تمرين عدد 1 : للمساعدة إضغط هنا (يمكنك مشاهدة الملخص كامل ثم إنجاز التمرين)

لكل حالة من الحالات التالية نقترح عدّة إجابات محتملة ، ضع علامة $(\times)$ أمام المقترح السليم :

إذا كان a و b عددين حقيقيّين حيث $a-b<-\sqrt{2}-1$ فإنّ :

☐ a و b سالبان　　☐ $a<b$　　☐ $a>b$

إذا كان a و b عددين حقيقيّين حيث $a-b<-\sqrt{5}$ فإنّ :

☐ a و b سالبان　　☐ $(a-b)^2<5$　　☐ $(a-b)^2>5$

إذا كان a و b عددين حقيقيّين مخالفين للصفر حيث $a<b$ فإنّ :

☐ $-a<-b$　　☐ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　☐ $-12a>-12b$

إذا كان $A=2\sqrt{5}-8$ و $B=3\sqrt{5}-7$ فإنّ :

☐ $A<B<0$　　☐ $A<0<B$　　☐ $0<A<B$

a و b عددان حقيقيّان سالبان قطعا . إذا كان $a\leq b$ فإنّ :

☐ $\frac{1}{a}\geq\frac{1}{b}$　　☐ $a^2+\sqrt{2}\geq b^2+1$　　☐ $-a-1\geq-(b+3)$

a و b عددان حقيقيّان حيث $ab=-\sqrt{6}$ و $a>b$ لدينا :

☐ $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　☐ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　☐ $\frac{1}{a}=\frac{1}{b}$

تمرين عدد 2 : للمساعدة إضغط هنا

قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $x - y = \frac{1}{3}$. ب- $x = \pi + 1$ و $y = \pi + \sqrt{2}$.

ج- $x = 3\sqrt{3}$ و $y = \pi + \sqrt{12}$. د- $x = \pi + \sqrt{5}$ و $y = 5$.

هـ- $x = 3\sqrt{3}$ و $y = \sqrt{12}$. م- $x = \frac{3}{\pi - \sqrt{3}}$ و $y = \frac{3}{3 - \sqrt{3}}$.

تمرين عدد 3 : للمساعدة إضغط هنا

ليكن a عدد حقيقي موجب قطعا .

1) أ- اختصر العبارة $A = (\sqrt{a+1} - \sqrt{a})(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$.

ب- استنتج مقلوب العدد $(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$.

1) أ- قارن بين $2\sqrt{a}$ و $\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$.

ب- استنتج أن $\sqrt{a+1} - \sqrt{a} \leq \frac{\sqrt{a}}{2a}$.

تمرين عدد 4 : للمساعدة إضغط هنا

نعتبر العددين الحقيقيين : $a = 4 - 3\sqrt{12} + \sqrt{48}$ و $b = (1+\sqrt{3})^2$

1) بيّن أنّ $a = 4 - 2\sqrt{3}$ و $b = 4 + 2\sqrt{3}$

2) قارن بين $2\sqrt{3}$ و 4 ثمّ استنتج علامة العدد a

3)

أ- بيّن أنّ $a \times b = 4$

ب- استنتج أنّ $\sqrt{\frac{a}{b}} = 2-\sqrt{3}$

4) ليكن العدد الحقيقي $c=\sqrt{a}-\sqrt{b}$

أ- بيّن أنّ العدد c سالب

ب- احسب c^2 ثم استنتج c

تمرين عدد 5 : للمساعدة إضغط هنا

1) نعتبر العدد الحقيقي $a = 2\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)-4$

أ- بيّن أن $a = 6-2\sqrt{5}$.

ب- قارن بين العددين 6 و $2\sqrt{5}$.

ج- استنتج أن a عدد موجب .

2) بيّن أن $a = (\sqrt{5}-1)^2$.

3) ليكن العدد الحقيقي $b = \sqrt{245}-\sqrt{45}$

أ- بيّن أن $b = 4\sqrt{5}$.

