

فرض تأليفي عدد : 2 في 06 / 03 / 2014		الأساتذة: بن مرزوق- بن فرحات إعدادية أبو القاسم الشابي الفحص
المادة : رياضيات	المدة : ساعتان	المستوى : 9 أساسي 1 و 2 و 5 و 6

(4 ن)

التمرين الأول

يلي كل سؤال من أسئلة هذا التمرين ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة أكتب على ورقة تحريرك في كل مرة رقم السؤال و الإجابة الصحيحة الموافقة له .

رقم السؤال	السؤال	المقترح أ	المقترح ب	المقترح ج
①	$(2\sqrt{5}+1)^2 - (2\sqrt{5}-1)^2 =$	42	2	$8\sqrt{5}$
②	a و b عددين حقيقيين لهما نفس العلامة بحيث $a \geq b$ يعني :	$\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$	$2a \leq 2b$	$a - \sqrt{2} \leq b - \sqrt{2}$
③	لدينا $4 \leq x \leq 5$ و $-2 \leq y \leq -1$ إذن	$-8 \leq xy \leq -5$	$-10 \leq xy \leq -4$	لا يمكن حصر xy
④	ABC مثلث قائم في A و I منتصف $[BC]$ إذن :	$AI = \frac{BC}{2}$	$AI = \frac{AB \times AC}{BC}$	$[AI]$ هو الارتفاع الصادر من A

(4,5 ن)

التمرين الثاني

(1) قارن العددين الحقيقيين $2\sqrt{13}$ و $3\sqrt{5}$

$(2\sqrt{13})^2 = 4 \times 13 = 52$ و $(3\sqrt{5})^2 = 9 \times 5 = 45$ إذن $(2\sqrt{13})^2 > (3\sqrt{5})^2$ وبالتالي

$$2\sqrt{13} > 3\sqrt{5}$$

(2) نعتبر العددين : $a = 3 - 2\sqrt{5}$ و $b = \sqrt{13} - 4$
أ- أثبت أن كلا من a و b عددين سالبين .

$$3^2 = 9$$

إذن $3^2 < (2\sqrt{5})^2$ يعني $3 < 2\sqrt{5}$ أي $3 - 2\sqrt{5} < 0$ وبالتالي $a < 0$

$$(2\sqrt{5})^2 = 20$$

إذن $(\sqrt{13})^2 < (4)^2$ يعني $\sqrt{13} < 4$ أي $\sqrt{13} - 4 < 0$ وبالتالي $b < 0$

$$(4)^2 = 16$$

ب- أنشر و اختصر كلا من العبارتين a^2 و b^2

$$a^2 = (3 - 2\sqrt{5})^2 = 9 - 12\sqrt{5} + 20 = 29 - 12\sqrt{5}$$

$$b^2 = (\sqrt{13} - 4)^2 = 13 - 8\sqrt{13} + 16 = 29 - 8\sqrt{13}$$

ت- بين أن : $a^2 - b^2 = 4(2\sqrt{13} - 3\sqrt{5})$

$$a^2 - b^2 = \cancel{29} - 12\sqrt{5} - \cancel{29} + 8\sqrt{13} = 8\sqrt{13} - 12\sqrt{5} = 4(2\sqrt{13} - 3\sqrt{5})$$

ث- استنتج مقارنة بين العددين a و b ثم بين $\frac{1}{b}$ و $\frac{1}{a}$.

بما أن $2\sqrt{13} > 3\sqrt{5}$ فإن $4(2\sqrt{13} - 3\sqrt{5}) > 0$ أي $a^2 - b^2 > 0$ يعني $a^2 > b^2$ وبالتالي

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \quad a < b \quad (\text{لانهما عددان سالبان}) \quad \text{و من ثما}$$

(4,5 ن)

التمرين الثالث

(1) لتكن العبارة A بحيث : $A = x^2 - 6x - 7$ و x عدد حقيقي .

