الأستاذة الشريف	تمارين المقارنة من مناظرات 2001 إلى 2019	التاسعة أساسي

التمرين عـــدد (2001)

نعتبـــر العـدديـــن الحقيقيـــن :

$a = \sqrt{3}(2+\sqrt{3}) - 2$ و $b = 6\sqrt{2} - \sqrt{18} + 1$

1) بيّن أنّ $a = 1 + 2\sqrt{3}$ و $b = 1 + 3\sqrt{2}$

2) أ- قارن بين العددين $3\sqrt{2}$ و $2\sqrt{3}$

ب- أثبت أنّ $1 < a < b$

ج- استنتج ترتيبا للأعداد $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ و 1

التمرين عـــدد (2002)

1) نعتبـــر العدد الحقيقي : $a = -|2\sqrt{2} - 3|$

أ- قارن بين العددين 3 و $2\sqrt{2}$

ب- استنتج أنّ : $a = 3 - 2\sqrt{2}$

2) نعتبـــر العدد الحقيقي $b = \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) + \sqrt{18} + 1$

بيّن أنّ : $b = 3 + 2\sqrt{2}$

3) أ- أحسب الجداء $a.b$ واستنتج أنّ العدد a هو مقلوب العدد b

ب- أحسب العدد $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ واستنتج أنه عدد صحيح طبيعي.

التمرين عـــدد (2003)

1) نعتبـــر العدد الحقيقـــي : $a = \sqrt{125} - \sqrt{20} - 1$.

أ- بيّـــن أنّ $a = 3\sqrt{5} - 1$.

ب- أثبت أنّ a عدد موجب.

2) لِيَكُنْ العدد الحقيقـــي $b = 6 + 4\sqrt{5}$.

أ- أحسب ab .

ب- بيّـــن أنّ $(b-a)^2 = ab$.

ج- إستنـــج أنّ : $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b-a}$.

التمرين عـــدد (2004)

نعتبر العدد الحقيقي $a=\sqrt{9}+\sqrt{98}-\sqrt{50}$

1) أ- بيّن أنّ $a=3+2\sqrt{2}$

ب- بيّن أنّ $a-5=2(\sqrt{2}-1)$

ج- استنتج أنّ $a>5$

2) أ- بيّن أنّ $a=(1+\sqrt{2})^2$

ب- استنتج مقارنة للعددين $1+\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$

التمرين عـــدد (2005)

نعتبر العددين $a=3+\sqrt{162}-10\sqrt{2}$ و $b=(1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+1$

1) أ- بيّـــن أنّ $a=3-\sqrt{2}$

ب- ما هي علامة العدد a ؟ علّل جوابك.

ج- بيّـــن أنّ $b=\sqrt{3}$

2) أ- بيّـــن أنّ $a^2-b^2=2(4-3\sqrt{2})$

ب- قـــارن بيـــن العددين 4 و $3\sqrt{2}$

ج- استنتج مقارنة العددين a و b

التمرين عـــدد (2006)

1) نعتبر العدد $a=2\sqrt{75}-4\sqrt{12}$

بيّـــن أنّ $a=2\sqrt{3}$

2) نعتبر العدد $b=2+\sqrt{3}$

أ - قـــارن بيـــن العددين a و b

ب - بيّن أنّ $2-\sqrt{3}$ هو مقلوب العدد b

ج - بيّن أنّ $2-\sqrt{3}<\frac{1}{2\sqrt{3}}$

التمرين عـــدد 7 (2007)

1) نعتبر العدد الحقيقي $a = \sqrt{50} - \sqrt{8}(\sqrt{2} + 1)$

أ – بيّن أنّ $a = 3\sqrt{2} - 4$

ب – قارن بين العددين 4 و $3\sqrt{2}$

ج – استنتج أنّ a عدد موجب

2) نعتبر العددين الحقيقيين $x = \frac{7}{\sqrt{2}+1}$ و $y = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

أ – بيّن أنّ $x - y = 2a$

ب – استنتج مقارنة العددين x و y

التمرين عـــدد 8 (2008)

1) نعتبر العدد الحقيقي $a = 2\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1) - 4$

أ – بيّن أنّ $a = 6 - 2\sqrt{5}$

ب - قارن بين العددين 6 و $2\sqrt{5}$

ج - استنتج أنّ a عدد موجب.

