الإعدادية النموذجية بمعهد باجة الشمالية	الاختبار: الرياضيات
الإعداد لمناظرة ختم التعليم الأساسي	المدة: ساعتان
اختبار تجريبي للثلاثي الأول مارس 2021	الضارب: 2

التمرين الأول: (4 نقاط)

يلي كل سؤال من أسئلة هذا التمرين ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.

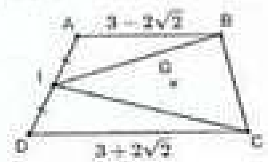
اكتب على ورقة تحريرك في كل مرة، رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) عدد الأعداد الصحيحة الطبيعية N المتكونة من أربعة أرقام a و b و c و d (من اليسار إلى اليمين عند كتابتها) حيث: $4000 \leq N < 6000$ و $3 \leq b < c \leq 6$ و N مضاعفا لـ 5 هو:

أ- 24 .   ب- 36 .   ج- 48 .

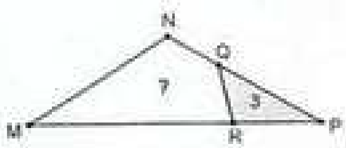
2) في معين متعامد (O,I,J) من المستوي، النقطتان $M\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$ و $N\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ متناظرتان بالنسبة إلى:

أ- النقطة O .   ب- المستقيم (OI) .   ج- المستقيم (OJ) .



3) في الرسم المقابل:
ABCD شبه منحرف
I منتصف [AD]
G مركز ثقل المثلث IBC
$AB = 3-2\sqrt{2}$ و $DC = 3+2\sqrt{2}$

أ- $IG = 1$.   ب- $IG = 2$.   ج- $IG = 3$.



4) في الرسم المقابل:
MNP مثلث
PM=10 و PN=6
PR=3 و PQ=4
قيس مساحة المثلث PRQ تساوي 3

قيس مساحة الرباعي RMNQ تساوي:

أ- 10 .   ب- 12 .   ج- 14 .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

نعتبر العددين $a=\sqrt{\left(2-\sqrt{7}\right)^2}-\frac{\sqrt{175}-7}{\sqrt{7}}$ و $b=\left(4+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{7}-6\right)+10$.

1) أ- بيّن أن $a=-7+2\sqrt{7}$ و $b=-7-2\sqrt{7}$.

ب- بيّن أن $a\times b=21$ ثم استنتج أن a عدد حقيقي سالب قطعا.

2) قارن a و b ثم استنتج $\sqrt{7}b+2$ ($2a+\sqrt{7}$.

3) ليكن x و y عددان حقيقيان مخالفان للصفر و لهما نفس العلامة.

أ- بيّن أن $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{|x|+|y|}{\sqrt{xy}}$.

ب- استنتج $\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}=\frac{2}{3}\sqrt{21}$.

ج- بيّن $\sqrt{11-4\sqrt{7}}+\sqrt{11+4\sqrt{7}}=2\sqrt{7}$.

التمرين الثالث: (4 نقاط) (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

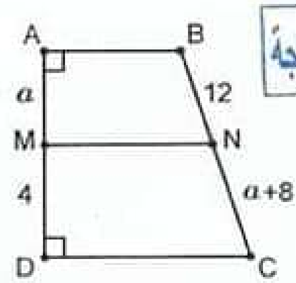
نعتبر العبارة $E = x^2 + 8x - 48$ حيث x عدد حقيقي،

1) أحسب القيمة العددية للعبارة E إذا كان $x = -12$.

2) أ - بيّن أنّ $E = (x-4)(x+12)$.

ب- استنتج الأعداد الحقيقية التي تحقق $E = 0$.

3) في الشكل المقابل:



- ABCD شبه منحرف قائم في A و D.
- M نقطة من [AD] و N نقطة من [BC] حيث (MN)//(AB).
- AM=a و NC=a+8 حيث a عدد حقيقي موجب.
- MD=4 و BN=12.

أ - بيّن أن $\frac{16}{a+8} = \frac{a}{3}$ ثم استنتج $a^2 + 8a - 48 = 0$.

