الحصّة: ساعتان	ضارب الاختبار : 2	الاختبار: الرياضيات

الجمهورية التونسية
★★★
وزارة التربية

امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام

دورة 2020

يتكوّن الاختبار من 03 صفحات مرقّمة من 3/1 إلى 3/3.
الصفحة 3/3 مُلحق يُرجع مع أوراق التّحارير.

التّمرين الأوّل: (3 نقاط)

يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات، إحداها فقط صحيحة.
أنقل، في كلّ مرّة، على ورقة تحريرك رقم السّؤال والإجابة الصّحيحة الموافقة له.

1) إذا كان a و b عددين حقيقيين موجبين ومقلوبين حيث $a^2+b^2=\frac{5}{2}$ فإنّ $(a+b)$ يساوي :

أ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ب) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ج) $\sqrt{\frac{5}{2}}$

2) مهما يكن الرّقم b ومهما يكن الرّقم الفردي a فإنّ العدد $5bababa4$ يقبل القسمة على :

أ) 6 ب) 12 ج) 15

3) العدد الحقيقي $\sqrt{\left(4-2\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{\left(3-2\sqrt{3}\right)^2}$ يساوي :

أ) $7+4\sqrt{3}$ ب) $7-4\sqrt{3}$ ج) 1

التّمرين الثاني: (4,5 نقاط)

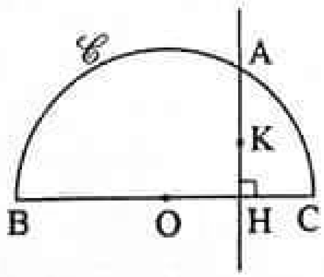
نعتبر العددين الحقيقيين $a=3\left(1-\sqrt{3}\right)^2-7\left(1-\sqrt{3}\right)-6$ و $b=\frac{\sqrt{48}-\sqrt{12}+2}{4}$

1) أ) بيّن أنّ $a=\sqrt{3}-1$ و $b=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

ب) بيّن أنّ العددين a و b مقلوبان.

ج) أحسب العبارة $\left(2a^{2019}\times b^{2020}-a^{2020}\times b^{2019}\right)$

2) (وحدة قيس الطول هي الصّنتمتر).
في الرّسم المقابل لدينا :



- $\mathscr{C}$ نصف دائرة مركزها O وقطرها $[BC]$ حيث $BC=4$
- النّقطة H منتصف $[OC]$
- المستقيم المار من H والعمودي على المستقيم (BC) يقطع $\mathscr{C}$ في النّقطة A
- K نقطة من قطعة المستقيم $[AH]$ حيث $AK=1$

أ) بيّن أنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية في A

ب) أحسب البعد AH ثم إستنتج أنّ $HK=\sqrt{3}-1$

ج) لتكن J نقطة من قطعة المستقيم $[AH]$ حيث $HJ=1$

المستقيم المار من النّقطة J والموازي للمستقيم (OK) يقطع المستقيم (BC) في النّقطة L

بيّن أنّ $HL=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

التمرين الثالث: (3 نقاط)

نعتبر العبارتين $A=\left(x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ و $B=x^2-\sqrt{2}x+\frac{1}{4}$ حيث x عدد حقيقي.

1) أ) أحسب العبارة A في حالة $x=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}$

ب) أنشر العبارة A

2) أ) بيّن أنّ $A=B+\frac{1}{4}$

ب) فكّك العبارة B إلى جذاء عوامل.

ج) أحسب بطريقتين مختلفتين العبارة B في حالة $x=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}$

التمرين الرابع: (4,5 نقاط) (وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر)

في الملحق المصاحب (الصفحة 3/3)، لدينا :

(O,I,J) معيّن متعامد في المستوي حيث $OI=OJ=1$ والنقطة $A(2\sqrt{3}\ ,\ 0)$

نعتبر النّقاط $B(\sqrt{3}\ ,\ 3)$ و C حيث C مناظرة النّقطة A بالنّسبة إلى النّقطة B

1) أ) بيّن أنّ إحداثيّات النّقطة C في المعيّن (O,I,J) هي $(0\ ,\ 6)$

ب) **في الملحق المصاحب** (الصفحة 3/3)، عيّن النّقطة C ثمّ إبن النّقطة B

2) المستقيم المار من B والعمودي على المستقيم (AC) يقطع (OJ) في النّقطة G و (OI) في النّقطة D

أ) عيّن النّقطتين G و D

ب) بيّن أنّ $DC=DA$

3) لتكن x فاصلة النّقطة D حيث x عدد حقيقي.