2) بيّن أنّ $a = (\sqrt{5} - 1)^2$

3) ليكن العدد الحقيقي $b = \sqrt{245} - \sqrt{45}$

أ - بيّن أنّ $b = 4\sqrt{5}$

ب - بيّن أنّ $\frac{b-a}{\sqrt{5}-1}$ عدد صحيح طبيعي.

التمرين عـــدد 9 (2009)

1) نعتبر العدد الحقيقي $a = 5\sqrt{2} - 7$

أ- قارن بين العددين 7 و $5\sqrt{2}$

ب- استنتج علامة العدد a.

2) ليكن العدد الحقيقي $b = \sqrt{200} - \sqrt{50} + \sqrt{49}$

أ- بين أنّ $b = 5\sqrt{2} + 7$

ب- بين أنّ b هو مقلوب العدد a .

ج- بين أنّ العددين b و $b(a - 1) - 1$ متقابلان.

التمرين عـــــ13ـــــدد (2013)

نعتبر العددين الحقيقيين $a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ و $b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

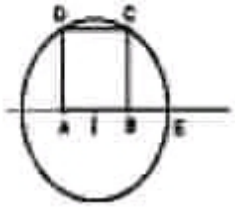
1) أ) احسب $a \times b$

ب) بيّن أنّ b مقلوب العدد a.

2) (وحدة قيس الطول هي السنتمتر).

ABCD مربّع بحيث $AB=1$ و I منتصف [AB].

الدائرة التي مركزها I وتمرّ من النقطة C تقطع نصف المستقيم [AB] في نقطة E.



أ) احسب البعد IC

ب) بيّن أنّ $AE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $BE = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

التمرين عـــــ14ـــــدد (2014)

نعتبر العددين الحقيقيين $a = 4-3\sqrt{12}+\sqrt{48}$ و $b = (1+\sqrt{3})^2$

1) بيّن أنّ $a = 4-2\sqrt{3}$ و $b = 4+2\sqrt{3}$

2) قارن بين $2\sqrt{3}$ و 4 ثمّ استنتج علامة العدد a

3) أ) بيّن أنّ $a \times b = 4$

ب) استنتج أنّ $\sqrt{\frac{a}{b}} = 2-\sqrt{3}$

4) ليكن العدد الحقيقي $c = \sqrt{a}-\sqrt{b}$

أ) بيّن أنّ العدد c سالب.

ب) احسب c^2 ثمّ استنتج c.

التمرين عـــــ15ـــــدد (2015)

لتكن العددين الحقيقيين a و b حيث $a = \frac{(\sqrt{13}+1)^2-8}{4}$ و $b = \frac{\sqrt{52}-4}{4}$.

1) بيّن أن $a = \frac{\sqrt{13}+3}{2}$ و $b = \frac{\sqrt{13}-3}{2}$

2) أ) أحسب $b - a$

ب) بيّن أن a مقلوب b

ج) بيّن أن $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2 = (b-a)^2$

ثم إستنتج قيمة $\sqrt{\frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2}$

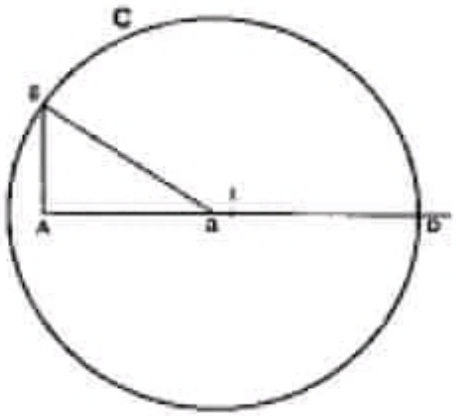
3) (وحدة الطول هي السنتمتر)

في الرسم المقابل لدينا :

- ABE مثلث قائم حيث $AB = 3$ و $AE = 2$.
- C دائرة مركزها B وتمرّ من النقطة E
- D نقطة تقاطع الدائرة C ونصف المستقيم [AB)
- I منتصف قطعة المستقيم [AD]

أ) أحسب BE

ب) بيّن أن $AI = \frac{\sqrt{13}+3}{2}$ و $BI = \frac{\sqrt{13}-3}{2}$



التمرين عـــــ16ـــــدد (2016)

في الرسم المقابل لدينا (O, I, J) معيّن متعامد من المستوي حيث $OI = OJ = 1$ و $A(a,0)$ و $B(0,a)$ نقطتان من المستوي علما أنّ a عدد حقيقي و $a > 1$.

