Mr Aymen Salhi
Education en ligne
tel:53080851

Classe ; 1er Année
Matiere ; Math
fb;ETUDE MATH-chbedda

Exercice N° 1

I) Répondre par vrai ou faux

1) $(5x+2)(x+1)>0$ équivaut à $(5x+2>0$ et $x+1>0)$. Faux

$(-)$ $(-)$
$(+)$ $(+)$

$(5x+2)(x+1)>0 \Leftrightarrow$ $5x+2$ et $x+1$ de même signe

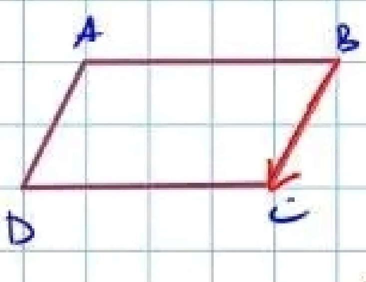
2) $(x-5)^2>0$ équivaut à $(x-5>0$ ou $x-5<0)$ Vrai

$(x-5)^2 \Rightarrow \sqrt{(x-5)^2} = |x-5|$

$|x-5| = x-5$ si $x-5 \geq 0$ ou $|x-5| = -(x-5)$ si $x-5<0$

1) Si ABCD est un parallélogramme alors $t_{\overrightarrow{BC}}((AD))$ est égal

a- (AB) b- (CB) c- (AD)



$t_{\overrightarrow{BC}}(AD) = AD$

Mr Aymen Salhi
Education en ligne
tel:53080851

2) Soit la fonction linéaire f définie par : $f(x) = \frac{1}{5}x$. L'antécédent de 5 par f est :

a- 25 b- 1 c- $\frac{1}{25}$

$f(x) = 5 \iff \frac{1}{5}x = 5$

$x = \frac{5}{\frac{1}{5}} \iff x = 5 \times 5$

$x = 25$

Exercice N° 2

I) Résoudre dans $\mathbb{R}$

a- $x - \frac{x+1}{2} = 3 - \frac{x-1}{4}$ b- $(2-x)^2 - 1 = 0$

c- $|2x+1| + |6x+3| = 0$ d- $\sqrt{x^2+1} = |x-1|$

a) $\frac{2x - (x+1)}{2} = \frac{12 - (x-1)}{4}$

$4\left[2x - (x+1)\right] = 2 \times \left[12 - (x-1)\right]$

$4(2x - x - 1) = 2(12 - x + 1)$

$4(x-1) = 2(13 \; 2x)$

$4x - 4 = 26 - 2x$

$4x + 2x = 26 + 4$

$6x = 30 \iff x = \frac{30}{6}$

$x = 5$

$S_{\mathbb{R}} = \{5\}$

b- $(2-x)^2 - 1 = 0 \iff (2-x)^2 - 1^2 = [(2-x)-1] \cdot [(2-x)+1] = 0$

$= (1-x)(3-x) = 0$

$1 - x = 0$ ou $3 - x = 0$

$x = 1$ ou $x = 3$

$S_{\mathbb{R}} = \{1, 3\}$

c- $\underbrace{|2x+1|}_{\text{positif}} + \underbrace{|6x+3|}_{\text{positif}} = 0$

$a^2 + b^2 = 0$
$a = 0$ et $b = 0$

$2x + 1 = 0$ et $6x + 3 = 0$

$2x = -1$ | $6x = -3$

$x = -\frac{1}{2}$ | $x = -\frac{3}{6}$

$x = -\frac{1}{2}$

$S_{\mathbb{R}} = \{-\frac{1}{2}\}$

Mr Aymen Salhi
Education en ligne
tel:53080851

d- $\sqrt{x^2+1} = |x-1|$

$\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2 = (x-1)^2 \Leftrightarrow x^2+1 = x^2-2x+1$

$\cancel{x^2} - 2x + \cancel{1} - \cancel{x^2} - \cancel{1} = 0$

$-2x = 0$

$x = 0$

$\cancel{\sqrt{a^2+b^2} = a+b}$

$S_{\mathbb{R}} = \{0\}$

II) Soit $A(x) = x^3 + 2\sqrt{2} - (x+\sqrt{2})(x^2-1)$

1) Montrer que $A(x) = (x+\sqrt{2})(-\sqrt{2}x+3)$

$$\boxed{\begin{array}{l} a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2) \\ x^3+(\sqrt{2})^3 = (x+\sqrt{2})(x^2-x\sqrt{2}+2) \end{array}}$$

