# مراجعة عـــامة

## I- الجمع والطرح في مجموعة الأعداد الحقيقية IR :

* عملية الجمع في IR هي:
- تبديلية أي: مهما يكن $a\in IR$ و $b\in IR$ فإن $a+b=b+a$
- تجميعية أي: مهما يكن $a\in IR$ ، $b\in IR$ و $c\in IR$ فإن $a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$
* العدد 0 هو عنصر محايد لعملية الجمع أي مهما يكن $a\in IR$ فإن $a+0=0+a=a$.
* كل عدد حقيقي a له مقابل $(-a)$ أي مهما يكن $a\in IR$ فإن $a+(-a)=(-a)+a=0$.
* الفرق بين عددين حقيقيين a و b هو العدد الحقيقي c بحيث $a=b+c$ ونكتب $c=a-b$
* مهما يكن العدد الحقيقي a فإن $-(-a)=a$
* مهما يكن $a\in IR$ و $b\in IR$ فإن $-(a+b)=-a-b$
* مهما يكن $a\in IR$ ، $b\in IR$ و $c\in IR$ فإن $a-(b+c)=a-b-c$ و $a-(b-c)=(a-b)+c$

## II- الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الحقيقية IR :

* عملية الضرب في IR هي:
- تبديلية أي: مهما يكن $a\in IR$ و $b\in IR$ فإن $a\times b=b\times a$
- تجميعية أي: مهما يكن $a\in IR$ ، $b\in IR$ و $c\in IR$ فإن: $a\times b\times c=a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$
- توزيعية على عملية الجمع أي: مهما يكن $a\in IR$ ، $b\in IR$ و $c\in IR$ فإن: $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
- توزيعية على عملية الطرح أي: مهما يكن $a\in IR$ ، $b\in IR$ و $c\in IR$ فإن: $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$
* العدد 1 هو عنصر محايد لعملية الضرب أي مهما يكن $a\in IR$ فإن $a\times 1=1\times a=a$
* مهما يكن العدد الحقيقي a فإن $a\times(-1)=(-1)\times a=-a$
* كل عدد حقيقي a مخالف للصفر له مقلوب $\left(\frac{1}{a}\right)$، مهما يكن $a\in IR^*$ فإن $a\times\frac{1}{a}=1$
* مهما يكن $a\in IR$ و $b\in IR$ فإن $(a.b=0)$ يعني $(a=0$ أو $b=0)$.
* القسمة على عدد حقيقي مخالف للصفر هي الضرب في مقلوبه أي: $\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$.
* مهما يكن $a\in IR$ ، $b\in IR^*$ و $c\in IR$ فإن $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$
* مهما يكن $a\in IR$ ، $b\in IR^*$ و $c\in IR$ و $d\in IR^*$ فإن $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d+b\times c}{b\times d}$ و $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$
* مهما يكن $a\in IR$ ، $b\in IR^*$ و $c\in IR^*$ و $d\in IR^*$ فإن $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$

## III- القيمة المطلقة لعدد حقيقي وخاصياتها:

* إذا كانت M نقطة من مستقيم مدرج (OI) فاصلتها x فإن القيمة المطلقة للعدد الحقيقي x هي البعد OM أي $OM=|x|$

* $|x|=x$ يعني $(x\in \mathbb{R}_+)$، * $|x|=-x$ يعني $(x\in \mathbb{R}_-)$،

* $|x|=0$ يعني $(x=0)$، * إذا كانت $a\geq 0$ حيث: $|x|=a$ يعني $(x=a)$ أو $(x=-a)$

* مهما يكن $a\in \mathbb{R}$ و $b\in \mathbb{R}$ فإن $|a.b|=|a|.|b|$ ، * مهما يكن $a\in \mathbb{R}$ و $b\in \mathbb{R}^*$ فإن $\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|}{|b|}$

* مهما يكن $a\in \mathbb{R}_+$ و $b\in \mathbb{R}_+$ فإن $\sqrt{a.b}=\sqrt{a}.\sqrt{b}$ ، * مهما يكن $a\in \mathbb{R}_+$ و $b\in \mathbb{R}_+^*$ فإن $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

