

امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام
دورة 2013

الجمهورية التونسية
وزارة التربية

الضارب: 2

الحصة: ساعتان

الاختبار: الرياضيات

التمرين الأول : (3 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات، إحداهما فقط صحيحة.
أنقل، في كل مرة، على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

(1) العدد $4536a79b$ حيث a و b رقمان، يقبل القسمة على 15 إذا كان :

(أ) $a=5$ و $b=2$ (ب) $a=2$ و $b=0$ (ج) $a=4$ و $b=5$

(2) مقاسات الأحذية التي بيعت بإحدى المغازات في يوم هي : 37 ، 36 ، 38 ، 39 ، 40 ، 41 ، 40 ، 41 ، 39 ، 40 ، 41 ،
موسّط هذه السلسلة الإحصائية لمقاسات الأحذية هو :

(أ) 39 (ب) 39,5 (ج) 40

(3) يحتوي صندوق على 40 كرة كُتب على كل منها ثمنها بالدينار كما يبيّن الجدول التالي :

الثن بالدينار	5	10	15	20
عدد الكرات	12	4	13	11

إذا اخترنا بصفة عشوائية كرة من بين هذه الكرات فإن احتمال أن لا يتجاوز ثمنها 12 دينارا هو :

(أ) 10 % (ب) 16 % (ج) 40 %

التمرين الثاني : (3.5 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين $a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ و $b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(1) (أ) أحسب $a+b$

(ب) بيّن أن b مقلوب العدد a .

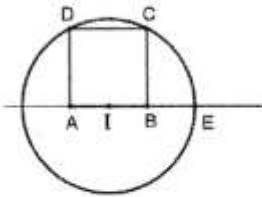
(2) (وحدة قياس الطول هي الصنّمتر).

ABCD مربع بحيث $AB=1$ و I منتصف [AB].

الدائرة التي مركزها I و تمرّ من النقطة C تقطع نصف المستقيم [AB] في نقطة E.

(أ) أحسب البعد IC

(ب) بيّن أن $AE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $BE = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$



التمرين الثالث : (4.5 نقاط)

نعتبر العبارة $A = \frac{1}{3}(3x - 2) + 2x - \frac{7}{3}$ حيث x عدد حقيقي.

(1) أ) بيّن أن $A = 3x - 3$

ب) حلّ في \mathbb{R} المتراجحة $3x - 3 \geq 0$

(2) لتكن العبارة $B = x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$ حيث x عدد حقيقي.

أ) أحسب القيمة العددية للعبارة B في حالة $x = \sqrt{2}$

ب) بيّن أن $B = (x - 1)(x - \sqrt{2})$

(3) أ) بيّن أن $B - A = (x - 1)(x - \sqrt{2} - 3)$

ب) أوجد الأعداد الحقيقية x بحيث $A = B$

التمرين الرابع : (5 نقاط)

(وحدة قياس الطول هي الصنمتر)

أ و B نقطتان من المستوي حيث $AB = 6$ و O منتصف قطعة المستقيم [AB].

C نقطة من الموسط العمودي لقطعة المستقيم [AB] حيث $OC = 3$.

D مناظرة A بالنسبة إلى النقطة C و G نقطة تقاطع المستقيمين (BC) و (OD).

(1) بيّن أن G مركز ثقل المثلث ABD.

(2) المستقيم (AG) يقطع [BD] في النقطة E.

أ) بيّن أن E منتصف [BD].

ب) بيّن أن المستقيمين (AB) و (BD) متعامدان وأن $BD = 6$.

ج) بيّن أن $AE = 3\sqrt{5}$ ثم أحسب AG.

(3) أ) بيّن أن OEDC متوازي الأضلاع واستنتج أن (OG) حامل لإحدى موسطات المثلث OEC.

ب) بيّن أن OECA متوازي الأضلاع. ماذا يمثل (EG) بالنسبة إلى المثلث OEC ؟

ج) بيّن أن G مركز ثقل المثلث OEC.

التمرين الخامس : (4 نقاط)

(وحدة قياس الطول هي الصنمتر)

يمثل الرسم المصاحب هرمًا SABCD حيث ABCD مربع و $AB = 2\sqrt{2}$.

المستقيم (SA) عمودي على المستقيمين (AB) و (AD) و $SA = 2\sqrt{5}$.

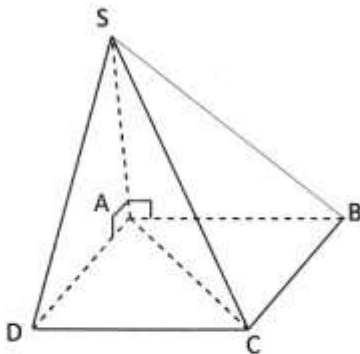
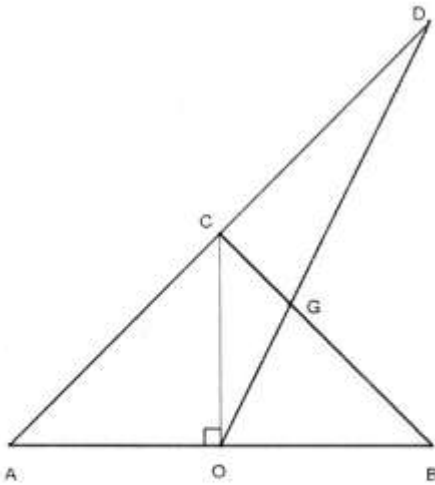
(1) أ) بيّن أن المستقيم (SA) عمودي على المستوي (ABD).