ب- بيّن أن $\frac{b-a}{\sqrt{5}-1}$ هو عدد صحيح طبيعي .

تمرين عدد 6 : للمساعدة إضغط هنا

1) نعتبر العدد الحقيقي $a = 5\sqrt{2}-7$

أ- قارن بين العددين 6 و $5\sqrt{2}$.

ب- استنتج علامة العدد a .

2) ليكن العدد الحقيقي $b = \sqrt{200}-\sqrt{50}+\sqrt{49}$

أ- بيّن أن $b = 5\sqrt{2} + 7$.

ب- بيّن أن العددين a و b مقلوبان .

ج- بيّن أن العددين b و $b(a-1)-(1-a)$ متقابلان .

تمرين عدد 7 : للمساعدة إضغط هنا

1) نعتبر العددين $a = \left(\sqrt{3}+2\right)^2$ و $b = 3\sqrt{18} - \sqrt{32} + 7$

أ- بيّن أن $a = 7 + 4\sqrt{3}$ و $b = 7 + 5\sqrt{2}$.

ب- قارن بين العددين $4\sqrt{3}$ و $5\sqrt{2}$ ثم استنتج مقارنة بين العددين a و b .

2) نعتبر العدد $c = 7 - 4\sqrt{3}$

أ- بيّن أن العددين a و c مقلوبان .

ب- استنتج أن $bc > 1$.

3) بين أن العدد $\sqrt{\frac{a}{c} + \frac{c}{a} + 2}$ هو عدد صحيح طبيعي .

تمرين عدد 8 : للمساعدة إضغط هنا

1) نعتبر العددين $a = 3 + \sqrt{162} - 10\sqrt{2}$ و $b = (1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) + 1$

أ- بيّن أن $a = 3 - \sqrt{2}$ و $b = \sqrt{3}$.

ب- استنتج علامة العدد a .

2) أ- بيّن أن $a^2 - b^2 = 2\left(4 - 3\sqrt{2}\right)$.

ب- قارن بين العددين 4 و $3\sqrt{2}$.

ج- استنتج مقارنة العددين a و b .

تمرين عدد 1 :

لكل حالة من الحالات التالية نقترح عدة إجابات محتملة ، ضع علامة (×) أمام المقترح السليم :

إذا كان a و b عددين حقيقيين حيث $a-b<-\sqrt{2}-1$ فإنّ :

☐ a و b سالبان ☒ $a<b$ ☐ $a>b$

$a-b<-\sqrt{2}-1$ إذن $a-b<0$

و منه $a<b$

إذا كان a و b عددين حقيقيين حيث $a-b<-\sqrt{5}$ فإنّ :

☐ a و b سالبان ☐ $(a-b)^2<5$ ☒ $(a-b)^2>5$

$a-b<-\sqrt{5}$ إذن $a-b$ عدد سالب

$a-b<-\sqrt{5}$ يعني $(a-b)^2>(-\sqrt{5})^2$

يعني $(a-b)^2>5$

إذا كان a و b عددين حقيقيين مخالفين للصفر حيث $a<b$ فإنّ :

- [x] $-12a>-12b$
- [ ] $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$
- [ ] $-a<-b$

لما $a<b$ و $-12<0$ إذن $-12a>-12b$

إذا كان $A=2\sqrt{5}-8$ و $B=3\sqrt{5}-7$ فإنّ :

- [ ] $0<A<B$
- [ ] $A<0<B$
- [x] $A<B<0$

لما $3>2$ إذن $3\sqrt{5}>2\sqrt{5}$.