1) المستقيم المارّ من A والموازي للمستقيم (BI) يقطع (OJ) في النقطة E.

بيّن أنّ $\frac{OE}{OB} = \frac{OA}{OI}$ ثمّ إستنتج أنّ $OE = a^2$.

2) لتكن النقطة M من نصف المستقيم [OI) حيث $EM=1$ و M لا تنتمي لقطعة المستقيم [OE].

حدّد البعد OM بدلالة a.

3) المستقيم المارّ من النقطة I والموازي للمستقيم (AM) يقطع (OI) في النقطة K.

بيّن أنّ $OK = \frac{a}{a^2+1}$

4) أ) أثبت أنّ $(x-2)(x-\frac{1}{2}) = x^2 - \frac{5}{2}x + 1$ حيث x عدد حقيقي.

ب) بيّن إذا كان $OK = \frac{2}{5}$ فإنّ النقطة I منتصف قطعة المستقيم [OA]

التمرين عـــــ17ـــــدد (2017)

نعتبر العددين الحقيقيين الموجبين a و b حيث $a^2 = 11+6\sqrt{2}$ و $b^2 = 11-6\sqrt{2}$.

1) أ) قارن العددين a^2 و b^2 .

ب) بيّن أن $(a-b)$ عدد موجب.

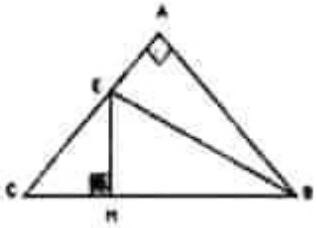
2) أحسب a^2b^2 ثم استنتج أن $ab = 7$.

3) أحسب $(a-b)^2$ ثم إستنتج أن $a-b = 2\sqrt{2}$.

(وحدة قيس الطول المستقيم)

في الرسم المقابل لدينا :

- ABC مثلث متقايس الضلعين وقائم في A، حيث $AB = a$
- E النقطة من $[AC]$ حيث $AE = b$
- H المسقط العمودي للنقطة E على (BC).



4) أ) بيّن أن المثلث HEC متقايس الضلعين.

ب) بيّن أن $EH = 2$.

5) لتكن S مساحة المثلث BEC.

أ) بيّن أن $S = a\sqrt{2}$.

ب) بيّن أيضا أن $S = 2+3\sqrt{2}$، ثم إستنتج أن $a = 3+\sqrt{2}$.

التمرين عـــــ18ـــــدد (2018)

نعتبر العددين الحقيقيين $a = \dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+3)-(\sqrt{5}-1)}{4}$ و $b = \dfrac{6-\sqrt{20}}{4}$

1) بيّن أن $a = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $b = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

2) أ) بيّن أن a و b عددان مقلوبان.

ب) أحسب $a+b$

ج) بيّن أن $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2} = (a+b)^2 - 2ab$ ثم احسب $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$

3) أ) بيّن أن $2 \le \sqrt{5} \le \dfrac{5}{2}$

ب) بيّن أن $\dfrac{5}{2} \le a \le \dfrac{11}{4}$

ج) استنتج حصرا للعدد b ثم تحقق أن مداه أصغر قطعا من 0,04.