أ) بيّن أنّ $CD=\left|x-2\sqrt{3}\right|$

ب) بيّن أنّ $(x-2\sqrt{3})^2=x^2+36$

4) إذا علمت أنّ $x=-2\sqrt{3}$

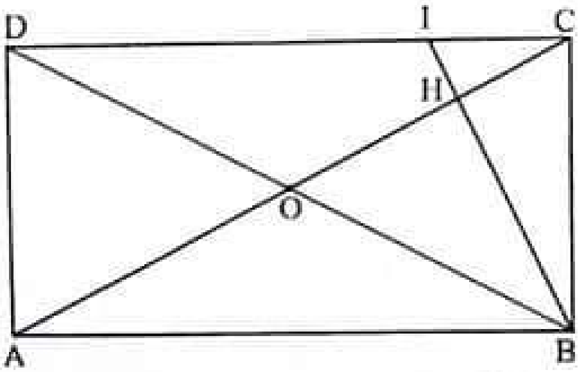
أ) بيّن أنّ إحداثيات النّقطة G في المعيّن (O,I,J) هي $(0\ ,\ 2)$

ب) إستنتج البعد BG

التمرين الخامس: (5 نقاط) (وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر)

في الرّسم المقابل لدينا :

- ABCD مستطيل مركزه النقطة O حيث $AB=8$ و $BC=4$
- I نقطة من قطعة المستقيم [CD] حيث $CI=2$
- H نقطة تقاطع المستقيمين (BI) و (AC)



1) بيّن أنّ $AC=4\sqrt{5}$ و $BI=2\sqrt{5}$

2) أ) بيّن أنّ $\frac{HC}{HA}=\frac{HI}{HB}=\frac{1}{4}$

ب) بيّن أنّ $HB=\frac{8\sqrt{5}}{5}$ و $HC=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

ج) إستنتج أنّ المستقيمين (BI) و (AC) متعامدان.

3) لتكن النقطة J منتصف [BC] و K نقطة تقاطع المستقيمين (BH) و (OJ)

المستقيمان (CK) و (OB) يتقاطعان في النّقطة L

أ) بيّن أنّ المستقيمين (CK) و (OB) متعامدان.

ب) أحسب مساحة المثلث CLB

عدد الترسيم :

الاســم : .... اللقب : ....