$-7>-8$ إذن $3\sqrt{5}-7>2\sqrt{5}-8$

ومنه $B>A$

$(2\sqrt{5})^2=20$ و $8^2=64$

$8^2>(2\sqrt{5})^2$ و العددان موجبان إذن $8>2\sqrt{5}$

ومنه $2\sqrt{5}-8<0$ أي $A<0$

$7^2=49$ و $(3\sqrt{5})^2=45$

$(3\sqrt{5})^2<7^2$ والعددان موجبان إذن $3\sqrt{5}<7$

ومنه $3\sqrt{5}-7<0$ أي $\boxed{B<0}$

a و b عددان حقيقيان سالبان قطعا . إذا كان $a \le b$ فإن :

$\frac{1}{a}\ge\frac{1}{b}$ ☒ $a^2+\sqrt{2}\ge b^2+1$ ☒ $-a-1\ge-(b+3)$ ☒

* a و b سالبان قطعا و $a\le b$ إذن $\frac{1}{a}\ge\frac{1}{b}$
* a و b سالبان قطعا و $a\le b$ إذن $a^2\ge b^2$

$\sqrt{2}>1$ إذن $a^2+\sqrt{2}\ge b^2+1$

* a و b سالبان قطعا و $a\le b$ إذن $-a\ge -b$

$-1>-3$ إذن $-a-1\ge -b-3$ ومنه $-a-1\ge-(b+3)$

a و b عددان حقيقيّان حيث $ab=-\sqrt{6}$ و $a>b$ لدينا :

$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ ☐ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ ☒ $\frac{1}{a}=\frac{1}{b}$ ☐

$ab=-\sqrt{6}$ إذن a و b لهما علامة مختلفة

وبما أن $a>b$ فإن b سالب و a موجب

إذن $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

تمرين عدد 2 :

قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $x-y=\frac{1}{3}$

$x-y=\frac{1}{3}>0$ إذن $x>y$

ب- $x=\pi+1$ و $y=\pi+\sqrt{2}$.

$x-y=\pi+1-\pi-\sqrt{2}=1-\sqrt{2}<0$

إذن $x<y$.

ج- $x = 3\sqrt{3}$ و $y = \pi + \sqrt{12}$.

$$x - y = 3\sqrt{3} - \pi - \sqrt{12} = 3\sqrt{3} - \pi - \sqrt{4 \times 3}$$

$$= 3\sqrt{3} - \pi - 2\sqrt{3} = \sqrt{3} - \pi < 0$$

إذن $y > x$

د- $x = \pi + \sqrt{5}$ و $y = 5$.

$$x - y = \pi + \sqrt{5} - 5 > 0$$

إذن $x > y$

هـ- $x = 3\sqrt{3}$ و $y = \sqrt{12}$.

$$x - y = 3\sqrt{3} - \sqrt{12} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3} > 0$$

إذن $x > y$

م- $x = \dfrac{3}{\pi - \sqrt{3}}$ و $y = \dfrac{3}{3 - \sqrt{3}}$.

$3 - \sqrt{3} - \pi + \sqrt{3} = 3 - \pi < 0$

إذن $\pi - \sqrt{3} > 3 - \sqrt{3}$ ومنه $\dfrac{3}{\pi - \sqrt{3}} < \dfrac{3}{3 - \sqrt{3}}$

تمرين عدد 3 :

ليكن a عدد حقيقي موجب قطعا .

1) أ- اختصر العبارة $A = (\sqrt{a+1} - \sqrt{a})(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$.

$A = \left(\sqrt{a+1} - \sqrt{a}\right)\left(\sqrt{a+1} + \sqrt{a}\right)$

$A = \sqrt{a+1}^2 - \sqrt{a}^2 = a + 1 - a = 1$

ب- استنتج مقلوب العدد $(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$.

لنا $\left(\sqrt{a+1} - \sqrt{a}\right)\left(\sqrt{a+1} + \sqrt{a}\right) = 1$ إذن مقلوب العدد

$\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ هو $\sqrt{a+1} - \sqrt{a}$.

1) أ- قارن بين $2\sqrt{a}$ و $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$.

$$\sqrt{a+1}+\sqrt{a}-2\sqrt{a}=\sqrt{a+1}-\sqrt{a}=\frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}>0$$

إذن $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}>2\sqrt{a}$

ب- استنتج أن $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\leq\frac{\sqrt{a}}{2a}$.

