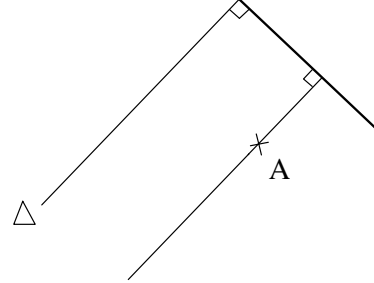


1 المثلثات المتقايسة الزّوايا

رسم مستقيم موازي لمستقيم آخر و مارّ من نقطة:



تطبيق:

ABC مثلث عام، و E منتصف $[AB]$.

- (1) ارسم المستقيم الموازي لـ (BC) و المارّ من E يقطع $[AC]$ في F .
- (2) ارسم المستقيم الموازي لـ (AC) و المارّ من E يقطع $[BC]$ في G .
- (3) بيّن تقايس زوايا المثلثين AEF و FGC .

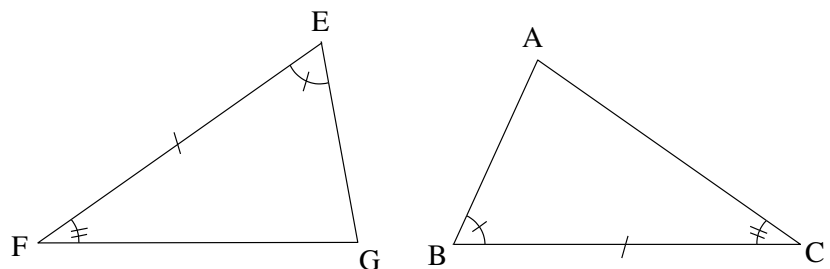
تمرين منزلي:

- $ABCD$ متوازي أضلاع، و E من $[AD]$ ،
 Δ مستقيم مارّ من E يقطع $[AC]$ في F ، و $[BC]$ في G .
 بيّن تقايس زوايا المثلثين AEF و FGC .

2 حالات تقايس المثلثات العامّة

تعريف: مثلثان متقايسان هما مثلثان أضلاعهما متقايسة مثنى مثنى و زواياهما متقايسة مثنى مثنى.

الحالة الأولى: يتقايس مثلثان إذا تقايست زاويتان و الضلع المحصور بينهما في أحدهما مع زاويتين و الضلع المحصور بينهما في المثلث الآخر.



ABC و EFG هما مثلثان متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامّة.

تطبيق:

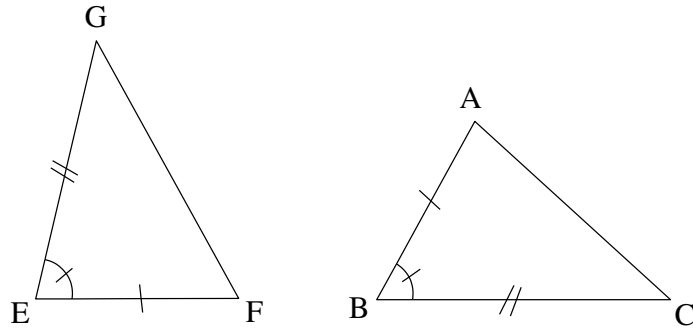
- ABC مثلث قائم في A و I منتصف $[AC]$ ،
المستقيم الموازي لـ (AB) و المارّ من I يقطع $[BC]$ في E ،
المستقيم الموازي لـ (BC) و المارّ من I يقطع $[AB]$ في F .
(1) أ- بيّن أن $\hat{AIF} = \hat{ICE}$.
ب- بيّن أن $\hat{CIE} = 90^\circ$.
(2) أ- بيّن أن المثلث CIE مقياس للمثلث IAF .
ب- قدّم بقية العناصر المتقايسة.

تمرين منزلي:

- ABC مثلث عامّ و I منتصف $[AC]$ ،
الموازي لـ (BC) و المارّ من A يقطع (BI) في D .
(1) بيّن أن $\hat{IAD} = \hat{ICB}$.
(2) بيّن أن $\hat{AID} = \hat{BIC}$.
(3) بيّن تقايس المثلثين IAD و IBC .
(4) قدّم بقية العناصر المتقايسة.

— 3 —

الحالة الثانية: يتقايس مثلثان إذا تقايس ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما في أحدهما مع ضلعين و الزاوية المحصورة بينهما في المثلث الآخر.