ب) استنتج أن المثلث SAC قائم الزاوية.

(2) أ) أحسب البعد AC.

ب) بيّن أن $SC = 6$.

(3) لتكن E منتصف [SC]. أحسب البعد AE.



اصلاح امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام لدورة 2013 في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

(1) ← ب	(2) ← أ	(3) ← ج
---------	---------	---------

التمرين الثاني:

$$a+b = \frac{\sqrt{5}+1}{2} + \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1+\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} \quad (1) \text{ أ-}$$

$$\boxed{a+b = \sqrt{5}} \text{ إذن:}$$

$$a \times b = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right) \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) = \frac{(\sqrt{5}+1) \times (\sqrt{5}-1)}{2 \times 2} = \frac{\sqrt{5}^2 - 1^2}{4} = \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ ب- بما أن:}$$

فإن: b هو مقلوب العدد a .

(2) أ- بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث IBC القائم في B ، فإن: $IC^2 = IB^2 + BC^2$ حيث $IB = \frac{AB}{2}$ لأن I منتصف $[AB]$.

$$\text{إذن: } IC^2 = \left(\frac{AB}{2} \right)^2 + BC^2 \text{ يعني } IC^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 1^2 \text{ يعني } IC^2 = \frac{1}{4} + 1 \text{ يعني } IC^2 = \frac{5}{4}$$

$$\boxed{IC = \frac{\sqrt{5}}{2}} \text{ يعني } IC = \sqrt{\frac{5}{4}} \text{ و منه:}$$

ب- بما أن: $IE = IC$ (يمثلان شعاعي الدائرة)

و: $IB = IA = \frac{AB}{2}$ لأن I منتصف $[AB]$.

$$\text{فإن: } AE = IA + IE \text{ يعني } AE = \frac{AB}{2} + IC \text{ يعني } AE = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ يعني } \boxed{AE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

$$\text{و: } BE = IE - IB \text{ يعني } BE = IC - \frac{AB}{2} \text{ يعني } BE = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} \text{ يعني } \boxed{BE = \frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$

التمرين الثالث:

$$A = \frac{1}{3}(3x - 2) + 2x - \frac{7}{3} = \frac{1}{3} \times 3x - \frac{1}{3} \times 2 + 2x - \frac{7}{3} \quad (1) \text{ أ-}$$

$$= x - \frac{2}{3} + 2x - \frac{7}{3}$$

$$= 3x - \frac{9}{3} = 3x - 3$$

$$\boxed{A = 3x - 3} \text{ إذن:}$$

$$3x - 3 \geq 0 \text{ يعني } 3x \geq 3 \text{ يعني } x \geq \frac{3}{3} \text{ يعني } x \geq 1 \text{ و بالتالي: } S_{\mathbb{R}} = [1, +\infty[\quad \text{ب-}$$

$$B = \sqrt{2}^2 - (1 + \sqrt{2}) \times \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 - 1 \times \sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} \text{ فإن } x = \sqrt{2} \text{ ، في حالة (2) أ-}$$

$$= 2 - \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} = 0$$

$$B = (x - 1)(x - \sqrt{2}) = x \times x - x \times \sqrt{2} - 1 \times x + 1 \times \sqrt{2} \quad \text{ب-}$$

$$= x^2 - \sqrt{2}x - x + \sqrt{2}$$

$$= x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}$$

$$\boxed{B = (x - 1)(x - \sqrt{2})} \text{ إذن:}$$

$$B - A = (x - 1)(x - \sqrt{2}) - (3x - 3) = (x - 1)(x - \sqrt{2}) - 3(x - 1) \quad (3) \text{ أ-}$$

$$= (x - 1)(x - \sqrt{2} - 3)$$

$$x - \sqrt{2} - 3 = 0 \text{ أو } x - 1 = 0 \text{ يعني } (x - 1)(x - \sqrt{2} - 3) = 0 \text{ يعني } A - B = 0 \text{ يعني } A = B \quad \text{ب-}$$

$$\boxed{x = \sqrt{2} + 3} \text{ أو } \boxed{x = 1} \text{ يعني}$$

التمرين الرابع:

(1) لدينا في المثلث ABD:

✓ C منتصف [AD] يعني [BC] موسّطاً للمثلث ABD (لأنّ A و D متناظران بالنسبة إلى C).

✓ O منتصف [AB] يعني [DO] موسّطاً للمثلث ABD .

و بما أنّ [BC] و [OD] يتقاطعان في نقطة G ، فإنّ G تمثّل مركز ثقل المثلث ABD .