ب- جدْ a ثم أحسب AD و BC.

ج- إذا كان قيس محيط الرباعي ABCD يساوي 40، بيّن أن المستقيمين (AN) و (DN) متعامدان.

التمرين الرابع: (7 نقاط) (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا حيث $OI = OJ = 1cm$

1) أ- عيّن النّقاط $A(2\,,\,1)$ و $B(0\,,\,-1)$ و $C(-4\,,\,0)$.

ب- حدّد إحداثيات النّقطة E منتصف $[AC]$.

2) أ- عيّن النّقطة D بحيث يكون الرّباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

ب- حدّد إحداثيات النقطة D.

3) أ- عيّن النّقطة F مناظرة C بالنسبة إلى النقطة D.

ب- بيّن أن النقطة F تنتمي إلى المستقيم (OJ).

ج- بيّن أن $AB = \frac{CF}{2}$.

4) المستقيمان (AC) و (OJ) يتقاطعان في النقطة G،

أ- بيّن أنّ $\frac{GB}{GF} = \frac{GA}{GC} = \frac{1}{2}$ واستنتج $AG = \frac{2}{3}AE$.

ب- ماذا تمثل النقطة G بالنسبة إلى المثلث ABD ؟ معللا جوابك.

ج- استنتج أن D و G و I على استقامة واحدة.

5) المستقيمان (AF) و (EI) يتقاطعان في النقطة H، بيّن أن النقطة G هي مركز ثقل المثلث HDE .

6) المستقيمان (AD) و (OJ) يتقاطعان في النقطة K،

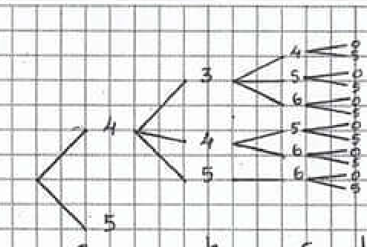
أ - احسب BK .

ب- بيّن أن احداثيات النّقطة G في المعيّن (O,I,J) هي $(0\,,\,\frac{2}{3})$.

اصلاح إختبار تجريبي في مادة الرياضيات للسداسي الأول مارس 2021
الاعداد لمناظرة شهادة ختم التعليم الأساسي
الأستاذ إبراهيم بوالاكباش

التمرين الأول:

1) $\boxed{أ}$ 1



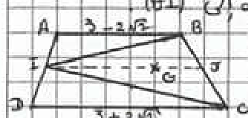
عدد الاعداد الصحيحة الطبيعية N هو: $2 \times 12 = 24$

2) $\boxed{ب}$ بما أن: $x_M = \frac{\sqrt{3}+1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} = x_N$ و $y_M = -\frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = y_N$ 1

فإن M و N متناظرتان بالنسبة إلى (OI).

3) $\boxed{ج}$ بما أن G مركز ثقل المثلث IBC 1

فإن: $IG = \frac{2}{3} IJ$

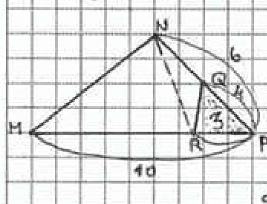


كما أن في شبه المنحرف ABCD

لدينا I منتصف [AD] و J منتصف [BC]

فإن $IJ = \frac{AB+CD}{2} = \frac{3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3}{2} = 3$ إذن $IG = \frac{2}{3} \times 3 = 2$

4) $\boxed{ب}$ 1



في المثلث PNR لدينا $Q \in [PN]$

إذن $\frac{S_{PRQ}}{S_{PNR}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ومنه $S_{PNR} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2}$

في المثلث MNP لدينا $R \in [MP]$

إذن $\frac{S_{PNR}}{S_{MNP}} = \frac{3}{10}$

ومنه $S_{MNP} = \frac{10}{3} \times \frac{9}{2} = 15$

إذن $S_{MNQR} = S_{MNP} - S_{PRQ} = 15 - 3 = 12$.

