Exercice 1:

.

Trouver, dans chacun des cas suivants, la mesure principale de l'angle α :

a) $\alpha = \frac{41\pi}{5}$ b) $\alpha = \frac{-2003\pi}{5}$ c) $\alpha = \frac{2006\pi}{13}$.

Exercice 2:

Le plan est orienté dans le sens direct.

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls tels que $\left(\vec{u}, \widehat{\vec{v}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ et $\left(\vec{u}, \widehat{\vec{w}}\right) \equiv \frac{3\pi}{5}[2\pi]$

Déterminer les mesures principales des angles :

$(\vec{v},\vec{u})$; $(\vec{v},\vec{w})$; $(2\vec{u},-3\vec{v})$; $(3\vec{v},-\frac{1}{3}\vec{w})$

Exercice 3:

[Ox) une demi-droite du plan orienté.

1/ Construire les demi-droites [Oy) ; [Oz) et [Ot) telles que

$(\overrightarrow{Ox}, \widehat{\overrightarrow{Oy}}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$, $(\overrightarrow{Ox}, \widehat{\overrightarrow{Oz}}) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$ *et* $(\overrightarrow{Ox}, \widehat{\overrightarrow{Ot}}) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

2/ Déterminer la mesure principale de chacun des angles orienté :

$(\overrightarrow{Oy}, \widehat{\overrightarrow{Oz}})$, $(\overrightarrow{Oz}, \widehat{\overrightarrow{Ot}})$ *et* $(\overrightarrow{Ot}, \widehat{\overrightarrow{Oy}})$

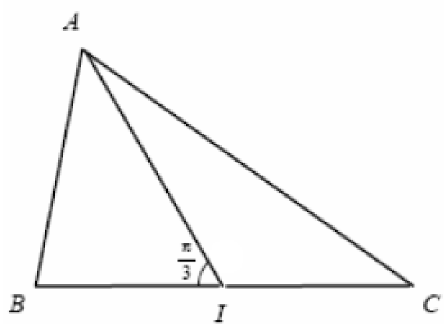
Exercice 4:

ABC est un triangle et I le milieu de [BC] ;On sait que

$\left(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

1. Déterminer la mesure principale en radians

de $(\overrightarrow{IB}, \widehat{\overrightarrow{IA}})$, $(\overrightarrow{AI}, \widehat{\overrightarrow{IB}})$, $(\overrightarrow{IC}, \widehat{\overrightarrow{IA}})$, $(\overrightarrow{AI}, \widehat{\overrightarrow{IC}})$ *et* $(\overrightarrow{IA}, \widehat{\overrightarrow{CB}})$



Exercice 5:

ACE est un triangle isocèle de sommet A et tel que AC=5 et $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}\right) \equiv \frac{2\pi}{5}[2\pi]$

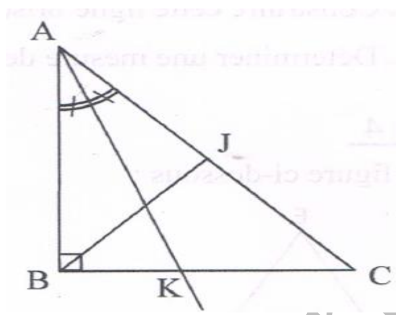
1)Tracer le triangle équilatéral direct AEF et le triangle ABC isocèle rectangle direct en A

2)Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés suivants :

a)$\left(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AB}\right)$; b) $\left(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{BC}\right)$; c)$\left(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{CB}\right)$;d) $\left(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{EC}\right)$

Exercice 6:

ABC est un triangle rectangle direct et isocèle en B.
K est le point d'intersection de la bissectrice de l'angle (BAC)BAC et du coté [BC]



1. Déterminer la mesure principale en radians de :
$\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)$, $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CA}}\right)$; $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AK}}\right)$; $\left(\widehat{\overrightarrow{KA},\overrightarrow{KB}}\right)$,
$\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{KA}}\right)$; $\left(\widehat{\overrightarrow{KA},\overrightarrow{CB}}\right)$