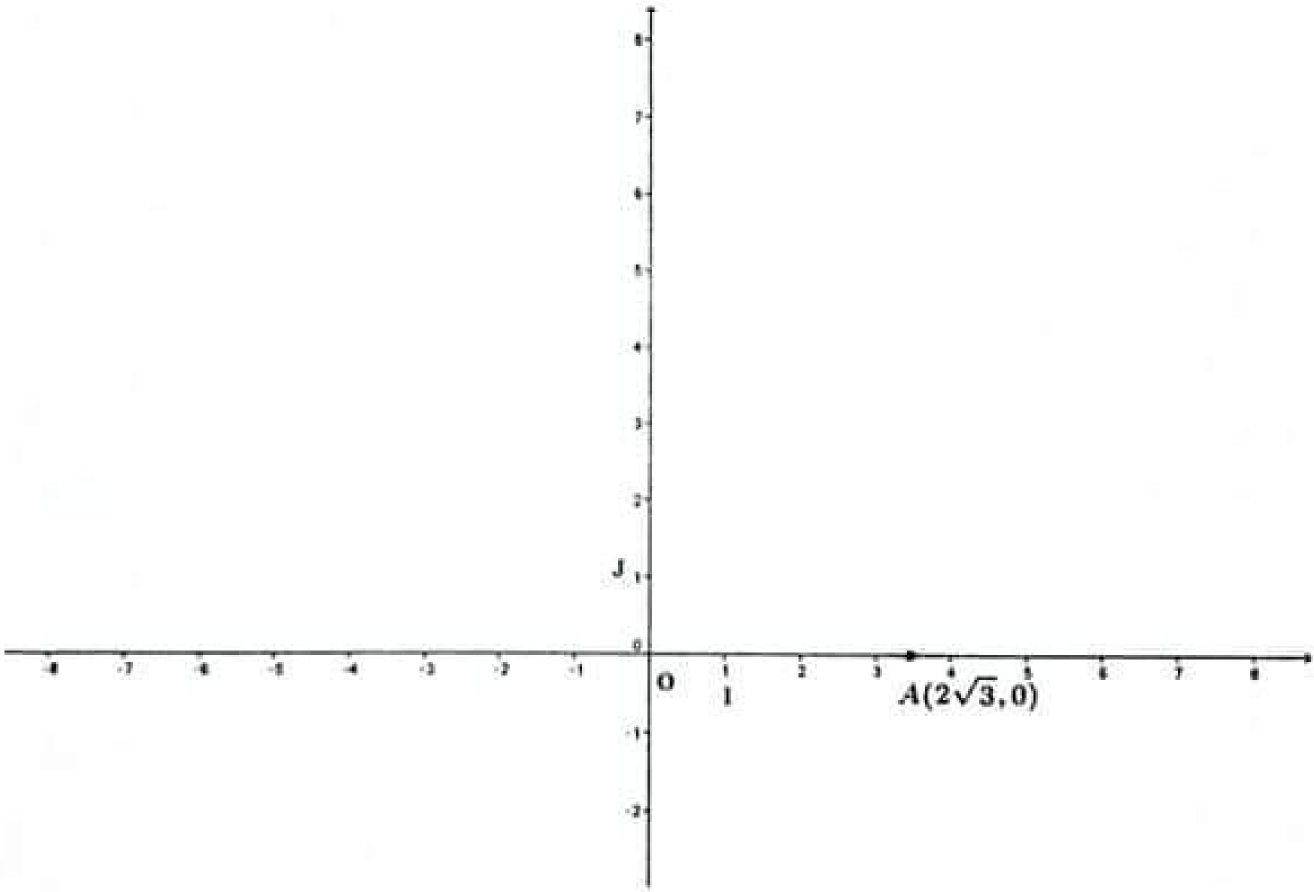
المدرسة الأصلية : ....

إمضاء المراقبين

20

امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام دورة 2020 - المادة: الرياضيات

هذا الملحق يُرجع مع أوراق التحارير.



إصلاح امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي 2019- 2020

** مادة الرياضيات **

المدرسة الخاصة "تايك أوف" توزر — الأستاذ: عبدالباسط صولي

التمرين عدد 1

1) ب)
$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$= \frac{5}{2} + 2 \times 1$$
$$= \frac{9}{2}$$
$$|a+b| = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$a + b = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ لأن $b > 0$ $a > 0$

2)أ) الطريقة الأولى

*العدد 5bababa4 رقم احاده 4 إذن فهو لا يقبل القسمة على 5 و بالتالي لا يقبل القسمة على 15 .

*العدد 5bababa4 رقما احاده و عشراته a4 حيث a وإذن فهو لا يقبل القسمة على 4 عدد فردي

و بالتالي لا يقبل القسمة على 12

*العدد5bababa4حيث رقما احاده زوجي بالتالي فهو قابل للقسمة على 2

و مجموع أرقامه $5 + 3b + 3a + 4 = 9 + 3b + 3a = 3(3 + a + b)$ قابل للقسمة على

3 بالتالي فهو قابل للقسمة على 6

الطريقة الثانية

مهما يكن الرقم b و الرقم a الفردي بالإمكان الاعتماد على مثال

$a = 1$ و$b = 2$ العدد 52121214 يقبل القسمة على 2 و 3 بالتالي فهو قابل للقسمة على 6

3)ج)
$$\sqrt{\left(3-2\sqrt{3}\right)^2} + \sqrt{\left(4-2\sqrt{3}\right)^2} = |3-2\sqrt{3}| + |4-2\sqrt{3}|$$
$$= 2\sqrt{3} - 3 + 4 - 2\sqrt{3} = 1$$