$A(x) = x^3 + (\sqrt{2})^3 - (x+\sqrt{2})(x^2-1)$

$A(x) = (x+\sqrt{2})(x^2-x\sqrt{2}+2) - (x+\sqrt{2})(x^2-1)$

$A(x) = (x+\sqrt{2})\left[\cancel{x^2} - x\sqrt{2} + 2 - \cancel{x^2} + 1\right]$

$A(x) = (x+\sqrt{2})(3-x\sqrt{2})$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ a- $A(x)=0$ b- $A(x)\leqslant 0$ c- $|A(x)|=A(x)$

$A(x)=0 \Leftrightarrow (x+\sqrt{2})\times(3-x\sqrt{2})=0$

$x+\sqrt{2}=0$ ou $3-x\sqrt{2}=0$

$x=-\sqrt{2}$

$x=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\sqrt{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}$

$A(x)\leqslant 0$

$(x+\sqrt{2})\times(3-x\sqrt{2})\leqslant 0$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
$x+\sqrt{2}$	$-$	0	$+$		$+$
$3-x\sqrt{2}$	$+$		$+$	0	$-$
produit	$-$		$+$		$-$

$S_{\mathbb{R}}=\left]-\infty,-\sqrt{2}\right]\cup\left[\frac{3\sqrt{2}}{2},+\infty\right[$

$|A(x)|=A(x) \Leftrightarrow A(x)\geqslant 0$

$S_{\mathbb{R}}=\left[-\sqrt{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right]$

3) Déduire le signe de $A(1)$

on a $1\in\left[-\sqrt{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right]$ alors $A(1)>0$

Mr Aymen Salhi
Education en ligne
tel:53080851

Exercice N° 3

Soit la fonction linéaire f définie par $f(x)=\frac{4}{3}x$

1) Calculer les images par f des réels -3 et $3\sqrt{2}$.

$f(x) = \frac{4}{3}x$

$f(-3) = \frac{4}{3}\cdot(-3) = -4$

$f(3\sqrt{2}) = \frac{4}{3}\cdot(3\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$

2) Calculer les antécédents par f des réels $-\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$.

$f(x) = -\frac{2}{3} \iff \frac{4}{3}x = \frac{-2}{3}$

$\iff x = \dfrac{\frac{-2}{3}}{\frac{4}{3}}$

$\iff x = \frac{-2}{3} \times \frac{3}{4}$

$x = -\frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{3}{4} \iff \frac{4}{3}x = \frac{3}{4}$

$x = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{4}{3}}$

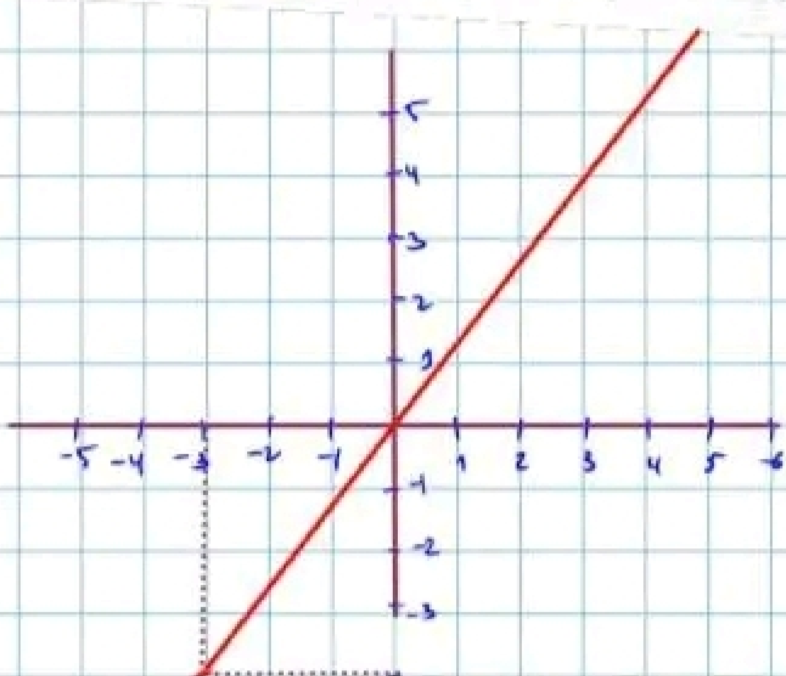
$x = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$