2. Soit J le milieu du segment [AC]
Démontrer que $\left(\overrightarrow{BJ},\overrightarrow{KA}\right)\equiv\left(\overrightarrow{KA},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$

Exercice 7:

Soit ABCD un carre tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$, on construit à l'intérieur du carre un triangle équilatéral ABF et à l'extérieur du carre un triangle équilatéral BCE

1/Montrer que $\left(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BF}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EF}\right)\equiv-\frac{\pi}{4}[2\pi]$

2/Montrer que $\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CE}\right)\equiv\frac{5\pi}{6}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{ED}\right)\equiv\frac{\pi}{12}[2\pi]$

2/Montrer que E,F et D sont alignés .

Exercice 8:

A,B,C,D et E sont des points tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{5\pi}{6}[2\pi]$, $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)\equiv\frac{2\pi}{3}[2\pi]$ et
$\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$

1/Démontrer que ACD est un triangle rectangle en A.

A,B,C,D et E sont des points tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{3\pi}{4}[2\pi]$, $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC}\right)\equiv-\frac{5\pi}{12}[2\pi]$ et
$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)\equiv-\frac{2\pi}{3}[2\pi]$

2/Montrer que A,C et E sont alignés .

Exercice 9:

On donne un triangle ABC de sens direct tel que $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)\equiv\frac{5\pi}{21}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$

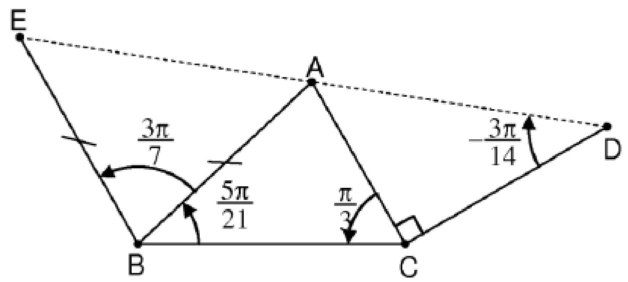
Soit le triangle ABE isocèle en B tel que $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BE}\right)\equiv\frac{3\pi}{7}[2\pi]$.

Soit le triangle ACD rectangle en C de sens direct et $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DA}\right)\equiv-\frac{3}{14}[2\pi]$

1/Montrer que $\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\frac{2\pi}{7}[2\pi]$

2/Calculer $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$

puis déduire que E,A et D sont alignés



Exercice 10:

Soit ζ un cercle de centre O et passant par A un point de ζ :

1) Placer les points B, C et D sur ζ sachant que $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)\equiv-\frac{\pi}{4}[2\pi]$

   $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$et $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$
2) Calculer $\left(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{OC}\right)$, $\left(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{BO}\right)$ et $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD}\right)$
3) a-Calculer $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right)$

   b-Que peut on déduire des vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$
4) Montrer que les points C et D sont diamétralement opposés

Exercice 11:

Le plan P étant orienté dans le sens direct.

On donne un triangle ABC tel que : AB=4cm , $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)\equiv\frac{25\pi}{4}[2\pi]$

1) a- Déterminer la mesure principale de l'angle
   $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$

   b-En déduire la nature du triangle ABC.

2) Soit M et N deux points distincts du plan P tels que :

   AM=AN=3 $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}\right)\equiv-\frac{\pi}{4}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AN}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$

a- Déterminer une mesure de l'angle

$\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right)$ en déduire que A est le milieu de [MN]

b- Déterminer une mesure de l'angle

$\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{BC}\right)$ en déduire que (MN)//(BC)

Exercice 12:

Le plan P étant oriente dans le sens direct.

soit $x=\frac{25\pi}{3}$ et $y=\frac{19\pi}{6}$ deux mesures respectives de deux angles orientes $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$

1) a- Déterminer la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$

2) Dans la suite de l'exercice on prendra:
$x=\frac{\pi}{3}$ et $y=-\frac{5\pi}{6}$; AB=AC=2cm et AD=3cm