لأن : $4 > 2\sqrt{3}$ يعني $4 - 2\sqrt{3} > 0$ و $3 < 2\sqrt{3}$ يعني $3 - 2\sqrt{3} < 0$

التمرين عدد 2

1) أ) $a = 3(1-\sqrt{3})^2 - 7(1-\sqrt{3}) - 6$

$= 3(1+3-2\sqrt{3}) - 7 + 7\sqrt{3} - 6$

$= 3 + 9 - 6\sqrt{3} - 13 + 7\sqrt{3}$

$= \sqrt{3} - 1$

$b = \frac{\sqrt{48}-\sqrt{12}+2}{4}$

$= \frac{4\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2}{4}$

$= \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2\times 2} = \frac{(\sqrt{3}+1)}{2}$

ب) $ab = (\sqrt{3}-1)\times\frac{(\sqrt{3}+1)}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}^2-1}{2} = 1$

و منه a و b عددان مقلوبان

2) علما أن $a\,b = 1$ فإن $2a^{2019}b^{2020} - a^{2020}b^{2019} = 2(ab)^{2019}\times b - (ab)^{2019}\times a$

$= 2b - a = 2\frac{(\sqrt{3}+1)}{2} - (\sqrt{3}-1)$

$= \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1 = 2$

2) أ) المثلث ABC قابل للإرتسام في دائرة حيث الضلع [BC] قطر لها اذن المثلث ABC قائم الزاوية في A

ب) ط1: بما أن المثلث ABC قائم في A و H المسقط العمودي ل A على (BC) حسب العلاقة القياسية في المثلث القائم فإن

$AH^2 = HB \times HC$

$AH = \sqrt{3\times 1} = \sqrt{3}$

ط2: بما أن OHA مثلث قائم في H حسب نظرية بيتاغور فإن

$OA^2 = OH^2 + AH^2$

$AH^2 = OA^2 - OH^2$

$= 2^2 - 1 = 3$

$AH = \sqrt{3}$

$K \in [AH]$ و منه $HK = AH - AK = \sqrt{3} - 1$

ج) في المثلث OHK لنا : $J \in (HK)$ و $L \in (OH)$ و $(JL)//(OK)$ حسب مبرهنة طالس

$\frac{HL}{HO} = \frac{HJ}{HK} = \frac{JL}{OK}$ و منه $\frac{HL}{HO} = \frac{HJ}{HK}$

اذن $b = \frac{(\sqrt{3}+1)}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{HJ \times HO}{HK} = HL$

التمرين عدد 3

1) أ) في حالة $x = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}$ فإن

$$A = \left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

ب) $A = \left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$$= x^2 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times x + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$= x^2 - \sqrt{2}x + \frac{2}{4}$$

$$= x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{2}$$

2) أ) $B + \frac{1}{4} = x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$$= x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{2} = A$$

ب) $A = B + \frac{1}{4}$ يعني $B = A - \frac{1}{4}$

$$= \left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \left(x - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(x - \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)\left(x + \frac{1-\sqrt{2}}{2}\right)$$

ج) في حالة $x = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}$

الطريقة الأولى $B = A - \frac{1}{4} = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} = 1$

الطريقة الثانية $B = \left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \sqrt{2} \times \left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{1}{4}$

$$= \frac{7+2\sqrt{10}}{4} - \frac{\sqrt{10}+2}{2} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{7+2\sqrt{10}-2\sqrt{10}-4+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

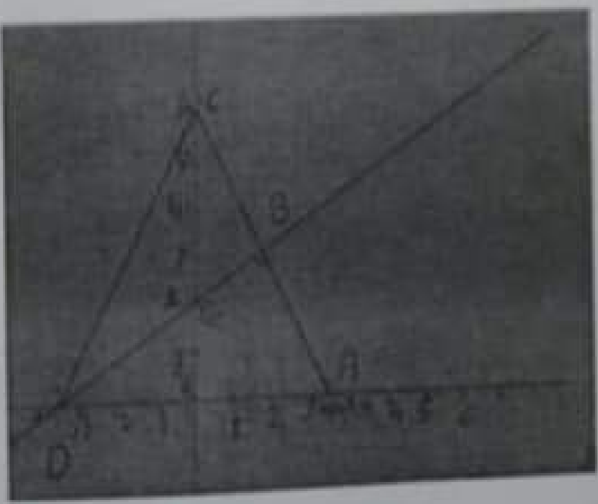
الطريقة الثالثة $B = \left(x - \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)\left(x + \frac{1-\sqrt{2}}{2}\right)$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2} - \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2} + \frac{1-\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