التمرين الثاني:

1) أ- $a = |2-\sqrt{7}| - \frac{\sqrt{25 \times 7} - 7}{\sqrt{7}} = |2-\sqrt{7}| - \frac{5\sqrt{7}-7}{\sqrt{7}}$

$= |2-\sqrt{7}| - \frac{35-7\sqrt{7}}{7} = |2-\sqrt{7}| - 5 + \sqrt{7}$ 0,75

وبما أن 2 و $\sqrt{7}$ موجبان و $2^2 = 4 < \sqrt{7}^2 = 7$ فإن $2 < \sqrt{7}$ ومنه $2-\sqrt{7} < 0$

إذن $a = \sqrt{7} - 2 - 5 + \sqrt{7} = -7 + 2\sqrt{7}$.

$b = (4+\sqrt{7})(\sqrt{7}-6) + 10 = 4\sqrt{7} - 24 + 7 - 6\sqrt{7} + 10$ 0,5

$b = -7 - 2\sqrt{7}$.

1) ب- $a \times b = (-7+2\sqrt{7})(-7-2\sqrt{7}) = 49 + 14\sqrt{7} - 14\sqrt{7} - 28 = 21 > 0$ 0,5

وبما أن $b = -(7+2\sqrt{7}) < 0$ فإن: $a < 0$.

لدينا $-2\sqrt{7} < 2\sqrt{7}$ يعني $-7 - 2\sqrt{7} < -7 + 2\sqrt{7}$ إذن $b < a$. 0,5

2) لدينا $a > b$ و $\sqrt{7} > 0$ إذن $\sqrt{7}a > \sqrt{7}b$.

كما أن $2 < \sqrt{7}$ و $a < 0$ فإن $2a > \sqrt{7}a$ وبالتالي $2a > \sqrt{7}a > \sqrt{7}b$ 1

ومنه $2a > \sqrt{7}b$ وبما أن $\sqrt{7} > 2$ فإن: $2a + \sqrt{7} > \sqrt{7}b + 2$

3) أ-

$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \sqrt{\frac{|x|}{|y|}} + \sqrt{\frac{|y|}{|x|}} = \frac{\sqrt{|x|}}{\sqrt{|y|}} + \frac{\sqrt{|y|}}{\sqrt{|x|}} =$

$= \frac{\sqrt{|x|}\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} \times \sqrt{|y|}}{\sqrt{|xy|}} = \frac{|x|+|y|}{\sqrt{xy}}$. 0,5

ب- بما أن a و b سالبان قطعا فإن:

$\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{|-7+2\sqrt{7}| + |-7-2\sqrt{7}|}{\sqrt{21}} = \frac{7-2\sqrt{7}+7+2\sqrt{7}}{\sqrt{21}}$

$= \frac{14}{\sqrt{21}} = \frac{14\sqrt{21}}{21} = \frac{2}{3}\sqrt{21}$. 0,75

ج- لدينا $\frac{a}{b} = \frac{-7+2\sqrt{7}}{-7-2\sqrt{7}} = \frac{7-2\sqrt{7}}{7+2\sqrt{7}} = \frac{(7-2\sqrt{7})(7-2\sqrt{7})}{(7+2\sqrt{7})(7-2\sqrt{7})}$

$= \frac{49-14\sqrt{7}-14\sqrt{7}+28}{49-14\sqrt{7}+14\sqrt{7}-28} = \frac{77-28\sqrt{7}}{21} = \frac{11-4\sqrt{7}}{3}$.

$\frac{b}{a} = \frac{3}{11-4\sqrt{7}} = \frac{3(11+4\sqrt{7})}{(11-4\sqrt{7})(11+4\sqrt{7})} = \frac{33+12\sqrt{7}}{9} = \frac{11+4\sqrt{7}}{3}$ 0,5

إذن $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{11-4\sqrt{7}}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{11+4\sqrt{7}}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{21}$

بالتالي $\sqrt{11-4\sqrt{7}} + \sqrt{11+4\sqrt{7}} = \frac{2}{3}\sqrt{21} \times \sqrt{3} = 2\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{21}$

$= 2\sqrt{7}$.

يعني $\left\{\begin{array}{l} x_D=-2 \\ y_D=1+1=2 \end{array}\right.$ إذن $D(-2\,;\,2)$.