3) Faire une figure

a- Déterminer une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$**,** que peut on déduire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

4) Construire le point E tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)\equiv\frac{-2\pi}{3}[2\pi]$ **;** AE= 3cm

5) Montrer que les points A.C et E sont alignes

Correction

Exercice 1:

a) $\alpha=\frac{41\pi}{5}=\frac{40}{5}\pi+\frac{\pi}{5}=8\pi+\frac{\pi}{5}$ donc la mesure principe de α est $\frac{\pi}{5}$

b) $\alpha=\frac{-2003\pi}{5}=-\frac{2000}{5}\pi-\frac{3\pi}{5}=-400\pi-\frac{3\pi}{5}=-\frac{3\pi}{5}$ donc la mesure principe de α est $\frac{-3\pi}{5}$

c) $\alpha=\frac{2006\pi}{13}=154+\frac{4\pi}{13}$ donc la mesure principe de α est $\frac{4\pi}{13}$

Exercice 2:

a/ $\left(\widehat{\vec{v},\vec{u}}\right)\equiv-\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)\equiv-\frac{\pi}{3}[2\pi]$

- $-\frac{\pi}{3}\in]-\pi,\pi[$

  $-\frac{\pi}{3}$ est la mesure principale de $(\vec{v},\vec{u})$

b/ $\left(\widehat{\vec{v},\vec{w}}\right)\equiv\left(\widehat{\vec{v},\vec{u}}\right)+\left(\widehat{\vec{u},\vec{w}}\right)\equiv-\frac{\pi}{3}+\frac{3\pi}{5}[2\pi]\equiv\frac{4\pi}{15}[2\pi]$

- $\frac{4\pi}{15}\in]-\pi,\pi[$

  $\frac{4\pi}{15}$ est la mesure principale de $(\vec{v},\vec{w})$

c/

$\left(\widehat{2\vec{u},-3\vec{v}}\right)\equiv\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)+\pi[2\pi]\equiv\frac{\pi}{3}+\pi[2\pi]\equiv\frac{4\pi}{3}[2\pi]\equiv-\frac{2\pi}{3}[2\pi]$

- $-\frac{2\pi}{3}\in]-\pi,\pi[$

  $-\frac{2\pi}{3}$ est la mesure principale de $(2\vec{u},-3\vec{v})$

d/

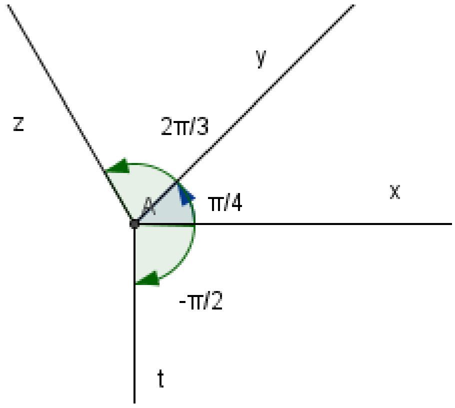
$\left(\widehat{3\vec{v},-\frac{1}{3}\vec{w}}\right)\equiv\left(\widehat{\vec{v},\vec{w}}\right)+\pi[2\pi]\equiv\frac{4\pi}{15}+\pi[2\pi]\equiv\frac{19\pi}{15}[2\pi]\equiv-\frac{11\pi}{15}[2\pi]$

- $-\frac{11\pi}{15}\in]-\pi,\pi[$

  $-\frac{11\pi}{15}$ est la mesure principale de $(3\vec{v},-\frac{1}{3}\vec{w})$

Exercice 3:

1)



2)

$$\left(\overrightarrow{Oy},\overrightarrow{Oz}\right)\equiv\left(\overrightarrow{Oy},\overrightarrow{Ox}\right)+\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oz}\right)[2\pi]\equiv-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi}{3}[2\pi]\equiv\frac{5\pi}{12}[2\pi]$$

$$\left(\overrightarrow{Oz},\overrightarrow{Ot}\right)\equiv\left(\overrightarrow{Oz},\overrightarrow{Ox}\right)+\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Ot}\right)[2\pi]\equiv-\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}[2\pi]\equiv-\frac{7\pi}{6}[2\pi]\equiv\frac{5\pi}{6}[2\pi]$$

$$\left(\overrightarrow{Ot},\overrightarrow{Oy}\right)\equiv\left(\overrightarrow{Ot},\overrightarrow{Ox}\right)+\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oy}\right)[2\pi]\equiv\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}[2\pi]\equiv\frac{3\pi}{4}[2\pi]$$

