Trinôme du second degré

Définitions :

- Une équation du second degré est une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où a, b et c sont des réels avec $a \neq 0$.
- Une solution de cette équation s'appelle <u>une racine</u> du trinôme $ax^2 + bx + c$
- On appelle <u>discriminant</u> du trinôme $ax^2 + bx + c$, le nombre réel, noté Δ,

  $\Delta = b^2 - 4ac$.
- L'expression $a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$ est <u>la forme canonique</u>

Résolution de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

Soit Δ le discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$.

- Si <u>**$\Delta < 0$**</u> : L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution réelle.
- Si <u>**$\Delta = 0$**</u> : L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet une unique solution

  (racine double) $\mathbf{x_0 = -\frac{b}{2a}}$
- Si <u>**$\Delta > 0$**</u> : L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions distinctes :

$$\mathbf{x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}} \quad \text{et} \quad \mathbf{x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}}.$$

<u>Remarque</u> :

Si $a+b+c = 0$ alors $x_1 = 1$ et $x_2 = \frac{c}{a}$

Si $a-b+c = 0$ alors $x_1 = -1$ et $x_2 = -\frac{c}{a}$

Factorisation du trinôme du second degré $P(x) = a x^2 + b x + c$

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- Si <u>**$\Delta = 0$**</u> : Pour tout réel x, on a : $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- Si <u>**$\Delta > 0$**</u> : Pour tout réel x, on a : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
- Si <u>**$\Delta < 0$**</u> : on n'a pas de forme factorisée de f

Somme et produit des racines

Si l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ admet deux racines x_1 et x_2, alors

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

Signe du trinôme du second degré

$\Delta < 0$	X	$-\infty$		$+\infty$
	$ax^2 + bx + c$		signe de a	

$\Delta = 0$	X	$-\infty$		x_0		$+\infty$
	$ax^2 + bx + c$		signe de a	0	signe de a	

$\Delta > 0$	X	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
	$ax^2 + bx + c$		signe de a	0	signe de $(-a)$	0	signe de (a)	

Recherche de deux inconnues connaissant leur somme et leur produit

Soient S et P deux réels

- Si **$S^2 - 4P > 0$** alors il existe deux réels x et y ayant pour somme **S** et pour produit **P,** x et y sont alors les racines de l'équation $X^2 - SX + P$
- Si **$S^2 - 4P < 0$** alors il n'existe aucun couple de réels (x, y) ayant pour somme **S** et pour produit **P**