أ- أحسب القيمة العددية للعبارة A في حالة $x = \sqrt{7}$.

$$A = (\sqrt{7})^2 - 6\sqrt{7} - 7 = 7 - 6\sqrt{7} - 7 = -6\sqrt{7}$$

ب- بين أن : $A = (x - 3)^2 - 16$.

لنا : $(x - 3)^2 - 16 = x^2 - 6x + 9 - 16 = x^2 - 6x - 7 = A$ و بالتالي

$$A = (x - 3)^2 - 16$$

ت- استنتج تفكيكا إلى جذاء عوامل للعبارة A .

$$A = (x - 3)^2 - 16 = (x - 3)^2 - 4^2 = (x - 3 - 4)(x - 3 + 4) = (x - 7)(x + 1)$$

ث- أوجد العدد الحقيقي x بحيث : $A = 0$

$$A = 0 \quad \text{يعني} \quad x - 7 = 0 \quad \text{أو} \quad x + 1 = 0 \quad \text{اذن} \quad x = 7 \quad \text{أو} \quad x = -1$$

(2) لتكن العبارة B بحيث : $B = (x + 2)^2 - (x + 1)^2$

أ- بين أن : $B = 2x + 3$.

$$B = (x + 2)^2 - (x + 1)^2 = x^2 + 4x + 4 - x^2 - 2x - 1 = 2x + 3$$

ب- أوجد عددين صحيحين طبيعيين متتاليين m و n بحيث : $m^2 - n^2 = 2003$.

حسب السؤال السابق فإن $B = (x + 2)^2 - (x + 1)^2 = 2x + 3$ و حيث $m^2 - n^2 = 2003$ فإن

العددين المتتاليين هما $m = x + 2$ و $n = x + 1$ و حيث العدد x يحقق $2x + 3 = 2003$ أي أن

$$2x = 2003 - 3 = 2000 \quad \text{و بالتالي} \quad x = \frac{2000}{2} = 1000 \quad \text{و بتعويض قيمة} \quad x \quad \text{نجد العددين}$$

المتتاليين هما $m = 1000 + 2 = 1002$ و $n = 1000 + 1 = 1001$ و حيث

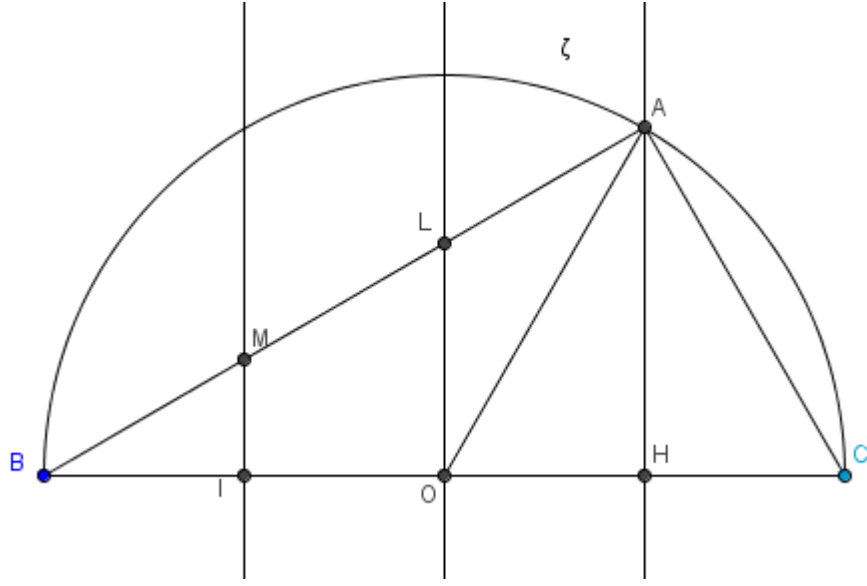
$$(1002)^2 - (1001)^2 = 2003$$

(7 ن)

التمرين الرابع / (وحدة القيس هي الصنتمتر)

لتكن (5) نصف دائرة مركزها O و $[BC]$ قطرها بحيث $BC = 8$. و النقطة H منتصف $[OC]$.

المستقيم المار من H و العمودي على (BC) يقطع (ζ) في النقطة A .



