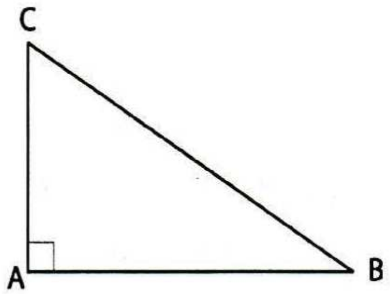
	العلاقات القياسية في المثلث القائم	السنة التاسعة

•نظريّة بيتاغور:

في مثلّث ABC قائم الزّاوية في A

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

(الوتر)^2 = (ضلع قائم)^2 + (ضلع قائم)^2



ملاحظة :

تستعمل نظريّة بيتاغور لحساب أبعاد في مثلّث قائم

__مثال1:__

ABC مثلّث قائم في B حيث AB=5cm و BC=10cm

احسب AC

الإصلاح:

بما أنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية في B

فإنّ حسب نظريّة بيتاغور نكتب :

(الوتر)^2 = (ضلع قائم)^2 + (ضلع قائم)^2

يعني $BA^2 + BC^2 = AC^2$

يعني $5^2 + 10^2 = AC^2$

يعني $AC^2 = 25 + 100$

يعني $AC^2 = 125$

إذن $AC = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

__مثال 2:__

ليكن EFG مثلّث قائم الزّاوية في E

حيث EF=4cm و FG=8cm

احسب EG

الإصلاح:

بما أنّ EFG قائم الزّاوية في E

فإنّ حسب نظريّة بيتاغور نكتب:

$(\text{الوتر})^2 = (\text{ضلع قائم})^2 + (\text{ضلع قائم})^2$

يعني $EF^2 + EG^2 = FG^2$

يعني $4^2 + EG^2 = 8^2$

يعني $16 + EG^2 = 64$

يعني $EG^2 = 64 - 16$

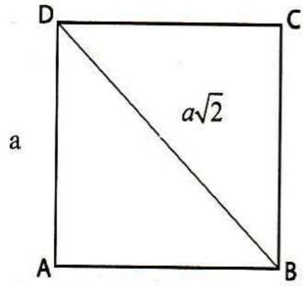
يعني $EG^2 = 48$

إذن $EG = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

• **قيس طول قطر مربّع:**

إذا كان ABCD مربّع طول ضلعه a

فإنّ طول قطره يساوي $\boxed{AC = a\sqrt{2}}$



مثال1:

ليكن ABCD مربّع طول ضلعه $3\sqrt{2}$

احسب AC

الإصلاح:

ABCD مربّع يعني [AC] يمثل قطره

و بالتّالي : $AC = a\sqrt{2}$

يعني $AC = \left(3\sqrt{2}\right) \times \sqrt{2}$

إذن $AC = 6$

مثال2:

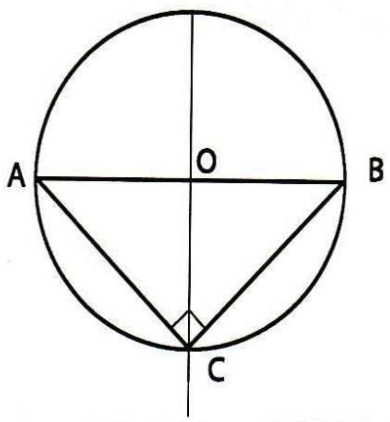
ابن دائرة (ℭ) مركزها O و شعاعها 4صم و [AB] قطرا لها.

الموسّط العمودي لـ [AB] يقطع (ℭ) في نقطتين إحداهما C

1)بيّن أنّ المثلّث ABC قائم و متقايس الضّلعين

2)احسب CA

الإصلاح:



1)المثلّث ABC يقبل الإرتسام في الدّائرة ($\mathscr{C}$) و ضلعه [AB] قطرا لها يعني المثلث ABC قائم و وتره [AB]

- بما أنّ C هي نقطة من الموسّط العمودي لـ [AB]

فإنّ CA=CB

و بالتّالي المثلّث ABC قائم و متقايس الضّلعين في C

2)لدينا ABC قائم و متقايس الضّلعين في C

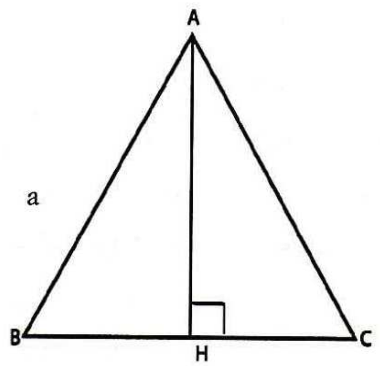
يعني [AB] يمثّل قطر مربّع طول ضلعه AC

و منه $AB=AC\ .\ \sqrt{2}$

يعني $8 = AC \times \sqrt{2}$

يعني $AC=\dfrac{8}{\sqrt{2}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{2}$

