EXERCICE 1:

Soit f le trinôme défini par $f(x) = x^2 + 1$.
1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Etudier la continuité de f sur son ensemble de définition

On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3. Tracer la courbe C.
4. Quelles sont les images par f des intervalles

I = [2, 3], J = [0, 3] et K = [0, +∞[?

EXERCICE 2:

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3} & si \quad x \geq -3 \\ x+2 & si \quad x < -3 \end{cases}$

1/ Tracer la courbe de f dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

2/ Justifier la continuité de la fonction f sur $[-3, +\infty[$

3/ Justifier la continuité de la fonction f sur $]-\infty, -3[$

4/a) Déterminer graphiquement le point de discontinuité de f

b) En déduire le domaine de continuité de la fonction f.

EXERCICE 3

Soit $f(x) = -\frac{1}{2}x + \sqrt{2x-1}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Etudier la continuité de f sur son ensemble de définition
3. Montrer que l'equation f(x) = 0 admet une solution α dans $[\frac{1}{2}, 1]$
4. Donner une valeur approchée par défaut a 0.1 près de α.

EXERCICE 4:

On considère la fonction f définie sur par $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & si \quad x > 0 \\ x+1 & si \quad x \leq 0 \end{cases}$

1. Tracer la courbe représentative de f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$
2. Justifier la continuité de la fonction f sur]0, +∞ [.
3. Justifier la continuité de la fonction f sur]– ∞, 0 [.
4. Vérifier, a l'aide du graphique, que la fonction f n'est pas continue sur IR
5. Pour chacune des équations ci-dessous, déterminer, a l'aide du graphique, le nombre de solutions de l'équation. $f(x) = 1$, $f(x) = -\frac{1}{2}$, $f(x) = 0$

EXERCICE 5:

Soit le tableau de variations d'une fonction $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$

x	-2		-1		0		1
f(x)	-3	↗	2	↘	1	↗	6

1)Determiner l'expression de f(x)

2) Montrer que l'équation f(x) = 5 admet une solution dans: $[0,1]$

2) a/ Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une solution α dans: $[-2,-1]$

b/ Donner le signe f(x) en fonction de α

c/ Donner un encadrement de α à 10^{-1} prés.

3)a/Determiner $f([-2,1])$

b/ Déterminer le nombre de solution tel que f(x)=-2

EXERCICE 6:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 10x^2 - 8x + 10$

1/ Justifier que f est continue sur $\mathbb{R}$

2/ Montrer que l'équation f(x) = 0 admet au moins une solution dans chacun des intervalles :
$[-2,-1]$, $[0,1]$ et $[10,11]$

3/ En déduire le nombre de solution de l'équation f(x)=0 .

4/ Soit α la solution de l'équation f(x)=0, tel que
$\alpha \in [0,1]$ donner un encadrement de α à 10^{-1} prés.

EXERCICE 7:

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x-1}$

1/ Déterminer l'ensemble de définition de f

2/ Justifier que f est continue sur son domaine de définition

3/Montrer que f est strictement décroissante sur D

4 /a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une seule solution $\alpha \in [1,2]$

a) Donner un encadrement de α à 10^{-1} prés

EXERCICE 8:

Soit f la fonction définie par $g(x) = x^3 + 12x - 2$

1/ Justifier que g est continue sur IR

2 / Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une seule solution $\alpha \in]0,1[$

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 4}$

3/ Justifier que g est continue sur IR

4/Montrer que $f(\alpha) = \frac{3 - 12\alpha}{\alpha^2 + 4}$

EXERCICE 9:

1/ Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $\sqrt{x^2 + 1} + x > 0$

2/ Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} - 2x$

a) Déterminer le domaine de définition de f
b) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$
c) Montrer que f est décroissante sur $[0,1]$

3/a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une seule solution $\alpha \in [0,1]$

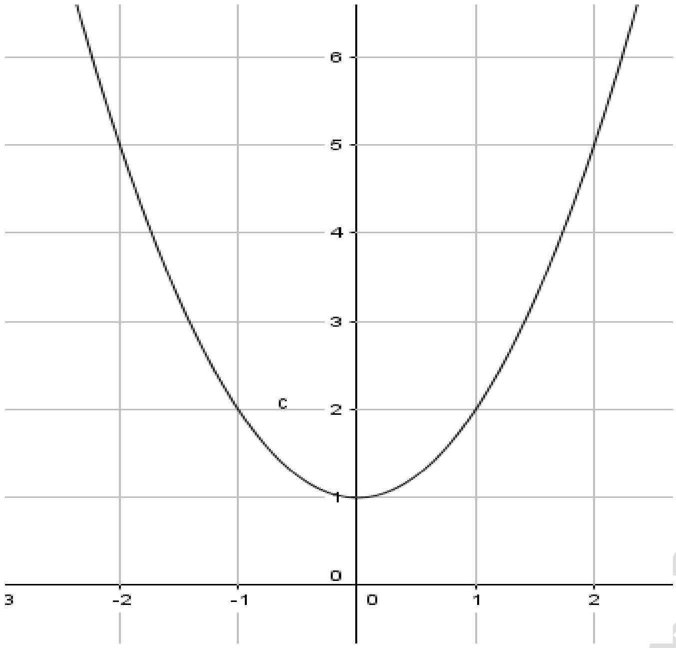
b) Donner un encadrement de α à 10^{-1} prés

4/ Déterminer le signe de f(x) pour $x \in [0,1]$

Correction

EXERCICE 1:

1.Df=IR
2.F est une fonction polynôme donc continue sur IR
3.