## التمـــــارين

**تعريـن عـــدد 01:** احسب: $-\frac{5}{3}+\frac{4}{9}$ ، $-0.1-\frac{3}{5}$ ، $-\frac{4}{7}+\left(-\frac{1}{11}\right)$ ، $1.2-\left(-\frac{1}{2}\right)$ ، $\frac{11}{2}+\left(\frac{9}{2}-3.4\right)$،

$-\frac{1}{7}-\left(\frac{6}{7}+\frac{13}{11}\right)$ ، $\left(17-\frac{5}{4}\right)-\frac{15}{4}$ ، $-\frac{2}{7}+\frac{5}{11}-\frac{1}{7}+\frac{1}{22}$ ، $\left(\frac{16}{9}+\frac{19}{17}\right)-\left(\frac{7}{9}+\frac{19}{17}\right)$ ، $\left(\frac{1}{15}-13.7\right)-\left(\frac{1}{30}-13.7\right)$

**تعريـن عـــدد 02:** اختصر العبارات التالية حيث $x\in \mathbb{R}$

$E=(x-\pi)-\left(\frac{1}{2}+x\right)-\left(\frac{3}{4}-\pi\right)-1$ ، $F=\left(\sqrt{2}-2x+\frac{2}{3}\right)-\left(3\sqrt{2}-5x-\frac{5}{6}\right)+\left(-2\sqrt{2}+3x-1\right)$

$G=\pi-\left(\sqrt{2}-1\right)-\left[2-\left(\sqrt{2}-\pi-1\right)\right]-\frac{3}{2}$

**تعريـن عـــدد 03:** ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

1) إذا كان $A=3-\left(\sqrt{2}-\frac{5}{2}\right)-\left(5-2\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}$ فإن: ☐ $A=\sqrt{2}$ ، ☐ $A=2\sqrt{2}$ ، ☐ $A=\frac{1}{2}$

2) إذا كان $B=\left(\sqrt{7}-\pi+x\right)-\left(\frac{1}{2}-\pi-x\right)-2\sqrt{7}$ و $x=\sqrt{7}$ فإن: ☐ $B=\frac{1}{2}$ ، ☐ $B=\sqrt{7}$ ، ☐ $B=\sqrt{7}-\frac{1}{2}$

3) إذا كان $C=\frac{2}{3}-(a+7)-\left(\frac{5}{3}-b\right)$ و $a-b=-8$ فإن: ☐ $C=-16$ ، ☐ $C=0$ ، ☐ $C=16$

**تعريـن عـــدد 04:**

1) اختصر العبارات التالية حيث $x\in \mathbb{R}$، $y\in \mathbb{R}$ و $z\in \mathbb{R}$: $A=x-\left[(y-z)-(x-y)\right]-(z+x)+2y$

$B=x-(y-x-z)+y-(x-z)+y-(x-y)$ ، $C=y-(x-1)-\left[z-(y-1)\right]+\left[x-(1-z)\right]$

2) احسب A، B و C في حالة $x=z=\frac{1}{2}$ و $y=-\frac{5}{2}$.

3) ابحث عن z علما أن $B=C$.

**تعريـن عـــدد 05:** لتكن العبارتان E و F حيث $x\in \mathbb{R}$:

$E=\left(x-\sqrt{2}-\pi\right)-\left[-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\pi\right)-x\right]-(x-\pi)$ ، $F=-\left(\sqrt{5}+x+\pi\right)+\left[-\left(-\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)+\pi\right]-\left(\sqrt{3}-\pi\right)$

1) اثبت أن: $E=x-\pi+\sqrt{3}$ و أن $F=-x+\pi-2\sqrt{3}$

2) اثبت أن $F=-\left(E+\sqrt{3}\right)$.

3) احسب E و F في حالة $x=\pi+1$

4) أوجد x علما أن $F=-\sqrt{3}+\pi$

**تمرين عدد 06:** احسب: $A=\left(-\frac{1}{2}\right)\times 4-2\times\left(-\frac{9}{4}\right)\times 5+5\times\left(-\frac{3}{10}\right)$

$$C=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{7}\times(-5)+\left(-\frac{2}{21}\right)\times\frac{3}{2}-(-0.4)\times\frac{10}{7}$$

$$D=\left(-\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)\times\frac{\sqrt{6}}{11}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-\sqrt{8}\times\left(-\frac{\pi}{2}\right)\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)$$

