذا أثبت وجود توازي مستقيمين

- **المستقيم الرّابط بين منتصفي ضلعي مثلّث:**

في كلّ مثلّث المستقيم الرّابط بين منتصفي ضلعين يوازي حامل الضّلع الثّالث

أي إذا كان ABC مثلّثا و I منتصف [AB] و J منتصف [AC]

فإنّ (IJ) // (BC) و $IJ=\frac{1}{2}BC$

**ملاحظة:** تستعمل هذه الخاصيّة لنُبيِّنَ توازي في مثلّث إذا أثبت وجود منتصفي ضلعين.

- في كل مثلّث المستقيم المّار من منتصف ضلع ما و الموازي لحامل الضّلع الثّاني يقطع الضّلع الثّالث في منتصفه.

أي إذا كان ABC مثلّثا و M منتصف [AB] و المستقيم يمرّ من M و يوازي (BC)

فإنّ يقطع الضّلع الثّالث [AC] في منتصفه N و $MN=\frac{1}{2}BC$

**ملاحظة:**

تستعمل هذه الخاصية لنبيّن منتصف ضلع ما في مثلّث إذا أثبت وجود منتصف + توازي .

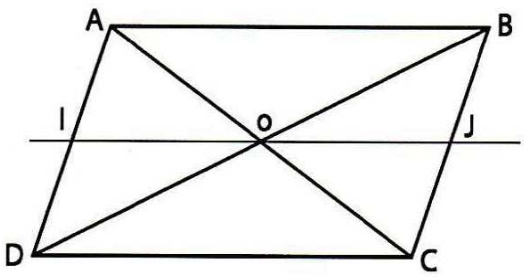
**مثال:** ليكن ABCD متوازي أضلاع مركزه O حيث AB=6cm و AD=4cm و I منتصف [AD]

1)بيّن أنّ: (DC) // (OI) و احسب OI

2)(OI) يقطع الضّلع [BC] في نقطة J

بيّن أنّ J منتصف [BC]

**<u>الإصلاح:</u>**




1)في المثلّث ACD لدينا:

I منتصف [AD] (معطى)

O منتصف [AC] ( لأنّ O مركز متوازي الأضلاع)

إذن حسب مبرهنة طالس (DC) // (OI) و $OI=\frac{1}{2}DC$

(لأنّ كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متقايسان) $OI=\frac{1}{2}AB=\frac{6}{2}=3$

2)في المثلّث CAB :

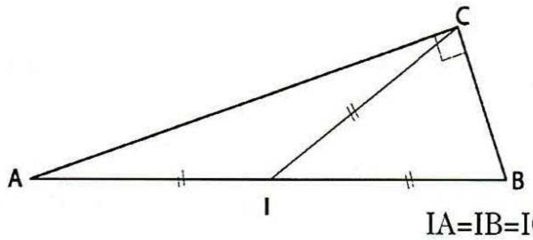
لدينا O منتصف [CA] (معطى)

و (AB) // (IO) لأنّ (OI) // (DC) // (AB)

إذن حسب نظرية طالس،المستقيم (OI) يقطع الضّلع الثّالث [BC] في منتصفه و هو J و $OJ=\frac{1}{2}AB=3$

**• كيف نبيّن مثلّثا قائم الزّاوية؟**

إذا كان منتصف ضلع مثلّث ما متساوي البعد عن رؤوسه الثّلاثة فهو مثلّث قائم وتره الضّلع المذكور



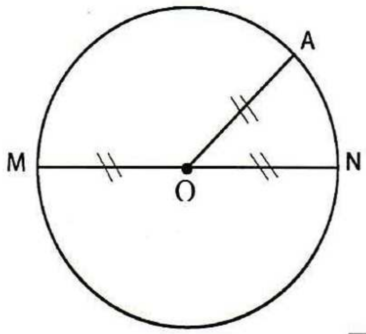

I منتصف [AB] و IA=IB=IC
إذن ABC مثلث قائم وتره [AB] (الضّلع المذكور)

**مثال:**

ارسم دائرة ( ج ) قطرها [MN] و مركزها O حيث MN=6cm ثمّ عيّن نقطة A من الدّائرة ( ج ) مخالفة لـ M و N

بيّن أنّ المثلّث AMN قائم ثمّ استنتج البعد AO

**الإصلاح:**



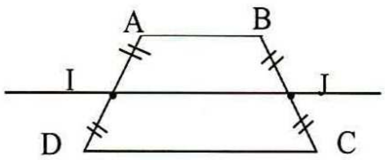

لدينا O منتصف [MN] (لأنّ [MN] قطر الدّائرة) ①

و OA=OM=ON (لأنّ كل منهم يمثّل شعاع ) ②

حسب ① و ② AMN قائم وتره [MN]