نعتبر العددين الحقيقيين $a = 12 + \sqrt{200} - \sqrt{8}$ و $b = 2(6 + 3\sqrt{3})$

1) أ) بيّن أنّ $a = 2(6 + 4\sqrt{2})$

ب) قارن بين $4\sqrt{2}$ و $3\sqrt{3}$ ثمّ استنتج أنّ $b < a$

2) بيّن أنّ $b = (3 + \sqrt{3})^2$ و $a = (2 + 2\sqrt{2})^2$

3) ليكن العدد الحقيقي $c = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{2 + 2\sqrt{2}}$

أ) بيّن أنّ $c^2 < 1$

ب) بيّن أنّ $\dfrac{1}{2} < c < 1$

الأستاذة الشريف	إصلاح تمارين المقارنة من 1 الى 19 من مناظرات 2001 الى 2019 على التوالي	التاسعة أساسي

التمرين عـــ1ـــدد (2001)

1)

$$a = \sqrt{3}(2+\sqrt{3}) - 2$$
$$= 2\sqrt{3} + 3 - 2$$
$$= 2\sqrt{3} + 1$$
$$= 1 + 2\sqrt{3}$$

إذن $\boxed{a = 1 + 2\sqrt{3}}$

$$b = 6\sqrt{2} - \sqrt{18} + 1$$
$$= 6\sqrt{2} - \sqrt{9 \times 2} + 1$$
$$= 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 1$$
$$= 3\sqrt{2} + 1$$
$$= 1 + 3\sqrt{2}$$

إذن $\boxed{b = 1 + 3\sqrt{2}}$

2) أ- $(2\sqrt{3})^2 = 12$ و $(3\sqrt{2})^2 = 18$ و $12 < 18$

إذن $(2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2$ و لدنا $2\sqrt{3}$ و $3\sqrt{2}$ موجبان فإن $\boxed{2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}}$

ب- لدينا $2\sqrt{3}$ عدد موجب قطعا يعني $2\sqrt{3} > 0$ إذن $2\sqrt{3} + 1 > 0 + 1$ أي $a > 1$

و $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ إذن $2\sqrt{3} + 1 < 3\sqrt{2} + 1$ أي $a < b$

لدنا $\begin{cases} a > 1 \\ a < b \end{cases}$ و يعني $\boxed{1 < a < b}$

التمرين عـــ2ـــدد (2002)

1) أ- $(2\sqrt{2})^2 = 8$ و $3^2 = 9$ و $8 < 9$

إذن $(2\sqrt{2})^2 < 3^2$ و لدنا $2\sqrt{2}$ و 3 موجبان فإن $\boxed{2\sqrt{2} < 3}$

ب- بما أن $2\sqrt{2} < 3$ فإن $2\sqrt{2} - 3 < 0$ أي $2\sqrt{2} - 3$ عدد سالب

و بالتالي $a = |2\sqrt{2} - 3|$

$$= -(2\sqrt{2} - 3)$$
$$= -2\sqrt{2} + 3$$
$$= 3 - 2\sqrt{2}$$

إذن $\boxed{a = 3 - 2\sqrt{2}}$

2) $b = \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) + \sqrt{18} + 1$

$$= 2 - \sqrt{2} + \sqrt{9 \times 2} + 1$$
$$= 2 + 1 - \sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$= 3 + 2\sqrt{2}$ إذن $\boxed{b = 3 + 2\sqrt{2}}$

3) أ- $ab = (3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})$

$= 3^2 - (2\sqrt{2})^2$

$= 9 - 8 = 1$ إذن $\boxed{ab = 1}$

بما أن $ab = 1$ فإن a و b مقلوبان و بالتالي $\boxed{a \text{ هو مقلوب } b}$

ب- بما أن a هو مقلوب b فإن $\frac{1}{a} = b$ و $\frac{1}{b} = a$

و بالتالي $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = b + a$

$= (3 + 2\sqrt{2}) + (3 - 2\sqrt{2})$

$= 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2}$

$= 6$ إذن $\boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 6}$

و بما أن 6 عدد صحيح طبيعي فإن $\boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ عدد صحيح طبيعي

التمرين عـــدد (2003)

1) أ- $a = \sqrt{125} - \sqrt{20} - 1$

$= \sqrt{25 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} - 1$

$= 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 1$

$= 3\sqrt{5} - 1$ إذن $\boxed{a = 3\sqrt{5} - 1}$

ب- $(3\sqrt{5})^2 = 45$ و $1^2 = 1$ و $1 < 45$

إذن $1^2 < (3\sqrt{5})^2$ و لما $3\sqrt{5}$ و 1 موجبان فإن $1 < 3\sqrt{5}$

و بالتالي $3\sqrt{5} - 1 > 0$ و منه $3\sqrt{5} - 1$ عدد موجب أي أن $\boxed{\text{عدد موجب}}$