ABC و EFG هما مثلثان متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات العامة.

تطبيق:

- $ABCD$ متوازي أضلاع،
و E بحيث B منتصف $[AE]$.
(1) بيّن أن $\hat{DAB} = \hat{CBE}$.
(2) بيّن أن المثلث ABD مقياس للمثلث BEC .

(3) استنتج بقية العناصر المتقايسة.

تمرين منزلي:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

I من $[AD]$ و J من $[BC]$ بحيث $AI = JC$.

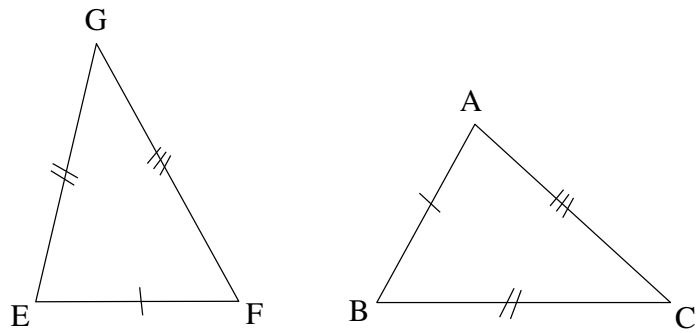
(1) قارن بين المثلثين AIB و JCD .

(2) استنتج بقية العناصر المتقايسة.

(3) استنتج أن $IBJD$ متوازي أضلاع.

4

الحالة الثالثة: يتقايس مثلثان إذا تقايست أضلاعها متى متى.



ABC و EFG هما مثلثان متقايسان حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات العامة.

ملاحظة: لا يتقايس مثلثان زواياهما متقايسة متى متى.

مراجعة: كل نقطة من الوسط العمودي لقطعة مستقيم هي متقايسة البعد عن طرفيها.

تطبيق:

$[AB]$ و Δ وسطها العمودي،

C و D نقطتان من Δ .

(1) بين أن المثلث ACD مقايس للمثلث BCD .

(2) استنتج بقية العناصر المتقايسة.

تمرين منزلي:

$[AB]$ قيس طولها 4 صم،

C الدائرة التي مركزها A و شعاعها 2 صم،

C' الدائرة التي مركزها B و شعاعها 3 صم،

C و C' يتقاطعان في M و N .

(1) قارن بين المثلثين AMB و ANB . استنتج.

١٧ ماذا يمثل $[AB]$ بالنسبة إلى \widehat{MAN} ؟ علّل إجابتك.

5

تألفي:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

M و N نقطتان من $[AC]$ بحيث $AM = CN$.

(1) قارن بين المثلثين ABM و NCD . استنتج.

(2) أ- بيّن أن $\widehat{BMN} = \widehat{MND}$.

ب حدّد مع التعليل الوضعيّة النسبيّة للمستقيمين (BM) و (ND) .

تمرين منزلي:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

O منتصف $[AC]$ و E نقطة من $[AD]$.

(1) (EO) يقطع (BC) في F ،

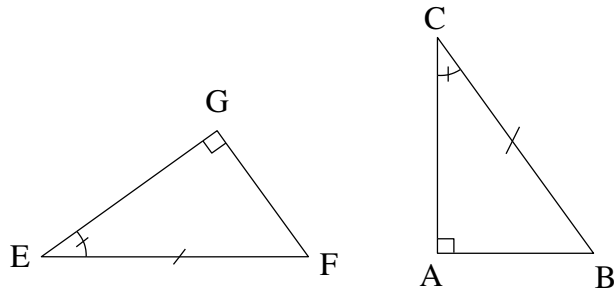
بيّن تقايس المثلثين AEO و OFC . استنتج.

(2) بيّن أن O منتصف $[EF]$.

6

3 حالات تقايس المثلثات القائمة

الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة: يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس الوتر و زاوية حادة في أحدهما مع الوتر و زاوية حادة في المثلث الآخر.



ABC و EFG هما مثلثان متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة.

تطبيق:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

E المسقط العمودي لـ A على (BC) ،

و F المسقط العمودي لـ C على (AD) .

بيّن أن $\widehat{ABE} = \widehat{FDC}$.

(1)

بيّن أنّ المثلث ABE مقياس

(2)

للمثلث CFD .

استنتج بقية العناصر المتقايسة.