(1) أ) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A .
 بما أن $OA = OC = OB$ فإن O تبعد نفس البعد عن الرؤوس الثلاث للمثلث ABC و هو يقبل الارتسام في الدائرة ζ و قطرها $[BC]$ هو أحد أضلاعه و بالتالي المثلث ABC قائم الزاوية في A .

ب) بين أن المثلث AOC متقايس الأضلاع.
 (AH) عمودي على $[OC]$ في منتصفها H إذن فهو الوسط العمودي لـ $[OC]$ و A نقطة منه إذن $OA = AC$ و حيث A و C نقطتين من الدائرة ζ التي مركزها O فإن $OA = OC$ و بالتالي:
 $OA = OC = AC$ يعني المثلث OAC متقايس الأضلاع و قيس طول ضلعه 4cm .
 ج) بين أن: $AH = 2\sqrt{3}$.

$[AH]$ هو الارتفاع الصادر من أحد رؤوس المثلث OAC المتقايس الأضلاع و بالتالي $AH = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

د) أحسب BH ثم استنتج أن $AB = 4\sqrt{3}$.
 $BH = BO + OH = 4 + 2 = 6$

* بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث AHB القائم في H لدينا:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = (2\sqrt{3})^2 + 6^2 = 12 + 36 = 48$$

$$AB = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

(2) المستقيم المار من O و العمودي على (BC) يقطع $[AB]$ في النقطة L .

$$\text{أ) أثبت أن: } \frac{OL}{AH} = \frac{BO}{BH}$$

بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABH حيث $(AH) \parallel (LO)$ (يعامدان نفس المستقيم (BC)) لدينا:

$$\frac{OL}{AH} = \frac{BO}{BH} \text{ إذن } \frac{BO}{BH} = \frac{BL}{BA} = \frac{OL}{AH}$$

ب) استنتج حساب OL .

$$OL = \frac{AH \times BO}{BH} = \frac{2\sqrt{3} \times 4}{6} = \frac{8\sqrt{3}}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(3) لتكن النقطة I منتصف $[OB]$.

المستقيم المار من النقطة I و العمودي على المستقيم (BO) يقطع $[AB]$ في النقطة M .

(أ) برهن أن M منتصف $[LB]$.

* في المثلث BOL حيث I منتصف الضلع $[BO]$ و $(LO) \parallel (MI)$ اذن (MI) يقطع الضلع $[BL]$ في منتصفه M .

(ب) أحسب IM ثم استنتج أن : $OM = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

* في المثلث BOL لدينا I منتصف $[BO]$ و M منتصف $[LB]$ اذن : $IM = \frac{OL}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

* لدينا $\frac{BL}{BA} = \frac{BO}{BH}$ يعني $\frac{BL}{AB} = \frac{BO}{AB} = \frac{2}{3}$ $BL = \frac{2}{3} AB = \frac{4}{3} AB$

$$BL = \frac{2}{3} \times 4\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

* في المثلث OBL القائم الزاوية في O لدينا $[OM]$ هو المتوسط الصادر من رأس الزاوية القائمة و بالتالي

$$OM = \frac{1}{2} BL = \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(4) أ) بين أن $AM = \frac{2}{3} AB$ و أحسب : AM .

لدينا $BL = \frac{2}{3} AB$ اذن $AL = AB - BL = AB - \frac{2}{3} AB = \frac{1}{3} AB$ و بما أن L منتصف $[AM]$ فان :

$$AM = \frac{2}{3} \times 4\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ يعني } AM = 2AL = 2 \times \frac{1}{3} AB = \frac{2}{3} AB$$

(ب) استنتج أن المثلث AOM قائم الزاوية وحدد رأس الزاوية القائمة .

في المثلث AOM لدينا : $AM^2 = \left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{64 \times 3}{9} = \frac{64}{3}$ و $OA^2 = 4^2 = 16 = \frac{48}{3}$ و

اذن لدينا $OA^2 + OM^2 = AM^2$ و بالتالي المثلث OAM قائم الزاوية في O حسب عكس نظرية بيتاغور .