3) ب- F مناظرة C بالنسبة إلى D يعني D منتصف $[CF]$

يعني $\left\{\begin{array}{l} x_D=\dfrac{x_C+x_F}{2}=-2 \\ y_D=\dfrac{y_C+y_F}{2}=2 \end{array}\right.$ يعني $\left\{\begin{array}{l} -4+x_F=-4 \\ 0+y_F=4 \end{array}\right.$ يعني $\left\{\begin{array}{l} x_F=0 \\ y_F=4 \end{array}\right.$ 0,5

إذن $F(0\,;\,4)$.

وبما أن $x_F=0$ فإن $F\in(OJ)$.

ج- بما أن $AB=CD$ (لأن ABCD متوازي الأضلاع) و $CF=2CD$ (لأن D منتصف $[CF]$).

فإن $CF=2AB$ ومنه $AB=\dfrac{CF}{2}$. 0,5

4) أ- في المثلث ABG لدينا $F\in(BG)$ (لأن $F\,;B\,;G\in(BG)$) و $C\in(AG)$ و $(CF)//(AB)$ (لأن ABCD متوازي الأضلاع)

بتطبيق مبرهنة طالس: $\dfrac{GB}{GF}=\dfrac{GA}{GC}=\dfrac{AB}{CF}=\dfrac{1}{2}$. 0,5

ومنه $\dfrac{GA}{GC}=\dfrac{1}{2}$ يعني $\dfrac{GA}{1}=\dfrac{GC}{2}$ يعني $\dfrac{GA}{1}=\dfrac{GC}{2}=\dfrac{GA+GC}{1+2}=\dfrac{AC}{3}$

إذن $AG=\dfrac{1}{3}AC$ وبما أن E منتصف $[AC]$ فإن: $AC=2AE$ 0,5

بالتالي $AG=\dfrac{2}{3}AE$.

4) ب- في المثلث ABD لدينا $[AE]$ الموسط الصادر من A (لأن E منتصف $[BD]$) و $AG=\dfrac{2}{3}AE$ و $G\in[AE]$.

فإن G مركز ثقل المثلث ABD. 0,75

4) ج- بما أن G مركز ثقل المثلث ABD فإن (DG) هو حامل الموسط الصادر من D.

كما أن I منتصف $[AB]$ (لأن $\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{2+0}{2}=1=x_I$ و $\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{1-1}{2}=0=y_I$)

فإن D و G و I على استقامة واحدة. 0,5

التمرين الثالث:

1) إذا كان $x=4$ فإن $E=4^2+8\times4-48=16+32-48=0$ 0,5

2) أ- $(x-4)(x+12)=x^2+12x-4x-48=x^2+8x-48=E$ 0,5

2) ب- $E=0$ يعني $\left\{\begin{array}{l} x-4=0 \text{ أو} \\ x+12=0 \end{array}\right.$ يعني $\left\{\begin{array}{l} x=4 \text{ أو} \\ x=-12 \end{array}\right.$ 0,5

3) أ- لدينا A و M و D ثلاث نقاط على استقامة واحدة ومساقطها B و N و C على (BC) وفقا للمنحى (AB) على التوالي

بتطبيق مبرهنة طالس: $\dfrac{AM}{BN}=\dfrac{MD}{NC}$ يعني $\dfrac{a}{12}=\dfrac{4}{a+8}$

يعني $\dfrac{4a}{12}=\dfrac{4\times4}{a+8}$ يعني $\dfrac{a}{3}=\dfrac{16}{a+8}$. 0,75

بالتالي $a(a+8)=3\times16$ يعني $a^2+8a-48=0$ 0,25

3) ب- بما أن a يحقق المعادلة $E=0$ فإن $a=4$ أو $a=-12$

وبما أن $a>0$ فإن $a=4$ 0,75

ومنه: $AD=4+4=8$ و $BC=12+4+8=24$.