$x = \frac{9}{16}$

Mr Aymen Salhi
Education en ligne
tel:53080851

Classe : 1er Année
Matiere : Math
fb:ETUDE MATH-chbedda

3) Tracer la représentation graphique Δ de f dans un repère (O,I,J)



on a $f(-3) = -4$
$f(0) = 0$

4) Soient les points $E\left(x, -\frac{1}{2}\right)$ et $F(2,y)$. Déterminer x et y tels que E et F appartiennent à Δ

$E \in D \iff f(x) = \frac{-1}{2}$

$\frac{4}{3}x = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{-1/2}{4/3} \iff x = -\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$

$x = \frac{-3}{8}$

$F \in D \Leftrightarrow f(2) = y$

$\frac{4}{3} \cdot 2 = y \Leftrightarrow \boxed{y = \frac{8}{3}}$

5) a- Montrer que le point $G\left(\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} ; \sqrt{7}+\sqrt{3}\right) \in \Delta$

$G \in D \Leftrightarrow f\left(\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\right) = ?$

on a : $f\left(\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\right) = \frac{4}{3}\left(\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\right) =$

$= \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

$= \frac{4 \times (\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4}$

$\boxed{f\left(\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\right) = \sqrt{7}+\sqrt{3}}$ $\boxed{\text{Alors } G \in \Delta}$

b- Soit $H(3m-6 ; 2m+4)$ avec $m \in \mathbb{R}$

Déterminer m pour que les points O, G et H soient alignés.

O, G et H sont alignés signifie $H \in D$.

$f(3m-6) = 2m+4$

$\frac{4}{3}(3m-6) = 2m+4$

$\frac{4}{3} \cdot 3m - \frac{4}{3} \times 6 = 2m+4$

$4m - 8 = 2m+4 \Leftrightarrow 4m - 2m - 8 - 4 = 0$

$2m - 12 = 0$

$\Leftrightarrow 2m = 12$

$m = 6$

6) a- déterminer la fonction linéaire g dont la représentation graphique dans le repère (O,I,J) passe par le point $K\left(-\frac{1}{2};1\right)$

g est une fonction linéaire $\Leftrightarrow g(x) = ax$

$a = \frac{g(x)}{x}$

on a $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1$

$-\frac{1}{2}a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{-\frac{1}{2}}$

$a = -2$

alors $g(x) = -2x$

Mr Aymen Salhi
Education en ligne
tel:53080851

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ $3f(x) - 2g(x) = 2x - 1$

$3 \times \frac{4}{3}x - 2 \cdot (-2x) = 2x - 1$

$4x + 4x = 2x - 1$

$8x - 2x = -1$

$6x = -1$

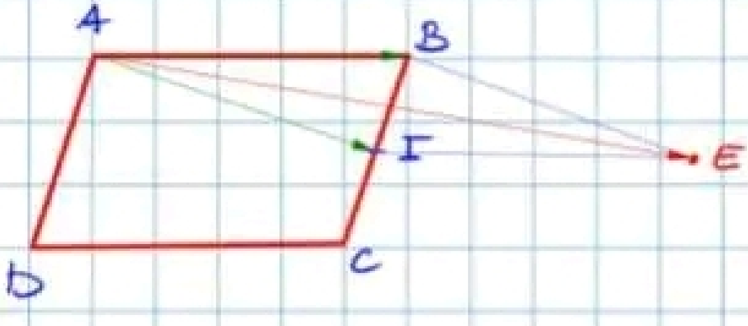
$\boxed{x = \frac{-1}{6}}$

$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{1}{6}\right\}}$

Exercice N° 4

Soit ABCD un parallélogramme et I milieu de [BC]

1) Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI}$



2) a- Simplifier : * $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$

* $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}$

on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DA}$

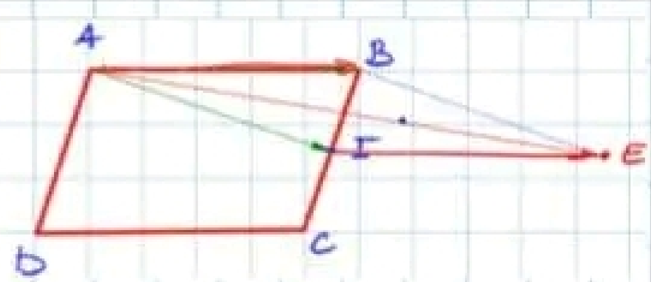
- $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$