(2) أ- بما أنّ G مركز ثقل المثلث ABD ، فإنّ [AG] موسّطاً للمثلث ABD يعني المستقيم (AG) يقطع الضلع [BD] في منتصفه،

و بالتّالي : E منتصف [BD] .

ب-

❖ لدينا: $CA=CD$ لأنّ C منتصف [AD] ؛ و : $CA=CB$ لأنّ C نقطة من الموسّط العمودي للقطعة [AB] .

مما يعني أنّ: $CA=CD=CB$ و بما أنّ C منتصف [AD] ، فإنّ ABD مثلث قائم الزاوية في B .

و منه : $(AB) \perp (BD)$

❖ لدينا في المثلث O : ABD و C منتصف [AB] و [AD] على التّوالي.

إذن: $OC = \frac{1}{2} \times BD$ يعني $BD = 2 \times OC$ يعني $BD = 2 \times 3 = 6$ و بالتّالي: $BD = 6 \text{ cm}$

ج-

❖ حساب البعد AE:

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث ABE القائم في B ، فإنّ: $AE^2 = AB^2 + BE^2$

يعني $AE^2 = 6^2 + 3^2$ يعني $AE^2 = 36 + 9$ يعني $AE^2 = 45$

إذن: $AE = \sqrt{45} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ و منه : $AE = 3\sqrt{5}$

❖ حساب البعد AG:

بما أنّ G مركز ثقل المثلث ABD ، فإنّ : $AG = \frac{2}{3} \times AE$ يعني : $AG = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{5}$

إذن: $AG = 2\sqrt{5}$

❖ لدينا: $DE = \frac{BD}{2} = 3 \text{ cm}$ لأن E منتصف [BD] ، يعني $OC=DE$ (نتيجة 1)

و لدينا : $(OC) // (BD)$ لأنهما عموديان على نفس المستقيم (AB) ، يعني $(OC) // (DE)$ (نتيجة 2)

إذن حسب (نتيجة 1) و (نتيجة 2) نستنتج أن الضلعين المتقابلين للرباعي OECD متقايسين و متوازيين .

يعني OECD متوازي أضلاع.

❖ بما أن OECD متوازي أضلاع ، فإن قطراه يتقاطعان في منتصفيهما يعني [OD] يقطع [CE] في منتصفه،

و بما أن G نقطة من المستقيم (OD) فإن (OG) يقطع الضلع [CE] في منتصفه،

و بالتالي : (OG) حامل لإحدى متوسطات المثلث OEC .

ب-

❖ لدينا في المثلث ABD:

✓ C منتصف [AD] .

✓ E منتصف [BD] .

إذن: $(CE) // (AB)$ و $CE = \frac{AB}{2}$ و منه : $(CE) // (AO)$ و $CE=AO$ يعني OECA متوازي أضلاع.

❖ بما أن OECA متوازي أضلاع ، فإن قطراه يتقاطعان في منتصفيهما يعني [AE] يقطع [OC] في منتصفه،

و بما أن G نقطة من المستقيم (AE) فإن (EG) يقطع الضلع [OC] في منتصفه،

و بالتالي : (EG) حامل لإحدى متوسطات المثلث OEC .

ج- بما أن G نقطة تقاطع المستقيمين (OG) و (EG) حاملتي متوسطي المثلث OEC ، فإن G تمثل مركز ثقل المثلث ABD .

التمرين الخامس:

(1) أ- بما أنّ : المستقيم (SA) عمودي على (AB) و (AD) على التوالي في النقطة A، وهما مستقيمين من المستوي (ABD).

$$\boxed{(SA) \perp (ABD)} \text{ فإن:}$$

ب- بما أنّ المستقيم (SA) عمودي على المستوي (ABD) في النقطة A ، فإنّ كلّ مستقيم محتو في المستوي (ABD) و مارّ من A يكون عمودياً على (SA) و منه : $(SA) \perp (AC)$ يعني SAC مثلث قائم الزاوية في A .

(2) أ- بما أنّ ABCD مربع طول ضلعه $2\sqrt{2}$ ، فإنّ : $AC = \sqrt{2} \times AB = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4 \text{ cm}$ ، و بالتالي : $\boxed{AC=4 \text{ cm}}$

ب- بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث SAC القائم في A ، فإنّ : $SC^2 = AC^2 + AS^2$ يعني $SC^2 = 4^2 + (2\sqrt{5})^2$

$$\boxed{SC=6 \text{ cm}} \text{ يعني } SC^2 = 16 + 20 = 36 \text{ يعني } SC = \sqrt{36} = 6 \text{ cm} \text{ ، و بالتالي:}$$

(3) بما أنّ SAC مثلث قائم الزاوية في A فإنّ منتصف وتره [SC] متساوي البعد عن رؤوسه الثلاثة ،

و بما أنّ E منتصف الوتر [SC] فإنّ $AE = ES = EC = \frac{SC}{2}$ يعني $AE = \frac{6}{2} = 3$ و بالتالي $\boxed{AE=3 \text{ cm}}$