Exercice 4:

$$\left(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IA}\right)\equiv-\frac{\pi}{3}[2\pi]$$

$$\left(\overrightarrow{AI},\overrightarrow{IB}\right)\equiv\left(-\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right)-\pi[2\pi]\equiv\frac{\pi}{3}-\pi[2\pi]\equiv-\frac{2\pi}{3}[2\pi]$$

$$\left(\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IA}\right)\equiv\pi-\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right)[2\pi]\equiv\pi-\frac{\pi}{3}[2\pi]\equiv\frac{2\pi}{3}[2\pi]$$

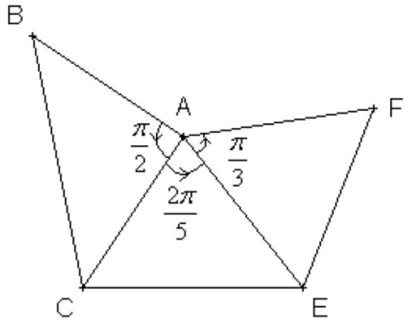
$$\left(\overrightarrow{AI},\overrightarrow{IC}\right)\equiv\left(-\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IC}\right)\equiv\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IC}\right)+\pi[2\pi]\equiv-\frac{2\pi}{3}+\pi[2\pi]\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$$

$$\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right)+\left(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$$

$$\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right)+\left(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$$

Exercice 5:

1/



2) a) $\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AE}\right)+\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right)[2\pi]$

$\equiv-\frac{\pi}{3}+(-\frac{2\pi}{5})+(-\frac{\pi}{2})[2\pi]\equiv-\frac{37\pi}{30}[2\pi]\equiv\frac{23\pi}{30}[2\pi]$

b) $\left(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{BC}\right)\equiv\left(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{EA}\right)+\left(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EC}\right)+\left(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{BC}\right)[2\pi]$

$\left(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{BC}\right)\equiv\left(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{EA}\right)+\left(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EC}\right)+\left(\overrightarrow{CE},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$

$\equiv\frac{\pi}{3}+\frac{3\pi}{10}+\frac{3\pi}{10}+\frac{\pi}{4}[2\pi]\equiv\frac{71\pi}{60}[2\pi]\equiv\frac{-49\pi}{60}[2\pi]$

c) $\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AE}\right)+\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$

$\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AE}\right)+\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC}\right)+\left(-\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$

$\equiv-\frac{\pi}{3}-\frac{2\pi}{5}+\frac{\pi}{4}-\pi[2\pi]\equiv-\frac{89\pi}{60}[2\pi]\equiv\frac{31\pi}{60}[2\pi]$

d) $\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{EC}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AE}\right)+\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{EC}\right)[2\pi]$

$\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{EC}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AE}\right)+\left(-\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EC}\right)[2\pi]$

$\equiv-\frac{\pi}{3}+\frac{3\pi}{10}+\pi[2\pi]\equiv\frac{29\pi}{30}[2\pi]$

Exercice 6:

ABC Triangle rectangle direct isocèle donc $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$

$\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CA}\right)\equiv\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}\right)+\pi[2\pi]\equiv-\frac{\pi}{4}+\pi[2\pi]\equiv\frac{3\pi}{4}[2\pi]$;

$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AK}\right)\equiv\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)[2\pi]\equiv\frac{1}{2}(\frac{\pi}{4})[2\pi]\equiv\frac{\pi}{8}[2\pi]$