**تمرين عدد 07:** لتكن العبارة $E=\sqrt{2}a-\sqrt{3}b-ab\sqrt{6}$ حيث $a\in IR$ و $b\in IR$. أحسب العبارة E في كل من الحالات التالية:

1) $a=\sqrt{2}$ و $b=\sqrt{3}$

2) $a=\sqrt{3}$ و $b=\sqrt{2}$

3) $a=b=\sqrt{2}$

4) $a=-\sqrt{2}$ و $b=-\sqrt{3}$

5) $a=b=-\sqrt{3}$

**تمرين عدد 08:** ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

1) إذا كان $A=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ ، $B=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ، $C=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ فإن:

☐ A مقلوب B ، ☐ A مقلوب C ، ☐ B مقلوب C

2) إذا كان $X=\sqrt{7}$ ، $Y=\frac{\sqrt{7}}{7}$ ، $Z=\frac{1}{\sqrt{7}}$ فإن:

☐ $XY=7$ ، ☐ $Y=Z$ ، ☐ $X+Z=\frac{\sqrt{7}}{8}$

**تمرين عدد 09:** اختصر العبارات التالية: $A=\sqrt{2}-\sqrt{8}+\sqrt{50}-\sqrt{18}$ ، $B=2\sqrt{20}+5\sqrt{5}-\sqrt{45}$

، $C=-3\sqrt{3}+4\sqrt{12}-7\sqrt{75}$ ، $D=-\sqrt{28}-\sqrt{63}+7\sqrt{7}$

**تمرين عدد 10:** انشر واختصر العبارات التالية: $E=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}+1-\frac{1}{2}\right)$ ، $F=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

$H=\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+3\right)-5\left(1-\sqrt{5}\right)$ $N=3\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)-2\left(\sqrt{7}+\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{6}\right)$

**تمرين عدد 11:** انشر واختصر العبارات التالية حيث $a\in IR$ ، $b\in IR$ و $c\in IR$:

$X=a\left(\frac{3}{2}-b\right)+b\left(a-\frac{3}{2}\right)-\frac{3}{2}(a-b)$ ، $Y=\left(a-\frac{5}{4}\right)\left(\frac{5}{4}-b\right)+(a-b)\left(\frac{5}{4}-a\right)$

$$T=(a-b)\left(\frac{4}{5}-a\right)-(b-a)\left(a-\frac{4}{5}\right)$$

**تمرين عدد 12:** ليكن x و y العددين الحقيقيين التاليين: $x=5+2\sqrt{6}$ و $y=5-2\sqrt{6}$.

1) بين أن x و y مقلوبان.

2) احسب: $\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{y}$ ، $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ و $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$

**تمرين عـــدد 13:** فكك إلى جذاء عوامل العبارات التالية حيث $x \in IR$: $A=(3x+1)(x-1)+(2x+3)(x-1)$

$B=2\pi x-4x\sqrt{2}$ ، $C=\pi\sqrt{5}-5$ ، $D=2(x+2)\sqrt{3}-3$

$E=\sqrt{7}(x+1)-2x-2$ ، $F=(x-\sqrt{7})(x+5)-(x+4)(\sqrt{7}-x)$

**تمرين عـــدد 14:** احسب:

$X=\dfrac{1-\dfrac{1}{3}}{2-\dfrac{2}{3}}+\dfrac{1}{2}$ ، $Y=\dfrac{\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}}{\dfrac{2}{\sqrt{3}}}$ ، $T=\dfrac{\pi}{\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}}\times\dfrac{1}{\pi}}$ ، $Z=\dfrac{1-\sqrt{2}}{\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}}$

**تمرين عـــدد 15:** اكتب العبارات التالية على شكل $a\sqrt{7}+b\sqrt{5}$ حيث $a \in IR$ و $b \in IR$

$A=9\sqrt{7}-2\sqrt{5}+\dfrac{3}{2}(\sqrt{7}+\sqrt{5})-\left(\dfrac{13}{2}\sqrt{7}-\dfrac{7\sqrt{5}}{2}\right)$ ،

$B=\sqrt{125}+\sqrt{28}-\dfrac{2}{3}\sqrt{63}+\dfrac{1}{\sqrt{7}}$

$C=\dfrac{\sqrt{7}+1}{2}-\dfrac{1}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ ،

$D=\dfrac{\sqrt{448}}{14}+\dfrac{\sqrt{35}+1}{\sqrt{7}}-\dfrac{5\sqrt{180}}{2}$

**تمرين عـــدد 16:** 1 ) انشر واختصر العبارة: $(a+1)(a-1)-a^2$ حيث $a \in IR$.

2) استنتج $10^8-9999\times10001$. ما هو خارج القسمة الاقليدية وباقيها للعدد $10^4$ على $10^4-1$ .