2) $ab = (3\sqrt{5} - 1)(6 + 4\sqrt{5})$

$= 3\sqrt{5} \times 6 - 1 \times 6 + 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} - 1 \times 4\sqrt{5}$

$= 18\sqrt{5} - 6 + 60 - 4\sqrt{5}$

$= 14\sqrt{5} + 54$ إذن $\boxed{ab = 14\sqrt{5} + 54}$

ب - $(b-a)^2 = \left[(6+4\sqrt{5})-(3\sqrt{5}-1)\right]^2$

$= \left[6+4\sqrt{5}-3\sqrt{5}+1\right]^2$

$= (7+\sqrt{5})^2$

$= 7^2 + 2\times 7\times\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$

$= 49 + 14\sqrt{5} + 5$

$= 54 + 14\sqrt{5}$

إذن $(b-a)^2 = 54 + 14\sqrt{5}$

لدينا $\begin{cases} ab = 14\sqrt{5}+54 \\ (b-a)^2 = 54+14\sqrt{5} \end{cases}$ و إذن $\boldsymbol{(b-a)^2 = ab}$

ج - $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} - \frac{a}{ab}$

$= \frac{b-a}{ab}$

$= \frac{b-a}{(b-a)^2}$

$= \frac{(b-a)}{(b-a)(b-a)}$

$= \frac{1}{b-a}$

إذن $\boldsymbol{\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b-a}}$

التمرين عـــدد (2004)

1)

أ - $a = \sqrt{9} + \sqrt{98} - \sqrt{50}$ $= 3 + \sqrt{49\times 2} - \sqrt{25\times 2}$ $= 3 + 7\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$ $= 3 + 2\sqrt{2}$ إذن $\boldsymbol{a = 3 + 2\sqrt{2}}$	ب - $a - 5 = (3+2\sqrt{2}) - 5$ $= 3 + 2\sqrt{2} - 5$ $= 2\sqrt{2} - 2$ $= 2\sqrt{2} - 2\times 1$ $= 2(\sqrt{2}-1)$ إذن $\boldsymbol{a - 5 = 2(\sqrt{2}-1)}$

ج - بما أن $1 < \sqrt{2}$ ($\sqrt{2} = 1,\ldots\ldots\ldots$) فإن $\sqrt{2} - 1 > 0$ و 2 عدد موجب قطعا

و بالتالي $2(\sqrt{2}-1) > 0$ و منه $a - 5 > 0$ يعني $\boldsymbol{a > 5}$

2) أ- $(1+\sqrt{2})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2$

$= 3 + 2\sqrt{2} = a$ إذن $\boxed{a = (1+\sqrt{2})^2}$

ب- بما أن $a > 5$ فإن $(1+\sqrt{2})^2 > 5$ أي $(1+\sqrt{2})^2 > (\sqrt{5})^2$

و لدينا $1+\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ موجبان إذن $\boxed{1+\sqrt{2} > \sqrt{5}}$

التمرين عـــدد (2005)

1) أ- $a = 3 + \sqrt{162} - 10\sqrt{2}$

$= 3 + \sqrt{81 \times 2} - 10\sqrt{2}$

$= 3 + 9\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$

$= 3 + (9-10)\sqrt{2}$

$= 3 - \sqrt{2}$ إذن $\boxed{a = 3 - \sqrt{2}}$

ب- بما أن $(\sqrt{2})^2 = 2$ و $3^2 = 9$ و $2 < 9$

فإن $(\sqrt{2})^2 < 3^2$ و لدينا $\sqrt{2}$ و 3 موجبان إذن $\sqrt{2} < 3$

و بالتالي $3 - \sqrt{2} > 0$ و منه $\boxed{a}$ عدد موجب قطعا

ج- $b = (1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) + 1$

$= 2 + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3 + 1$

$= \sqrt{3}$ إذن $\boxed{b = \sqrt{3}}$

2) أ- $a^2 - b^2 = (3-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2$

$= 3^2 - 2 \times 3\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 3$

$= 9 - 6\sqrt{2} + 2 - 3$

$= 8 - 6\sqrt{2}$

$= 2 \times 4 - 2 \times 3\sqrt{2}$

$= 2(4 - 3\sqrt{2})$ إذن $\boxed{a^2 - b^2 = 2(4 - 3\sqrt{2})}$

ب- $(3\sqrt{2})^2 = 18$ و $4^2 = 16$ و $16 < 18$

إذن $4^2 < \left(3\sqrt{2}\right)^2$ و لدنا $3\sqrt{2}$ و 4 موجبان فإن $4 < 3\sqrt{2}$