$\left(\overrightarrow{KA},\overrightarrow{KB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}[2\pi]\equiv\frac{3\pi}{8}[2\pi]$

$$\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{KA}\right)\equiv\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)+\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{KA}\right)[2\pi]\equiv\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}[2\pi]\equiv\frac{5\pi}{8}[2\pi]$$

$$\left(\overrightarrow{KA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{KA},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]\equiv\frac{3\pi}{8}[2\pi]$$

2/ $\left(\overrightarrow{BJ},\overrightarrow{KA}\right)\equiv\left(\overrightarrow{BJ},\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{KA}\right)[2\pi]\equiv\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{KA}\right)\equiv-\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{8}[2\pi]\equiv\frac{3\pi}{8}[2\pi]$

$$\left(\overrightarrow{KA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{KA},\overrightarrow{BC}\right)+\pi[2\pi]\equiv\left(-\overrightarrow{BC},\overrightarrow{KA}\right)\equiv-\frac{5\pi}{8}+\pi[2\pi]\equiv\frac{3\pi}{8}[2\pi]$$

Donc $\left(\overrightarrow{BJ},\overrightarrow{KA}\right)\equiv\left(\overrightarrow{KA},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$

Exercice 7:

1/ $\left(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BF}\right)\equiv\left(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BF}\right)[2\pi]$

$\equiv\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}[2\pi]\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$, on a EB= EF donc EBF est un triangle rectangle isocèle en B et par suite $\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EF}\right)\equiv-\frac{\pi}{4}[2\pi]$

2/ $\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CE}\right)\equiv\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CE}\right)[2\pi]$

$\equiv\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}[2\pi]\equiv\frac{5\pi}{6}[2\pi]$

$$\begin{cases}\text{DCE isocele en C}\\ \text{CDE}=\frac{5\pi}{6}\end{cases}\Rightarrow \text{CED}=\frac{1}{2}\left(\pi-\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{12}$$

comme $\left(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{ED}\right)$ de sens direct donc $\left(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{ED}\right)\equiv\frac{\pi}{12}[2\pi]$

3/ $\left(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{ED}\right)\equiv\left(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{EB}\right)+\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EC}\right)+\left(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{ED}\right)[2\pi]$

$\equiv\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{12}[2\pi]\equiv-\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{12}[2\pi]\equiv[2\pi]$ par suite E,F et D sont alignés .

Exercice 8:

1/ $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)+\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

$\equiv\frac{\pi}{3}+\left(-\frac{2\pi}{3}\right)+\frac{5\pi}{6}[2\pi]\equiv-\frac{\pi}{3}+\frac{5\pi}{6}\equiv\frac{3\pi}{6}[2\pi]\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

Donc ACD est rectangle en A

2/ $\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)+\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC}\right)$

$\equiv\frac{2\pi}{3}+\frac{3\pi}{4}+\left(-\frac{5\pi}{12}\right)[2\pi]\equiv\frac{8\pi+9\pi-5\pi}{12}\equiv\pi[2\pi]$

Donc A,E et C sont alignés

Exercice 9:

1/

$$\begin{cases} ABE \text{ isocele en } B \\ ABE = \frac{3\pi}{7} \end{cases} \Rightarrow EAB = \frac{1}{2}(\pi - \frac{3\pi}{7}) = \frac{2\pi}{7}$$

comme $\left(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}\right)$ de sens direct donc $\left(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}\right) \equiv \frac{2\pi}{7}[2\pi]$

2/

- $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \pi - \left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}\right) - \left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$

$\equiv \pi - \frac{5\pi}{21} - \frac{\pi}{3}[2\pi] \equiv \frac{3\pi}{7}\pi[2\pi]$

- $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv \pi - \left(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CA}\right) - \left(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}\right)[2\pi]$

