Lycée Pilote Siliana

Matière : Mathématiques | Prof : MEDIOUNI Imed

Classe : 1é S 1 | Durée : 45 mn

Devoir De Contrôle N° 1
CORRECTION

Exercice 1 : *1.* $\boxed{a}$ *2.* $\boxed{a}$ *3.* $\boxed{c}$ *4.* $\boxed{b}$

Exercice 2 : (5 points)

On pose $a=3n+2$ *et* $b=2n+1$.

1. $2a-3b=2(3n+2)-3(2n+1)=\cancel{6n}+4-\cancel{6n}-3=1$.

2. Soit $d\in\mathbb{N}^*$.

a. Si d divise a alors $a=dq$ *avec* $q\in\mathbb{N}$

et si d divise b alors $b=dq'$ *avec* $q'\in\mathbb{N}$

donc $2a-3b=2dq-3dq'$ *ou encore* $1=d(2q-3q')$ *avec* $2q-3q'\in\mathbb{N}$

ce qui prouve que d divise 1.

b. On sait que $PGCD(a;b)$ *divise a et* $PGCD(a;b)$ *divise b*

donc d'après la question précédente $PGCD(a;b)$ *divise 1*

alors $PGCD(a;b)=1$

par suite a et b sont premiers entre eux.

c. On a : $PGCD(a;b)\times PPCM(a;b)=a\times b$

donc $PPCM(a;b)=\dfrac{a\times b}{PGCD(a;b)}=\dfrac{a\times b}{1}=a\times b=(3n+2)(2n+1)$.

3. . $n\in\mathscr{E}$ *équivaut à* $PGCD(b;14n+61)=b$

équivaut à $b=2n+1$ *divise* $14n+61$

équivaut à $\dfrac{14n+61}{2n+1}=\dfrac{7(2n+1)+54}{2n+1}=7+\dfrac{54}{2n+1}\in\mathbb{N}$

équivaut à $\dfrac{54}{2n+1}\in\mathbb{N}$

équivaut à $2n+1\in D_{54}=\{1,2,3,6,9,18,27,54\}$

Or : $2n+1=1$ *donne* $n=0$ *et* $2n+1=2$ *donne* $n=\dfrac{1}{2}\notin\mathbb{N}$

et $2n+1=3$ *donne* $n=1$ *et* $2n+1=6$ *donne* $n=\dfrac{5}{2}\notin\mathbb{N}$

et $2n+1=9$ *donne* $n=4$ *et* $2n+1=18$ *donne* $n=\dfrac{17}{2}\notin\mathbb{N}$

et $2n+1=27$ *donne* $n=13$ *et* $2n+1=54$ *donne* $n=\dfrac{53}{2}\notin\mathbb{N}$

finalement $\mathscr{E}=\{0,1,4,13\}$.

Exercice 3 :

Comme $PGCD(a,b)=36$ *alors* $a=36n$ *et* $b=36p$

où n et p sont deux entiers naturels premiers entre eux.

Or $a+b=252$ *alors* $36n+36p=252$ *soit* $36(n+p)=252$

D'où $n+p=7$

Ainsi $(n,p)\in\{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}$

Par suite

$(a,b)\in\{(36,216),(72,180),(108,144),(144,108),(180,72),(216,36)\}$

Lycée Pilote Siliana

Matière : Mathématiques — Prof : MEDIOUNI Imed

Classe : 1é S 1 — Durée : 45 mn

Devoir De Contrôle N° 1

Exercice 1 : (4 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. On indiquera à chaque fois le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. (Aucune justification n'est demandée)

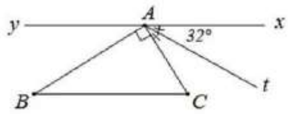
1. La notation scientifique du nombre $12300000\times10^{11}\times0,02\times10^{-30}$ *est:*

$\boxed{a}$ $2,46\times10^{-14}$ $\boxed{b}$ $0,246\times10^{-13}$ $\boxed{c}$ 246×10^{-16}

2. Le nombre 2019 *est premier avec :*

$\boxed{a}$ 2020 $\boxed{b}$ 2022 $\boxed{c}$ 4038

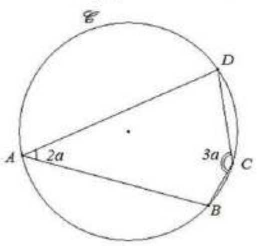
3. On considère la figure ci-contre où ABC est un triangle rectangle en A et $[At)$ *est la bissectrice de l'angle* $x\hat{A}C$.



Les droites (xy) *et* (BC) *sont parallèles lorsque :*

$\boxed{a}$ $A\hat{B}C=32°$ $\boxed{b}$ $A\hat{B}C=28°$ $\boxed{c}$ $A\hat{B}C=26°$

4. On considère la figure ci-dessous .On a : $\boxed{a}$ $a=30°$ $\boxed{b}$ $a=36°$ $\boxed{c}$ $a=45°$



Exercice 2 : (5 points)

Soit $n\in\mathbb{N}^*$ *.On pose* $a=3n+2$ *et* $b=2n+1$.