3) ج- $AB+CD+AD+BC=40$ يعني $AB+CD=40-32=8$ 0,25

/ في شبه المنحرف ABCD لدينا M منتصف $[AD]$ ($M\in[AD]$ و $MA=MD=4$) و N منتصف $[BC]$ ($N\in[BC]$ و $NB=NC=12$) 0,25

إذن $MN=\dfrac{AB+CD}{2}=\dfrac{8}{2}=4$

د/ في المثلث ADN لدينا M منتصف $[AD]$ و $MA=MD=MN=4$ 0,25

إذن ADN قائم الزاوية في N ومنه $(AN)\perp(DN)$.

التمرين الرابع:

1) ب- E منتصف $[AC]$ يعني $\left\{\begin{array}{l} x_E=\dfrac{x_A+x_C}{2}=\dfrac{2-4}{2}=-1 \\ y_E=\dfrac{y_A+y_C}{2}=\dfrac{1+0}{2}=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$ 0,5

إذن $E\left(-1\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$.

2) ب- ABCD متوازي الأضلاع يعني E منتصف $[BD]$

يعني $\left\{\begin{array}{l} x_E=\dfrac{x_B+x_D}{2}=-1 \\ y_E=\dfrac{y_B+y_D}{2}=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$ يعني $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{0+x_D}{2}=-1 \\ \dfrac{-1+y_D}{2}=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$ 0,5

5) أ/ في المثلث ABD لدينا $\begin{cases} I \text{ منتصف } [AB] \\ E \text{ منتصف } [BD] \end{cases}$ و

إذن $\begin{cases} (EI)//(AD) \\ EI = \frac{1}{2} AD \end{cases}$ و

ب/ في المثلث ADG لدينا $\begin{cases} E \in (AG) \\ I \in (DG) \\ (EI)//(AD) \end{cases}$ و ، و

بتطبيق مبرهنة طالس: $\frac{GE}{GA} = \frac{GI}{GD} = \frac{EI}{AD} = \frac{1}{2}$

يعني $\frac{GI}{1} = \frac{GD}{2} = \frac{ID}{1+2}$ يعني $DG = \frac{2}{3} DI$

ج/ في المثلث AFC لدينا $\begin{cases} D \text{ منتصف } [CF] \\ E \text{ منتصف } [AC] \end{cases}$ و إذن $(DE)//(AF)$

كما أن $\begin{cases} A \text{ مناظرة } B \text{ بالنسبة إلى } I \text{ (لأن } I \text{ منتصف } [AB]) \\ (EI) \cap (AF) = \{H\} \end{cases}$ و

فإن H مناظرة E بالنسبة إلى I ومنه $[DI]$ هو الموسط الصادر من D في المثلث HDE

وبما أن: $DG = \frac{2}{3} DI$ فإن G مركز ثقل المثلث HDE

6) أ- بما أن G مركز ثقل المثلث ABD فإن (BG) هو حامل الموسط الصادر من B

كما أن: $(BG) \cap (AD) = \{K\}$ فإن K هي منتصف $[AD]$

ومنه $\begin{cases} x_K = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{2-2}{2} = 0 \\ y_K = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$ و ، إذن $K(0, \frac{3}{2})$

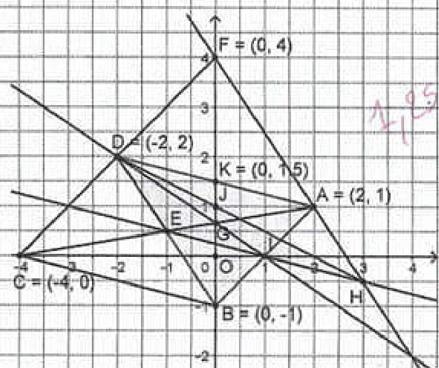
بالتالي $BK = |y_K - y_B| \times OJ = |\frac{3}{2} - (-1)| \times 1 = \frac{5}{2}$

6) ب- بما أن G مركز ثقل المثلث ABD فإن $BG = \frac{2}{3} BK$

يعني $BG = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{3}$

إذن $OG = BG - OB = \frac{5}{3} - |0-(-1)| \times 1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$

بالتالي: $G(0 ; \frac{2}{3})$.



1,25

0,5

0,5

0,5