1



__التمرين عدد 4__

1) أ) C مناظرة A بالنسبة إلى B يعني B منتصف [AC]

و منه $x_B = \frac{x_A+x_C}{2}$ و $y_B = \frac{y_A+y_C}{2}$

يعني $x_C = 2x_B - x_A$ و $y_C = 2y_B - y_A$

يعني $x_C = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ و $y_C = 2 \times 3 - 0$

يعني $x_C = 0$ و $y_C = 6$

إذن $C(0;6)$

1)ب) أنظر الرسم

2) أ) بما أن (AC) عمودي على (BD) في B و B منتصف [AC] فإن (BD) هو الموسط العمودي لقطعة المستقيم [AC] و منه DA=DC

3)أ) بما أن $A \in (OI)$ و $D \in (OI)$ فإن $CD = AD = |x_D - x_A| \times OI = |x - 2\sqrt{3}|$

ب) بما أن OCD مثلث قائم في O حسب نظرية بيتاغور فإن :

$CD^2 = OD^2 + OC^2 = x^2 + 36$

4)أ) في حالة $x = -2\sqrt{3}$ فإن $D(-2\sqrt{3}\,;0)$

*بما أن $G \in (OJ)$ فإن $x_G = 0$

* في المثلث ADC لنا :

-النقطة B منتصف [AC] و منه [DB] هو الموسط الصادر من D

-النقطة O منتصف [AD] لأن D و A متقابلتان في الفاصلة و الترتيبة و منه [CO] هو الموسط الصادر من C

الموسطان [CO] و[DB] يتقاطعان في G إذن G هي مركز ثقل المثلث ADC و منه

$OG = \frac{1}{3}OC = \frac{6}{3}$=2cm

و علما أن $G \in [OJ)$ و منه $y_G = 2$

إذن $G(0;2)$

ب) طريقة أولى : بما أن $CA = CD$ و $CD = DA$

فإن ACD مثلث متقايس الأضلاع و منه $\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ BD = AD يعني $\text{BD} = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

إذن $BG = \frac{1}{3}BD = \frac{6}{3} = 2cm$

الطريقة الثانية : بما أن ABD مثلث قائم في B حسب نظرية بيتاغور فإن

$AD^2 = BD^2 + BA^2$

يعني $BD^2 = AD^2 - BA^2 = DC^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2$

$= \left(4\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 48 - 12 = 36$

إذن $BD = 6$

بالتالي $BG = \frac{1}{3}BD = \frac{6}{3} = 2cm$

التمرين عدد 5

1)*) بما أن ABC مثلث قائم في B حسب نظرية بيتاغور فإن

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 8^2 + 4^2 = 64 + 16 = 80$$

إذن $AC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

*) بما أن IBC مثلث قائم في C حسب نظرية بيتاغور فإن

$$IB^2 = IC^2 + BC^2$$

$$= 4 + 16 = 20$$

إذن $IB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

2)أ) في المثلث AHB لنا : $I \in (HB)$ و $C \in (AH)$ و $(AB)//(CI)$ حسب مبرهنة طالس

$\frac{HC}{HA} = \frac{HI}{HB} = \frac{CI}{AB}$ و $\frac{CI}{AB} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

إذن $\frac{HC}{HA} = \frac{HI}{HB} = \frac{1}{4}$

ب) *) $\frac{HI}{HB} = \frac{1}{4}$ و $H \in [IB]$ و منه $\frac{BI-HB}{HB} = \frac{1}{4}$

$$\frac{BI}{HB} - \frac{HB}{HB} = \frac{1}{4}$$

يعني $\frac{BI}{HB} - 1 = \frac{1}{4}$

يعني $\frac{BI}{HB} = \frac{1}{4} + 1$

يعني $\frac{BI}{HB} = \frac{5}{4}$

إذن $HB = \frac{4BI}{5} = \frac{4\times2\sqrt{5}}{5} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$