لنا $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}\geqslant 2\sqrt{a}$ إذن $\frac{1}{\sqrt{a+1}-\sqrt{a}}\geqslant 2\sqrt{a}$

ومنه $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\leqslant\frac{1}{2\sqrt{a}}$ أي $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\leqslant\frac{\sqrt{a}}{2a}$

تمرين عدد 4 :

نعتبر العددين الحقيقيين : $a=4-3\sqrt{12}+\sqrt{48}$ و $b=(1+\sqrt{3})^2$

1) بيّن أنّ $a=4-2\sqrt{3}$ و $b=4+2\sqrt{3}$

$$a=4-3\sqrt{12}+\sqrt{48}=4-3\sqrt{4\times 3}+\sqrt{16\times 3}$$

$$=4-6\sqrt{3}+4\sqrt{3}=4-2\sqrt{3}$$

$$b=(1+\sqrt{3})^2=1+2\sqrt{3}+3=4+2\sqrt{3}$$

2) قارن بين $2\sqrt{3}$ و 4 ثمّ استنتج علامة العدد a

$4^2=16$ و $(2\sqrt{3})^2=12$

$4^2>(2\sqrt{3})^2$ و العددان موجبان إذن $4>2\sqrt{3}$

أي $4-2\sqrt{3}>0$ و منه $a>0$ إذن a عدد موجب

3)

أ- بيّن أنّ $a\times b=4$

$$a\times b=\left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right)=4^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2$$

$$=16-12=4$$

ب- استنتج أنّ $\sqrt{\frac{a}{b}}=2-\sqrt{3}$

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{\frac{a^2}{b\times a}}=\sqrt{\frac{\left(4-2\sqrt{3}\right)^2}{4}}=\sqrt{\frac{\left(4-2\sqrt{3}\right)^2}{2^2}}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{4-2\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\left|\frac{4-2\sqrt{3}}{2}\right|=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{2\left(2-\sqrt{3}\right)}{2}=2-\sqrt{3}$$

4) ليكن العدد الحقيقي $c=\sqrt{a}-\sqrt{b}$

أ- بيّن أنّ العدد c سالب

$a-b=4-2\sqrt{3}-4-2\sqrt{3}=-4\sqrt{3}<0$

إذن $b>a$ و بما أن a و b موجبان

إذن $\sqrt{b}>\sqrt{a}$ ومنه $\sqrt{a}-\sqrt{b}<0$

إذن c عدد سالب.

ب- احسب c^2 ثم استنتج c

$$c^2=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2=\sqrt{a}^2-2\sqrt{ab}+\sqrt{b}^2$$

$$=a-2\sqrt{4}+b=4-2\sqrt{3}-4+4+2\sqrt{3}=4$$

$c^2=4$ يعني $c=\sqrt{4}$ أو $c=-\sqrt{4}$ يعني $c=2$ أو $c=-2$

و بما أن c عدد سالب فإن $c=-2$

4) ليكن العدد الحقيقي $c=\sqrt{a}-\sqrt{b}$

أ- بيّن أنّ العدد c سالب

$a-b=4-2\sqrt{3}-4-2\sqrt{3}=-4\sqrt{3}<0$

إذن $b>a$ و بما أن a و b موجبان

إذن $\sqrt{b}>\sqrt{a}$ ومنه $\sqrt{a}-\sqrt{b}<0$

إذن c عدد سالب.

ب- احسب c^2 ثم استنتج c

$c^2=(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=\sqrt{a}^2-2\sqrt{ab}+\sqrt{b}^2$

$=a-2\sqrt{4}+b=4-2\sqrt{3}-4+4+2\sqrt{3}=4$

$c^2=4$ يعني $c=\sqrt{4}$ أو $c=-\sqrt{4}$ يعني $c=2$ أو $c=-2$

و بما أن c عدد سالب فإن $c=-2$