(3)

تمرين منزلي:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

$[AM]$ إرتفاع المثلث ABD الصّادر من A ،

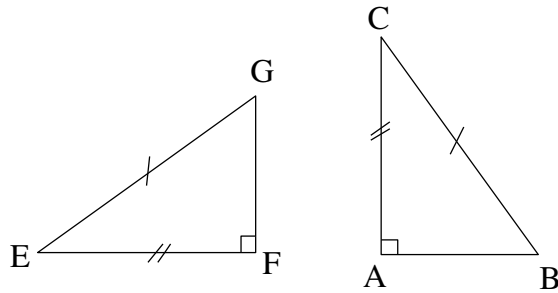
و $[CN]$ إرتفاع المثلث CBD الصّادر من C .

(1) بيّن أنّ $\hat{ABM} = \hat{NDC}$.

(2) قارن بين المثلثين ABM و CND . استنتج.

7

الحالة الثانية لتقايس المثلثات القائمة: يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس الوتر و ضلع قائم في أحدهما مع الوتر و ضلع قائم في المثلث الآخر.



ABC و EFG هما مثلثان متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات القائمة.

تطبيق:

C دائرة مركزها O ،

A و B نقطتان منها بحيث \hat{AOB} زاوية منفرجة،

Δ المماس لـ C في A و Δ' المماس لـ C في B يتقاطعان في M .

(1) بيّن تقايس المثلثين MAO و MBO .

(2) استنتج بقية العناصر المتقايسة.

تمرين منزلي:

ABC مثلث متقايس الضلعين في A .

المستقيم العمودي على (AB) و المارّ من B يقطع المستقيم العمودي على (AC) و المارّ من C في النقطة E .

(1) قارن بين المثلثين ABE و ACE . استنتج.

(2) حدّد مع التعليل منصفات الزوايا في هذا الرسم.

8

4 المثلثات المتقايسة الضلعين

تعريف: المثلث المتقايس الضلعين هو مثلث له ضلعان متقايسان.

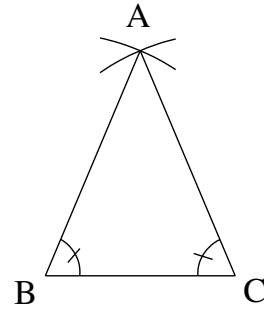
نشاط:

ABC مثلث متقايس الضلعين في A ،

و I منتصف $[BC]$.

بين تقايس المثلثين ABI و AIC . استنتج.

خاصية 1: زاويتا القاعدة في المثلث المتقايس الضلعين هما متقايسان.



\hat{ACB} و \hat{ABC} هما زاويتان متقايسان

تطبيق:

ABC مثلث متقايس الضلعين في A ،

I منتصف $[BC]$ ،

E المسقط العمودي لـ I على $[AB]$ ،

و F المسقط العمودي لـ I على $[AC]$.

(1) بين تقايس المثلثين IEB و IFC . استنتج.

(2) بين أن $AE = AF$. استنتج

تمرين منزلي:

$ABCD$ مربع،

E من $[BC]$ و F من $[DC]$ بحيث $BE = DF$.

(1) قارن بين المثلثين ABE و ADF . استنتج.

(2) حدّد مع التعليل نوع المثلث CEF .

(3) بين أن (AC) هو الوسط العمودي لـ $[EF]$.

9

نشاط:

ABC مثلث متقايس الضلعين في A ،

و $[Ax]$ منتصف $B\hat{A}C$ يقطع $[BC]$ في I .

(1) بين تقايس المثلثين AIB و AIC . استنتج.

(2) بين أن (AI) هو المتوسط العمودي لـ $[BC]$.

خاصية 2: يحمل المتوسط العمودي لقاعدة مثلث متقايس الضلعين: منتصف الزاوية الرئيسية، الإرتفاع الصادر من القمة الرئيسية والمتوسط الصادر من القمة الرئيسية.

تمرين منزلي:

ABC مثلث متقايس الضلعين في A ،

E و F من $[AB]$ و $[AC]$ بحيث $AE = AF$ ،

و I منتصف $[EF]$.

(1) أ- بين أن (AI) هو المتوسط العمودي لـ $[BC]$.

ب استنتج أن $E\hat{A}I = I\hat{A}F$.

(2) أ- بين أن (AI) هو المتوسط العمودي لـ $[BC]$.