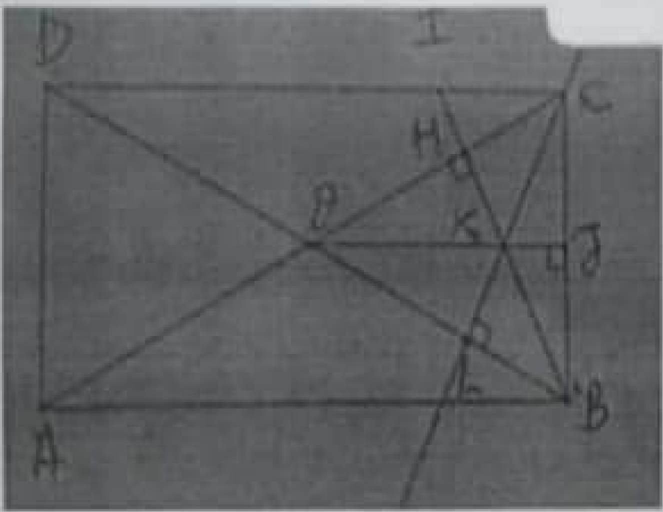
• *) $\frac{HC}{HA} = \frac{1}{4}$ يعني $\frac{HA}{HC} = 4$ و $H \in [AC]$ و منه $\frac{AC-HC}{HC} = 4$

يعني $\frac{AC}{HC} - \frac{HC}{HC} = 4$

يعني $\frac{AC}{HC} - 1 = 4$

يعني $\frac{AC}{HC} = 5$

إذن $HC = \frac{AC}{5} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$



ج) في المثلث CHB لنا :

$$CH^2 = \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{80}{25} = \frac{16}{5}$$

و $HB^2 = \left(\frac{8\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{64 \times 5}{25} = \frac{64}{5}$

و $BC^2 = 4^2 = 16$

و منه $CH^2 + HB^2 = \frac{16}{5} + \frac{64}{5} = \frac{80}{5} = 16 = BC^2$

حسب عكس نظرية بيتاغور فإن CHB مثلث قائم في H

اذن $(HC) \perp (HB)$ و $H \in (AC)$ و $H \in (BI)$ و منه $(BI) \perp (AC)$

3) أ) في المثلث OBC لنا :

-OBC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية و J منتصف $[BC]$ و منه $[OJ]$

هو الموسط الصادر من O و هو أيضا الإرتفاع الصادر منO

-$(BI) \perp (AC)$ و $O \in (AC)$ و $H \in (BI)$ و منه $(BH) \perp (OC)$ اذن $[BH]$

هو الإرتفاع الصادر من B

الإرتفاعان $[BH]$ و $[OJ]$ يتقاطعان في النقطة K اذن K هي مركز ثقل المثلث OBC

بالتالي (CL) هو المستقيم الحامل للإرتفاع الصادر من C و منه $(CL) \perp (BO)$

ب)ط1: في المثلثين CLH و BCH القائمين على التوالي في H و L لنا :

*$[BC]$ وتر مشترك

* $L\hat{B}C = H\hat{C}B$

و منه CLH و BCH متقايسان و ينتج عن ذلك تقايس مساحتيهما

$$S_{BHC} = S_{CLB} = \frac{HC \times HB}{2} = \frac{\frac{4\sqrt{5}}{5} \times \frac{8\sqrt{5}}{5}}{2} = \frac{16 \times 5}{25} = \frac{16}{5} = 3,2\ cm^2$$

ط2: OBC مثلث متقايس الضلعين في O و J منتصف [BC]

فإن OH=OL و LB=HC و منه

$\frac{S_{OBC}}{S_{CLB}} = \frac{OB}{LB}$ يعني $S_{CLB} = \frac{LB \times S_{OBC}}{OB} = \frac{8 \times \frac{4\sqrt{5}}{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{16}{5} = 3,2\ cm^2$