1. Vérifier que $2a-3b=1$.

2. Soit $d\in\mathbb{N}^*$.

a. Montrer que si d divise a et d divise b alors d divise 1.

b. En déduire que a et b sont premiers entre eux.

c. Calculer alors le PPCM $(a\,;b)$.

3. . Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ *des entiers naturels n tels que :*

$$PGCD(b;14n+61)=b.$$

Exercice 3 : (2 points)

Déterminer tous les couples d'entiers naturels (a,b) *tels que :*

$$a+b=252 \quad et \quad PGCD(a,b)=36.$$

Exercice 4 : (9 points)

1. Tracer un cercle $\mathscr{C}$ *de centre O et de rayon 4 cm.*

Soient $[AB]$ *et* $[CD]$ *deux diamètres perpendiculaires de* $\mathscr{C}$ *et M un point de* $[AB]$ *distinct de A, O et B. La droite* (MC) *recoupe* $\mathscr{C}$ *en N. On désigne par* Δ *la tangente à* $\mathscr{C}$ *en N et* Δ' *la perpendiculaire à* (AB) *en M. On pose :* $\Delta\cap\Delta'=\{I\}$.

2. Montrer que les points M et N appartiennent au cercle $\mathscr{C}_1$ *de diamètre* $[OI]$.

3. a. Montrer que : $N\hat{O}I=N\widehat{M}I$ *et* $O\hat{C}N=N\widehat{M}I$.

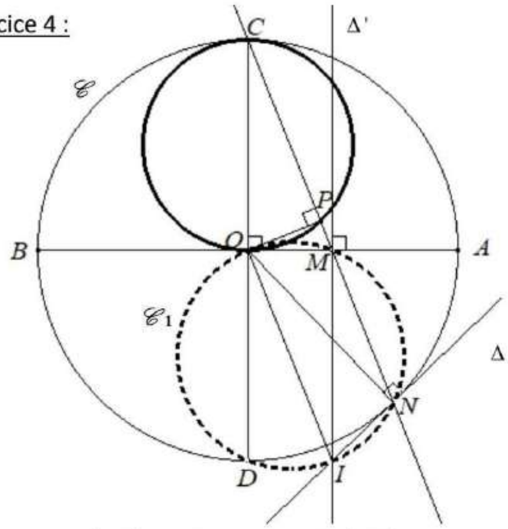
b. En déduire que : $C\hat{N}O=N\hat{O}I$.

c. Montrer que le quadrilatère OCMI est un parallélogramme.

4. Soit P *le milieu de* $[CN]$*. Sur quelle ligne fixe se déplace le point P lorsque M varie.*

Exercice 4 :

1.



2.• On a $\Delta' \perp (AB)$ en M, $I \in \Delta'$ et $O \in (AB)$

donc le triangle OMI est rectangle en M

par suite le point M appartient au cercle $\mathscr{C}_1$ de diamètre $[OI]$.

• Δ la tangente en N au cercle $\mathscr{C}$ de centre O

donc $\Delta \perp (ON)$ en N

et comme $I \in \Delta'$, le triangle ONI est rectangle en N

par suite le point N appartient au cercle $\mathscr{C}_1$ de diamètre $[OI]$.

3.• $N\hat{O}I$ et $N\widehat{M}I$ sont deux angles inscrits dans le cercle $\mathscr{C}_1$ et interceptent le même arc $\left[\widehat{NI}\right]$ donc $N\hat{O}I = N\widehat{M}I$.(1)

• $O\hat{C}N$ et $N\widehat{M}I$ sont deux angles correspondants déterminées par les parallèles (CD) et Δ' (perpendiculaires à (AB)) et la sécante (CM)

donc $O\hat{C}N = N\widehat{M}I$.(2)

b. (1) et (2) donnent $O\hat{C}N = N\hat{O}I$ (3)

de plus, on a OC=ON (rayon du cercle $\mathscr{C}$)

donc le triangle OCN est isocèle en O par suite $O\hat{C}N = C\hat{N}O$ (4)

(3) et (4) donnent $C\hat{N}O = N\hat{O}I$.

c. $C\hat{N}O$ et $N\hat{O}I$ sont deux angles alternes-internes déterminées par les droits (CN) et (OI) et la sécante (NO)

et comme $C\hat{N}O = N\hat{O}I$ alors $(CN)//(OI)$

soit $\underline{(CM)//(OI)}$ ($M \in (CN)$)

de plus $\underline{(CO)//(MN)}$ (perpendiculaires à (AB))

donc le quadrilatère OCMI est un parallélogramme.

4. On a OC=ON (rayon du cercle $\mathscr{C}$)

et PC=PN car P est le milieu de $[CN]$

donc $(OP) = med[CN]$

le triangle COP est alors rectangle en P

par suite P se déplace sur le cercle de diamètre $[CO]$.