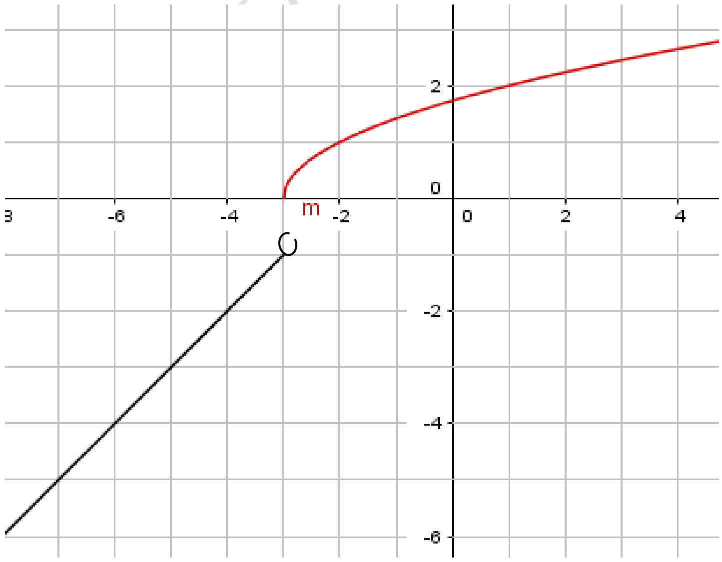


4)Par une lecture graphique:

- f(2)=5 ; f(3)=10 ; f([2,3])=[5,10]
- f(0)=1 ; f(3)=10 ; f([0,3])=[1,10]
- f(0)=1 ; $f([0,+\infty[)=[1,+\infty[$

EXERCICE 2:

Solution
1/



2/La fonction $x \mapsto x+3$ est continue et positif sur $[-3,+\infty[$ donc f est continue sur $[-3,+\infty[$

3/La fonction $x \mapsto x+2$ est continue sur $]+\infty,-3[$ donc f est continue sur $]+\infty,-3[$

4graphiquement la courbe présente une rupture au point A(-3,-1) donc f n'est pas continue en -3

EXERCICE 3

Correction

1. $D_f = [\frac{1}{2},+\infty[$

2.

- La fonction $g : x \mapsto -\frac{1}{2}x$ est continue sur IR donc g est continue sur $[\frac{1}{2},+\infty[$
- La fonction $h : x \mapsto 2x-1$ est continue et positif sur $[\frac{1}{2},+\infty[$ donc $\sqrt{h}$ est continue sur $[\frac{1}{2},+\infty[$

  Donc f=g+$\sqrt{h}$ est continue sur $[\frac{1}{2},+\infty[$

3. f est continue sur $[\frac{1}{2},1]$

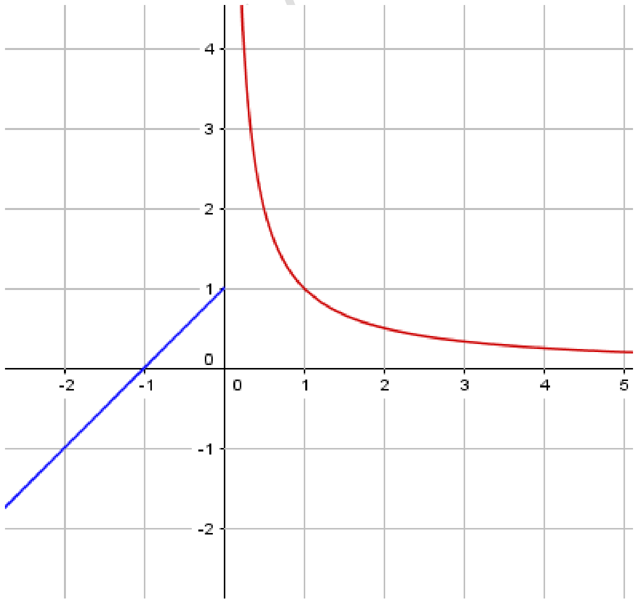
$f(\frac{1}{2}) \times f(1) = (-\frac{1}{4})(\frac{1}{2}) < 0$ d'où l'équation f(x)=0 admet une solution a dans $[\frac{1}{2},1]$

4.f(0.5)=-0.25<0 et f(0,6)=0,14

$f(0,5) \times f(0,6) < 0$ d'où 0,5<a<0,6

EXERCICE 4:

Correction



2/La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est continue sur IR^* en particulier sur $]0,+\infty[$

3/La restriction de f sur $]+\infty,0[$ est une fonction polynome donc f est continue sur $]+\infty,0[$

4/graphiquement la courbe présente une rupture au point A(0,0) donc f n'est pas continue en 0.