ج - بما أن $4 < 3\sqrt{2}$ فإن $4 - 3\sqrt{2} < 0$ و 2 عدد موجب قطعا فإن $2\left(4 - 3\sqrt{2}\right) < 0$

و منه $a^2 - b^2 < 0$ يعني $a^2 < b^2$ و بما أن a و b موجبان فإن $a < b$

التمرين عـــدد (2006)

1) $a = 2\sqrt{75} - 4\sqrt{12}$

$= 2\sqrt{25 \times 3} - 4\sqrt{4 \times 3}$

$= 2 \times 5\sqrt{3} - 4 \times 2\sqrt{3}$

$= (10 - 8)\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$ إذن $a = 2\sqrt{3}$

2) أ- $a - b = 2\sqrt{3} - \left(2 + \sqrt{3}\right) = 2\sqrt{3} - 2 - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 2$

بما أن $\sqrt{3} < 2$ ($\sqrt{3} = 1, \ldots\ldots\ldots$) فإن $\sqrt{3} - 2 < 0$

و بالتالي $a - b < 0$ يعني $a < b$

ب - $(2 - \sqrt{3})b = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$

$= 2^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2$

$= 4 - 3$

$= 1$

بما أن $(2 - \sqrt{3})b = 1$ فإن $2 - \sqrt{3}$ و b عددان مقلوبان و منه $2 - \sqrt{3}$ هو مقلوب b

ج - لدينا $a < b$ و a و b لهما نفس العلامة (موجبان) إذن $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

و لدنا $2 - \sqrt{3}$ هو مقلوب b أي $\frac{1}{b} = 2 - \sqrt{3}$ و $\frac{1}{a} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

إذن $\frac{1}{2\sqrt{3}} > 2 - \sqrt{3}$ يعني $2 - \sqrt{3} < \frac{1}{2\sqrt{3}}$

التمرين عـــدد (2007)

1) أ- $a = \sqrt{50} - \sqrt{8}\left(\sqrt{2} + 1\right)$

$= \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{4 \times 2}\left(\sqrt{2} + 1\right)$

$$= 5\sqrt{2} - 2 \times \sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$$
$$= 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{2} \times 1$$
$$= 5\sqrt{2} - 4 - 2\sqrt{2}$$
$$= (5-2)\sqrt{2} - 4$$
$$= 3\sqrt{2} - 4$$

إذن $a = 3\sqrt{2} - 4$

ب- بما أن $(3\sqrt{2})^2 = 18$ و $4^2 = 16$ و $16 < 18$

فإن $4^2 < (3\sqrt{2})^2$ و لدا 4 و $3\sqrt{2}$ موجبان إذن $4 < 3\sqrt{2}$

بما أن $4 < 3\sqrt{2}$ فإن $3\sqrt{2} - 4 > 0$ و بالتالي a عدد موجب قطعا

2) أ- $x - y = \frac{7}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

$$= \frac{7(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} - \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$$
$$= \frac{7(\sqrt{2}-1) - (\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$$
$$= \frac{7\sqrt{2} - 7 - \sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$$
$$= \frac{6\sqrt{2} - 8}{2-1}$$
$$= \frac{2 \times 3\sqrt{2} - 2 \times 4}{1}$$
$$= 2(3\sqrt{2} - 4)$$
$$= 2a$$

إذن $x - y = 2a$

ب- بما أن $x - y = 2a$ و a عدد موجب قطعا و 2 عدد موجب قطعا

فإن $x - y > 0$ يعني $x > y$

التمرين عـــدد (2008)