إذن $AC=4\sqrt{2}$



•قيس طول الإرتفاع في مثلّث متقايس الأضلاع:

إذا كان ABC مثلّث متقايس الأضلاع

طول ضلعه a و [AH] الإرتفاع الصّادر من A

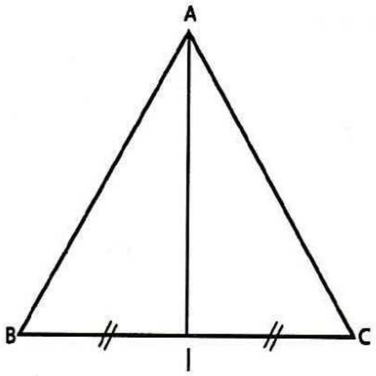
فإنّ $\boxed{AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}$

مثال :

ليكن ABC مثلّث متقايس الأضلاع طول ضلعه $2\sqrt{3}$ و I منتصف [BC]

1)بيّن أنّ [AI] يمثّل إرتفاع في المثلّث ABC

2)احسب AI



الإصلاح:

1)لدينا I منتصف [BC]

يعني IB=IC

و AB=AC (ABC متقايس الأضلاع)

يعني (AI) يمثّل الموسّط العمودي لـ [BC]

و منه [AI] هو الإرتفاع الصّادر من A في المثلّث ABC

2)بما أنّ ABC مثلّث متقايس الأضلاع و [AI] الإرتفاع الصّادر من A

فإنّ $AI=\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$

إذن $AI=\dfrac{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{2}=3$

• عكس نظرية بيتاغور:

إذا كان في مثلّث ABC الثّلاثة أبعاد AB و AC و BC معلومة حيث تحقّق:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

فإنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية وتره [BC]

<u>مثال1:</u>

ليكن ABC مثلّث حيث AB=5cm و $BC=5\sqrt{2}$ cm و $AC=5\sqrt{3}$ cm

بيّن أنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية.

الإصلاح:

لدينا $AB^2 = 5^2 = 25$

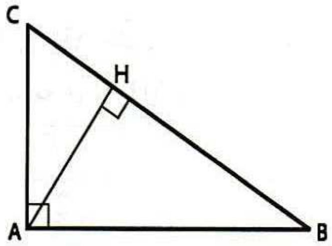
$$BC^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 = 50$$

$$AC^2 = \left(5\sqrt{3}\right)^2 = 75$$

نلاحظ أنّ $AB^2 + BC^2 = 75 = AC^2$

إذن حسب عكس نظريّة بيتاغور نستنتج أنّ المثلّث ABC قائم و وتره [AC]

• العلاقات القياسيّة في المثلّث القائم:



إذا كان ABC مثلّث قائم الزّاوية في A

و [AH] الإرتفاع الصّادر من A فإنّ :

$$\boxed{AH \times BC = AB \times AC}$$

$$\boxed{AH^2 = HB \times HC}$$

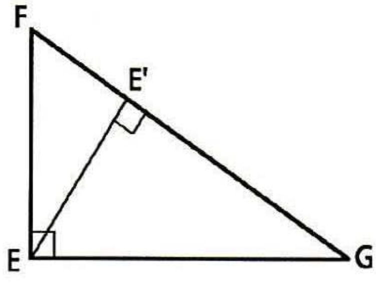
مثال:

ليكن EFG مثلّث قائم في E حيث EF=6cm و EG=8cm و E' المسقط العمودي لـ E على [FG]

1) احسب FG

2) احسب EE'

الإصلاح:



1) حساب FG :

لدينا المثلّث EFG قائم في E

حسب نظريّة بيتاغور نكتب :

$$EG^2 + EF^2 = FG^2$$

يعني $8^2 + 6^2 = FG^2$

يعني $FG^2 = 100$

إذن $FG = 10cm$

2) حساب EE' :

بما أنّ E' المسقط العمودي لـ E على (FG)

فإنّ [EE'] هو الإرتفاع في المثلّث القائم EFG الصّادر من رأس الزّاوية القائمة.