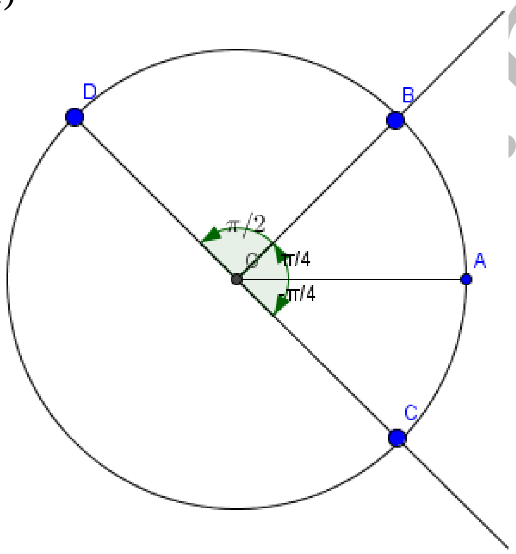
$\equiv \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{14}[2\pi] \equiv \frac{2\pi}{7}\pi[2\pi]$

- $\left(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv \left(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{2\pi}{7} + \frac{3\pi}{7} + \frac{2\pi}{7}[2\pi] \equiv \pi[2\pi]$

Donc E, A et D sont alignés

Exercice 10:

1)



$\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

$\left(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OC}\right) \equiv \left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}\right) + \pi + 2k\pi[2\pi] \equiv -\frac{\pi}{4} + \pi[2\pi] \equiv \frac{3\pi}{4}[2\pi]$,

$\left(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BO}\right) \equiv \left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)[2\pi] \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

$\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD}\right) \equiv \left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right) + \left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD}\right) \equiv \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}[2\pi] \equiv \frac{3\pi}{4}[2\pi]$

2) $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right) \equiv \left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}\right) + \left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)[2\pi] \equiv -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + 2k\pi = -\frac{\pi}{2}[2\pi]$ donc $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{OC}$

3) $\left(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}\right) \equiv \left(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OB}\right) + \left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD}\right)[2\pi] \equiv \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}[2\pi] = \pi[2\pi]$,comme OB=OC

donc les points C et D sont diamétralement opposés

Exercice 11:

1)a- $\frac{25\pi}{4} = \frac{24\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 6\pi + \frac{\pi}{4}$ donc $\frac{\pi}{4}$ la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$

b- ABC est un triangle rectangle isocèle

2)a- $\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right) \equiv \left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AN}\right)[2\pi]$

$\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right) \equiv \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}[2\pi] \equiv \pi[2\pi]$

Comme AM=AN donc A est le milieu de [MN]

b- $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{BC}\right) \equiv \left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)[2\pi] \equiv \left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right) + \pi + \left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right) + \pi[2\pi]$

$\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{BC}\right) \equiv \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}[2\pi] \equiv [2\pi]$

Donc (MN)//(BC)

Exercice 12:

1) $x = \frac{25\pi}{3} = \frac{24\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = 8\pi + \frac{\pi}{3}$ la mesure principale de x est $\frac{\pi}{3}$

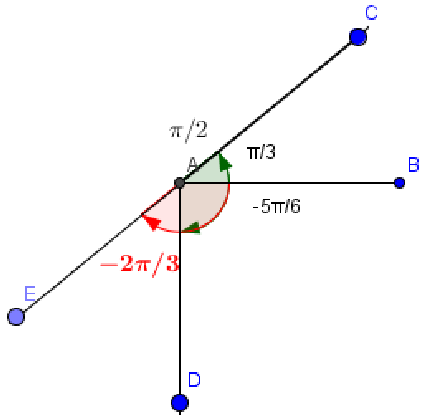
$y = \frac{19\pi}{6} = \frac{18\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = 3\pi + \frac{\pi}{6} = 4\pi - \pi + \frac{\pi}{6} = 4\pi - \frac{5\pi}{6}$ La mesure principale de y est $-\frac{5\pi}{6}$

2) $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right) \equiv \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)[2\pi] \equiv \frac{\pi}{3} - \frac{5\pi}{6}[2\pi] \equiv -\frac{3\pi}{6}[2\pi] \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD}$

3)

4)



5) $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)[2\pi]\equiv-\frac{\pi}{3}-\frac{2\pi}{3}[2\pi]\equiv-\pi[2\pi]$ donc les points A.C et E sont alignés