1) أ- $a = 2\sqrt{5}(\sqrt{5}-1) - 4$

$$= 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 4$$

$= 10 - 2\sqrt{5} - 4$

$= 6 - 2\sqrt{5}$ إذن $a = 6 - 2\sqrt{5}$

ب - بما أن $(2\sqrt{5})^2 = 20$ و $6^2 = 36$ و $20 < 36$

فإن $(2\sqrt{5})^2 < 6^2$ و لدينا $2\sqrt{5}$ و 6 موجبان إذن $2\sqrt{5} < 6$

ج - بما أن $2\sqrt{5} < 6$ أي $6 > 2\sqrt{5}$ فإن $6 - 2\sqrt{5} > 0$ و بالتالي a عدد موجب قطعا

2) $(\sqrt{5} - 1)^2 = 5 - 2\sqrt{5} + 1$

$= 6 - 2\sqrt{5}$

$= a$ إذن $a = (\sqrt{5} - 1)^2$

3) أ- $b = \sqrt{49 \times 5} - \sqrt{9 \times 5}$

$= 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$= (7 - 3)\sqrt{5}$

$=$ إذن $b = 4\sqrt{5}$

$4\sqrt{5}$

ب - $\frac{b-a}{\sqrt{5}-1} = \frac{4\sqrt{5}-(6-2\sqrt{5})}{\sqrt{5}-1}$

$= \frac{4\sqrt{5} - 6 + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1}$

$= \frac{6\sqrt{5} - 6}{\sqrt{5} - 1} = \frac{6(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} - 1} = 6$

إذن $\frac{b-a}{\sqrt{5}-1} = 6$ و بالتالي $\frac{b-a}{\sqrt{5}-1}$ عدد صحيح طبيعي

التمرين عـــدد (2009)

1) أ- $a = 5\sqrt{2} - 7$

بما أن $(5\sqrt{2})^2 = 50$ و $7^2 = 49$ و $49 < 50$

فإن $(5\sqrt{2})^2 > 7^2$ و لدينا $5\sqrt{25}$ و 7 موجبان إذن $5\sqrt{2} > 7$

ب - بما أن $5\sqrt{2} > 7$ فإن $5\sqrt{2} - 7 > 0$ و بالتالي a عدد موجب قطعا

2) أ- $b = \sqrt{200} - \sqrt{50} + \sqrt{49}$

$= \sqrt{100 \times 2} - \sqrt{25 \times 2} + 7$

$= 10\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 7$

$= 5\sqrt{2} + 7$ إذن $\boldsymbol{b = 5\sqrt{2} + 7}$

ب- $ab = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$

$= (5\sqrt{2})^2 - 7^2$

$= 50 - 49$

$= 1$

بما أن $ab = 1$ فإن a و b مقلوبان و بالتالي $\boldsymbol{b}$ **هو مقلوب** $\boldsymbol{a}$

ج- $[b(a-1)-1] + b = ba - b - 1 + b$

$= 1 - b - 1 + b$

$= 0$

بما أن $[b(a-1)-1] + b = 0$ فإن $\boldsymbol{b}$ **و** $\boldsymbol{b(a-1)-1}$ **عددان متقابلان**

التمرين عـــ10ـــدد (2010)

1)

$A = 1 + \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})$ $= 1 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ $= 1 + 2\sqrt{2} + 2$ $= 3 + 2\sqrt{2}$ إذن $\underline{\boldsymbol{a = 3 + 2\sqrt{2}}}$	$B = 3 + \sqrt{32} - 3\sqrt{8}$ $= 3 + \sqrt{16 \times 2} - 3\sqrt{4 \times 2}$ $= 3 + 4\sqrt{2} - 3 \times 2\sqrt{2}$ $= 3 + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$ $= 3 - 2\sqrt{2}$ إذن $\boldsymbol{b = 3 - 2\sqrt{2}}$

$AB = (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) = 3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9 - 8 = 1$

ب- بما أن $AB = 1$ فإن A و B مقلوبان و بالتالي B **هو مقلوب** A

ج- بما أن B هو مقلوب A فإن A و B مخالفان لصفر و لهما نفس العلامة

و لدنا $A = 1 + \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})$ عدد موجب قطعا إذن B أيضا عدد موجب قطعا