ب استنتج أن $(EF) \parallel (BC)$.

— 10 —

نشاط:

ABC مثلث بحيث $A\hat{B}C = A\hat{C}B$.

منتصف $B\hat{A}C$ يقطع $[BC]$ في I .

(1) بين أن $A\hat{I}B = A\hat{I}C$.

(2) بين تقايس المثلثين AIB و AIC .

قاعدة المثلث المتقايس الضلعين: كل مثلث له زاويتان متقايستان هو مثلث متقايس الضلعين.

تطبيق:

$ABCD$ مستطيل،

E و F من $[AD]$ بحيث $AE = DF$.

(1) بين أن $A\hat{E}B = D\hat{F}C$.

(2) (BE) و (CF) يتقاطعان في I ، بين أن IEF مثلث متقايس الضلعين.

(3) بين أن IBC مثلث متقايس الضلعين.

تمرين منزلي:

ABC مثلث متقايس الضلعين في A له زاوية منفرجة،

منتصف $B\hat{A}C$ يقطع $[BC]$ في I .

- (1) بيّن أن $(AI) \perp (BC)$.
- (2) المستقيم العمودي على (BC) و المارّ من C يقطع (AB) في E .
- أ - بيّن أن $(AI) \parallel (CE)$.
- ب بيّن أن ABC مثلث متقايس الضلعين.

— 11

5 المثلثات المتقايسة الأضلاع

تعريف: المثلث المتقايس الأضلاع هو مثلث جميع أضلاعه متقايسة.

خصايّاته:

- جميع زواياه متقايسة و تساوي كلّ واحدة 60° .
- المتوسطات العموديّة لأضلاعه تحمل منصّقات زواياه، إرتفاعاته و متوسطاته.

قواعده:

- كلّ مثلث جميع زواياه متقايسة هو مثلث متقايس الأضلاع.
- كلّ مثلث متقايس الضلعين له زاوية قيسها 60° هو مثلث متقايس الأضلاع.

تمرين منزلي:

- ABC مثلث متقايس الأضلاع،
- E مناظرة A بالنسبة إلى B ،
- و F مناظرة A بالنسبة إلى C .
- بيّن أن AEF مثلث متقايس الأضلاع.

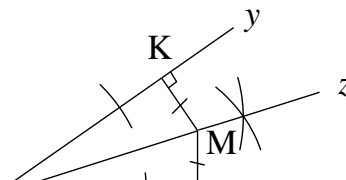
— 12

6 منصّف زاوية

تنشيط:

- $\hat{A}y$ زاوية حادّة و M نقطة من منصّقتها،
- H و K المسقطين العموديين لـ M على (Ax) و (Ay) .
- بيّن تقايس المثلثين AMH و AMK . استنتج.

خاصيّة: كلّ نقطة من منصّف زاوية هي متقايسة البعد عن ضلعيها.



MH و MK هما متقايسان.

تطبيق:

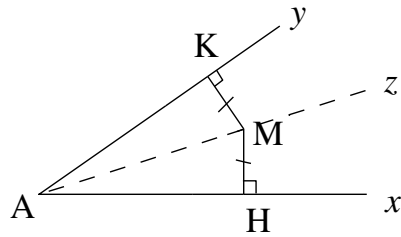
ABC مثلث،

منصفا \widehat{ABC} و \widehat{ACB} يتقاطعان في I .

E ، F و G المساقط العمودية لـ I على (BC) ، (AB) و (AC) .

بيّن أنّ $IE = IF = IG$.

الخاصية العكسية: كل نقطة متقايسة البعد عن ضلعي زاوية هي نقطة من منصفاها.



M هي متقايسة البعد عن $[Ax]$ و $[Ay]$.

تعريف منصّف زاوية: منصّف زاوية هو مجموعة النقاط المتقايسة البعد عن ضلعيها.

تمرين منزلي:

ABC مثلث متقايس الضلعين في A ،

$[CE]$ و $[BF]$ إرتفاعين للمثلث ABC يتقاطعان في M .

(1) بيّن أنّ $\widehat{FBC} = \widehat{ECB}$.

(2) لتكن M نقطة تقاطع $[EC]$ و $[FB]$ ،

أ - بيّن أنّ $ME = MF$.

ب - استنتج أنّ (AM) هو منصّف \widehat{BAC} .