5/

$f(x)=1, f(x)=\frac{2}{5}, f(x)=-\frac{1}{2}, f(x)=0$

Graphiquement $f(x)=1$ admet une seule solution

Graphiquement $f(x)=-\frac{1}{2}$ n'admet pas de solution

Graphiquement $f(x)=0$ admet une seule solution

EXERCICE 5:

Correction

1)

f(0)=0+0+1=1 donc c=1

*f(1)=a+b+1=6 donc a+b=5

*f(-1)=-a+b+1=2 donc -a+b=1

$$\begin{cases} a+b=5 \\ -a+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5-b \\ 2b+2=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5-b \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$$

$f(x)=2x^3+3x^2+1$

2. f est continue sur $[0,1]$

$f(0)=1$; $f(1)=6$ on a $f(0)<5<f(1)$

d'où l'équation f(x)=5 admet une solution a dans $[0,1]$

3a/. f est continue sur $[-2,-1]$

$f(-2)=-3$; $f(-1)=2$ on a $f(-2)*f(-1)<0$

d'où l'équation f(x)=0 admet une solution a dans $[-2,-1]$

3/b

x	-2		α		1
signe de f(x)		-	0	+	

c)avec la calculatrice

$f(-1.7)=-0.15$; $f(-1,6)=0.48$ donc

$-1.7<\alpha<-1.6$

4)a)

f(-2)=-3 ; f(1)=6 ; f([-2,-1])=[-3,6]

b) f(x)=-2 admet une seule solution

EXERCICE 6:

Correction

1)F est une fonction polynôme donc continue sur IR

2)

*f est continue sur $[-2,-1]$

* $f(-2)=-22$; $f(-1)=7$ on a $f(-2)*f(-1)<0$

d'où l'équation f(x)=0 admet une solution a dans $[-2,-1]$

*f est continue sur $[0,1]$

* $f(0)=10$; $f(1)=-7$ on a $f(0)*f(1)<0$

d'où l'équation f(x)=0 admet une solution a dans $[0,1]$

*f est continue sur $[10,11]$

* $f(10)=-70$; $f(11)=43$ on a $f(10)*f(11)<0$

d'où l'équation f(x)=0 admet une solution a dans $[10,11]$

3) f(x)=0 admet 3 solutions

4) Avec la calculatrice

$f(0.6)=1.81$; $f(0.7)=-0.15$ donc $0.6<\alpha<0.7$

EXERCICE 7:

Correction

1. $D_f=[1,+\infty[$

2.

- La fonction $g : x \mapsto \frac{1}{x}$ est une fonction rationnelle donc continue sur IR* donc g est continue sur $[1,+\infty[$

- La fonction $h : x \mapsto x-1$ est continue et positif sur $[1,+\infty[$ donc $\sqrt{h}$ est continue sur $[1,+\infty[$

  Donc f=g+$\sqrt{h}$ est continue sur $[1,+\infty[$

3.

3/*Soit a et b deux réels tel que tel que $1 \leq a < b$

donc $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ $*1$

$1 \leq a < b$ alors $0 \leq a-1 < b-1$ donc $0 \leq \sqrt{a-1} < \sqrt{b-1}$ donc

$-\sqrt{a-1} > -\sqrt{b-1}$ $*2$

1 et 2 donnent : $\frac{1}{a}-\sqrt{a-1} > \frac{1}{b}-\sqrt{b-1}$

alors f est strictement décroissante sur $[1,+\infty[$

4/a/

*f est strictement décroissante sur $[1,2]$

*f est continue sur $[1,2]$

* $f(1)=1$; $f(2)=-\frac{1}{2}$ on a $f(1)*f(2)<0$

d'où l'équation f(x)=0 admet une seule solution a dans $[1,2]$

4) Avec la calculatrice

$f(1.4)=0.08$; $f(1.5)=-0.04$ donc $1.4<\alpha<1.5$

EXERCICE 8:

Correction

1)g est une fonction polynôme donc continue sur IR

2/

*g est continue sur $]0,1[$

* $g(0)=-2$; $g(1)=11$ on a $g(0)*g(1)<0$

d'où l'équation g(x)=0 admet une seule solution a dans $]0,1[$

3/

$D_f=IR$

La fonction f est une fonction rationnelle donc continue sur Df=IR

4/

$g(\alpha)=\alpha^3+12\alpha-2=0 \Rightarrow \alpha^3=2-12\alpha$

$$f(\alpha)=\frac{\alpha^3+1}{\alpha^2+4}=\frac{2-12\alpha+1}{\alpha^2+4}=\frac{3-12\alpha}{\alpha^2+4}$$