# Série Suites Réelles

Prof: Mr. Mahran Gaïed

## Exercice n°1 :

Déterminer les limites des suites suivantes :

1) $u_n=\dfrac{2n+5}{3n-2}$ 2) $u_n=\dfrac{n}{4}-2+\dfrac{2n}{n^2+5}$ 3) $u_n=\dfrac{-3n^2+2n+1}{2(n+1)^2}$

4) $u_n=\dfrac{10n-3}{n^2-2}$ 5) $u_n=\dfrac{2n^2-1}{3n+2}$ 6) $u_n=\dfrac{2n^2-1}{3n+2}$

7) $u_n=\dfrac{3n^2-4}{n+1}-3n$ 8) $u_n=\dfrac{\sqrt{n+2}}{n+2}$ 9) $u_n=\dfrac{n\sqrt{n}+n}{n-2}$

## Exercice n°2 :

La suite $(u_n)$ est définie par $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\sqrt{2+u_n} \end{cases}$.

1) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0<u_n<2$
2) Montrer que la suite $(u_n)$ est croissante
3) En déduire que $(u_n)$ est convergente

## Exercice n° 3 :

1) La suite $(u_n)$ est définie par $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=\dfrac{1+2u_n}{2+u_n} \end{cases}$
   a) Démontrer par récurrence que pour tout n, $0\le u_n<1$
   b) Vérifier que $u_{n+1}-u_n=\dfrac{1-u_n^2}{2+u_n}$
   c) Montrer que la suite $(u_n)$ est alors croissante
   d) En déduire que suit $(u_n)$ est convergente vers une limite $\ell$
2) Soit la suite $(v_n)$ définie par $v_n=\dfrac{1-u_n}{1+u_n}$
   a) Montrer que la suite $(v_n)$ est géométrique.
   b) Exprimer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n
   c) Calculer la $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

## Exercice n°4 :

Soit la suite $(u_n)$ définie par $\begin{cases} u_0=3 \\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n-2 \end{cases}$ et $v_n=u_n+3$

1) Démontrer que la suite $(v_n)$ est géométrique
2) Exprimer $v_n$ et $u_n$ en fonction de n
3) On note $S_n=v_0+v_1+\dots\dots+v_n$ et $S'_n=u_0+u_1+\dots\dots+u_n$
   a) Calculer $S_n$ et $S'_n$ en fonction de n
   b) En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} S'_n$

## Exercice n°5 :

1) La suite $(u_n)$ est définie par $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\dfrac{9}{6-u_n} \end{cases}$
   a) Démontrer par récurrence que pour tout n, $0<u_n<3$
   b) Vérifier que $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(3-u_n)^2}{6-u_n}$
   c) Montrer que la suite $(u_n)$ est alors croissante
   d) En déduire que suit $(u_n)$ est convergente vers une limite $\ell$
2) Soit la suite $(v_n)$ définie par $v_n=\dfrac{1}{u_n-3}$
   a) Montrer que la suite $(v_n)$ est arithmétique de raison $-\dfrac{1}{3}$
   b) Exprimer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n
   c) Calculer la $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$