$\underbrace{\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}}_{\overrightarrow{AB}} + \underbrace{\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA}}_{\overrightarrow{BA}}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

b- Montrer que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AB}$



$\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AB} = ?$

- on a I le milieu de [BC]

$\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{CI}$

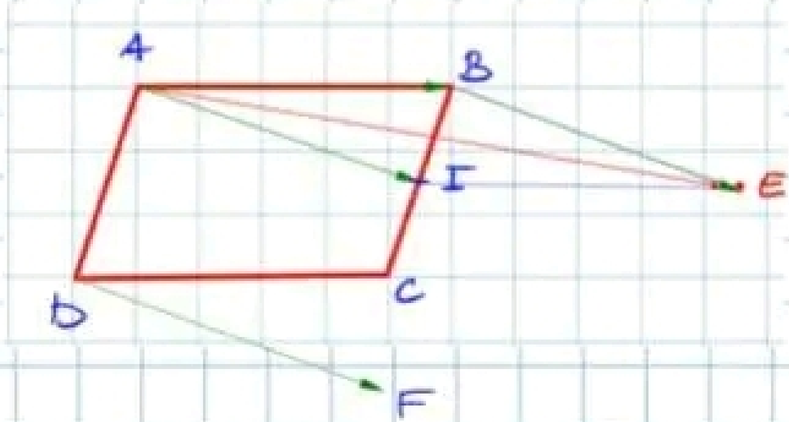
- on a ABEI est un parallélogramme

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IE}$

$\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IE}$

$\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$

3) a- Construire le point $F = t_{\overrightarrow{BE}}(D)$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DF}$



b- Déterminer $t_{\overrightarrow{BE}}((AI))$ et $t_{\overrightarrow{BE}}((BD))$

on a ABEI est un parallélogramme donc $(AI) // (BE)$

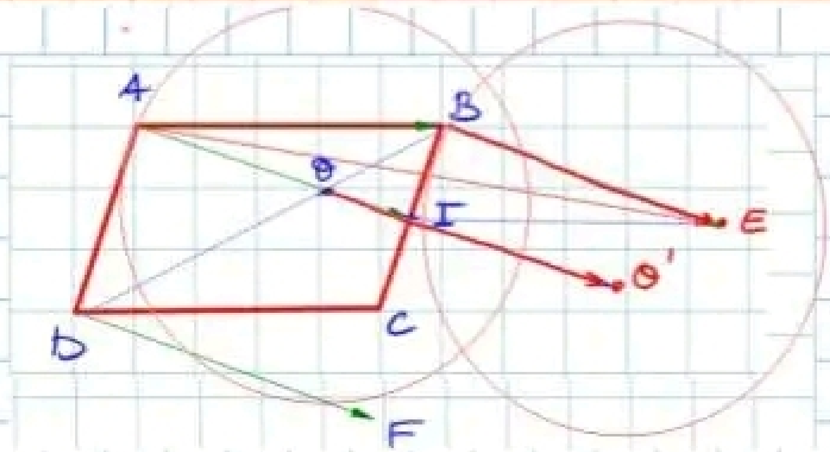
alors $\boxed{t_{\overrightarrow{BE}}(AI) = (AI)}$

$B \longrightarrow E$

$t_{\overrightarrow{BE}}(BD) = ?$ on a $\left.\begin{array}{l} t_{\overrightarrow{BE}}(B) = E \\ t_{\overrightarrow{BE}}(D) = F \end{array}\right\}$ Alors $t_{\overrightarrow{BE}}(BD) = (EF)$

4) La droite (AI) coupe (BD) en O.

a- Construire O' image de O par la translation de vecteur $\overrightarrow{BE}$



b- Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon OA .

Déterminer et construire le cercle $\mathscr{C}'=t_{\overrightarrow{BE}}(\mathscr{C})$

on a $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon [OA]

donc $t_{\overrightarrow{BE}}(\mathscr{C})$ est le cercle de centre $t_{\overrightarrow{BE}}(O)$ et de rayon $t_{\overrightarrow{BE}}([OA])$

or on a $t_{\overrightarrow{BE}}(O)=O'$ et $t_{\overrightarrow{BE}}([OA])=[O'A]$

alors $\mathscr{C}'$ est le cercle de centre O' et de rayon [O'F]