و $AO=\frac{MN}{2}=3$

**•تطبيق مبرهنة طالس في شبه المنحرف:**




إذا كان ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]

و I منتصف [AD] و J منتصف [BC]

فإنّ (IJ) // (AB) // (CD) و $IJ=\left(\frac{AB+CD}{2}\right)$

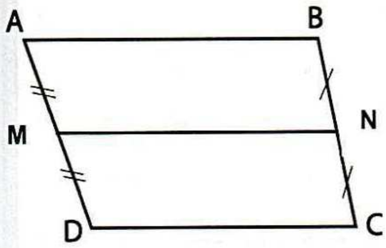
**مثال1:**

ليكن ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD] وحيث M منتصف [AD] و N منتصف [BC].

$AB=\frac{9}{2}cm$ و $CD=\frac{7}{2}cm$

بيّن أنّ (MN) // (AB) ثمّ احسب MN

**الإصلاح:**




لدينا ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]

و M منتصف [AD] و N منتصف [BC]

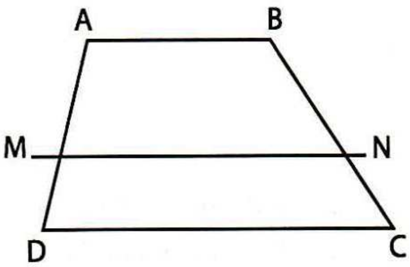
حسب مبرهنة طالس في شبه المنحرف (CD) // (AB) // (MN)

و $MN=\left(\dfrac{AB+CD}{2}\right)$

$$MN=\frac{1}{2}\left(\frac{9}{2}+\frac{7}{2}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{16}{2}$$

$$MN=4$$

**مثال2:**




لاحظ الشّكل التّالي:

في هذه الحالة لا يمكن تطبيق طالس في شبه المنحرف

لأنّه لا يوجد منتصفي ضلعين

**ملاحظة:**

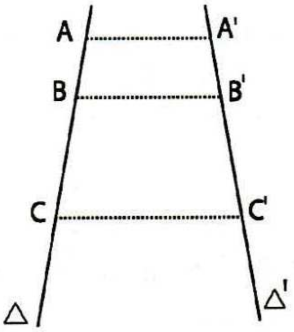
يمكن تطبيق طالس في شبه المنحرف إلاّ في حالة وجود منتصفي ضلعين (ليسا القاعدتين)

**•مبرهنة طالس و المستقيمات المتوازية**

ليكن   و'   مستقيمين و A و Bو C ثلاثة نقاط مختلفة من

إذا كانت' A و' B و' C مساقط كل من A و B و C على '    وفقا لمنحنى مخالف لمنحنى    و لمنحنى'

على التّوالي كما يبيّن الشّكل:

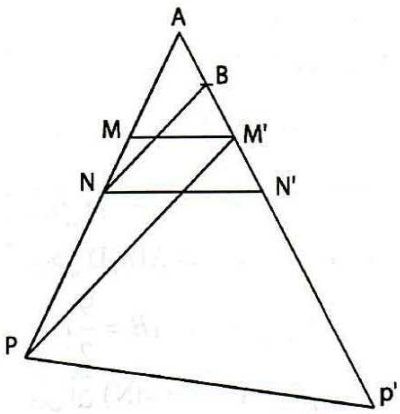



فإنّ ① $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{A'B'}{A'C'}$

② $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}$

يعني AB و AC و BC متناسبة طردا

مع'A' B و 'A' C و 'B' C




**مثال:**

**لاحظ الرّسم التّالي حيث:**

$(BN)\ //\ (PM')$ و $(MM')\ //\ (NN')\ //\ (PP')$

و NP=3cm و MN=1cm و AM=2cm

و AB=1,5cm و N'P' =4cm

احسب'M'N ثمّ 'AM

**الإصلاح:**

حساب M'N'

لدينا $(PP') \,//\, (NN') \,//\, (MM')$

M' و N' و P' مساقط كلّ من M و N و P على (AB) وفقا لمنحى (MM') على التّوالي

فإنّ حسب نظرية طالس في المستقيمات المتوازية :

$$\frac{MN}{M'N'}=\frac{NP}{N'P'} \quad \text{يعني} \quad \frac{1}{M'N'}=\frac{3}{4}$$

إذن $\boxed{MN'=\frac{4}{3}}$

حساب AM'

لدينا (PM') // (BN)

A و B و M' مساقط كلّ من A و N و P على (AB) وفقا لمنحى (NB) على التّوالي

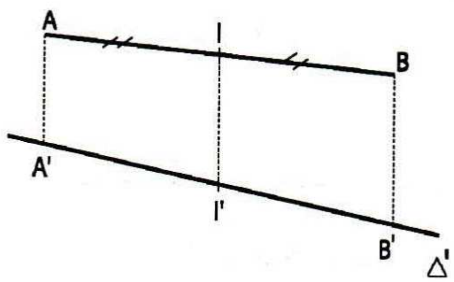
فإنّ حسب نظرية طالس في المستقيمات المتوازية :

$$\frac{AN}{AP}=\frac{AB}{AM'} \quad \text{يعني} \quad \frac{3}{6}=\frac{1,5}{AM'}$$

ومنه $AM'=\frac{6\times 1,5}{3}$

$$\boxed{AM'=3}$$

- **مسقط منتصف قطعة مستقيم**




إذا كانت النّقطتان A' و B' مسقطي A و B

على التّوالي على ' وفقا لمنحى

فإنّ مسقط منتصف [AB] على ' وفقا لمنحى

هو منتصف [A'B']

إذا كانت النّقطة I منتصف [AB] و I' مسقطها على '

فإنّ I' منتصف [A'B'].

**ملاحظة:**

- مسقط منتصف قطعة مستقيم هو منتصف مسقطها
- الإسقاط يحافظ على المنتصف

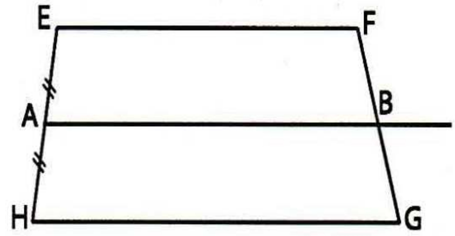
**مثال:**

ليكن EFGH شبه منحرف قاعدتاه [EF] و [HG] و A منتصف [EH]

المستقيم المّار من A و الموازي لـ (HG) يقطع [FG] في نقطة B

بيّن أنّ B منتصف [FG]

**الإصلاح:**




لدينا F و B و G مساقط كلّ من E و A و H على (FG) وفقا لمنحى (HG) على التّوالي

و بما أنّ A منتصف [EH] فإنّ مسقطها B هو منتصف القطعة [FG] لأنّ الإسقاط يحافظ على المنتصف

**•تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة**

كيف نجزّء قطعة مستقيم [AB] إلى أجزاء متقايسة؟

**المراحل:**

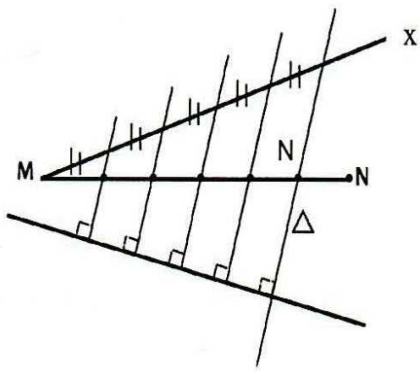
1- بعد رسم قطعة المستقيم [AB] نرسم نصف مستقيم (Ax] غير محتوٍ في المستقيم (AB)

2- نرسم على (Ax] نقاط متتالية ومتساوية البعد بعدد الأجزاء المطلوبة ثمّ نرسم المستقيم المارّ من آخر نقطة على (Ax] و النّقطة B

3- نرسم المستقيمات الموازية لـ و المارّة من النّقاط المعيّنة على (Ax]

هذه المستقيمات الموازية تجزّء قطعة المستقيم [AB] إلى أجزاء متقايسة.

**•مثال:** تجزئة قطعة المستقيم [MN] إلى 5 أجزاء متقاسة




بهذه الطّريقة قمنا بتجزئة قطعة المستقيم [MN] إلى 5 أجزاء متقايسة

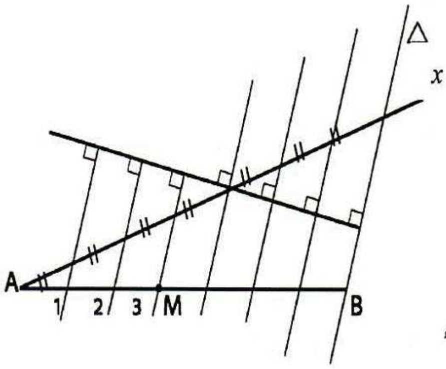
**• تحديد نقطة تقسم قطعة مستقيم حسب نسب معيّنة**

كيف نعيّن النّقطة M من قطعة المستقيم [AB] حيث $AM = \frac{3}{7} AB$

**المراحل:**

1- تجزئة قطعة المستقيم [AB] إلى 7 أجزاء متقايسة

2- نعيّن النّقطة M تبعد عن A ثلاثة أجزاء




M تبعد عن A ثلاثة أجزاء