**تمرين عـــدد 17:** احسب العبارة التالية: $A=\left(1+\dfrac{1}{2}\right)\times\left(1+\dfrac{1}{3}\right)\times\left(1+\dfrac{1}{4}\right)\times....\times\left(1+\dfrac{1}{49}\right)\times\left(1+\dfrac{1}{50}\right)$

**تمرين عـــدد 18:** احسب: $\left|\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2}\right|$ ، $|1.4-\sqrt{2}|$ ، $|3.14-\pi|$ ، $|3.15-\pi|$ ، $|3-2\sqrt{2}|$

**تمرين عـــدد 19:** احسب: $X=|\sqrt{2}-\sqrt{3}|\times|\sqrt{2}+\sqrt{3}|$ ، $Y=|(-\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{5}-\sqrt{6})|$ ، $Z=\dfrac{|\sqrt{3}-\pi|}{|\pi-\sqrt{3}|}$

$U=\left|\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\pi-\sqrt{2}}\right|\times\left|\dfrac{\sqrt{2}-\pi}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}\right|$ ، $V=\left|\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right|-\left|\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right|$

**تمرين عـــدد 20:**

1) اختصر العبارة $A=-|x|+x$ في حالة $x \in IR_+$ ثم في حالة $x \in IR_-$.

2) اختصر العبارة $B=-x-|x+2|$ في حالة $x \geq -2$ ثم في حالة $x \leq -2$

3) اختصر العبارة $C=\sqrt{2}-|\sqrt{2}-x|$ في حالة $x \geq \sqrt{2}$ ثم في حالة $x \leq \sqrt{2}$.

**تمرين عـــدد 21:** أوجد العدد الحقيقي x في كل من الحالات التالية: $|x|=\sqrt{5}$ ، $|x+2\sqrt{3}|=0$ ، $|x-1|=1+\sqrt{2}$

$3|(x-\sqrt{5})(x-\sqrt{2})|=0$ ، $|x-\pi|=1-\sqrt{2}$

**تمرين عـــدد 22:** أوجد $|x|$ ثم استنتج x في كل من الحالات التالية حيث $x \in IR$:

$|-3x|=4$ ، $\left|\dfrac{-x}{\sqrt{2}}\right|=\dfrac{1}{2}$ ، $\left|-\dfrac{\sqrt{3}x}{\sqrt{5}}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ ، $|-\sqrt{7}x+2x|=1$

**تمرين عـــدد 23:** ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

1) إذا كان $|x|=x$ فإن: ☐ $x\in IR_+$ ، ☐ $x\in IR_-$ ، ☐ $x\in IR^*$

2) إذا كان $|x|=-x$ فإن: ☐ $x\in IR_+$ ، ☐ $x\in IR_-$ ، ☐ $x\in IR^*$

3) إذا كان $\sqrt{x^2}=2$ فإن: ☐ $|x|=2$ ، ☐ $|x|=\sqrt{2}$ ، ☐ $x=2^2$

**تمرين عـــدد 24:** لتكن العبارتان التاليتان $x=\sqrt{a}+a$ و $y=\sqrt{a}-a$ حيث $a\in IR_+^*$ و $a\neq 1$.

1) احسب: $x+y$ ؛ $x-y$ ؛ $x\times y$

2) احسب: $\frac{x\times y}{x-y}$ ؛ $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$

3) أثبت أن: $\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}=-\frac{1}{\sqrt{a}}$

4) أوجد العدد الحقيقي $a$ في حالة $x-y=x\times y$.

**تمرين عـــدد 25:**

1) لتكن العبارة التالية: $A=(\sqrt{3}-x)(\sqrt{2}+x)-(2x-\sqrt{2})(x-\sqrt{3})$.

أ) بين أن: $A=3x(\sqrt{3}-x)$ ، ب) احسب $A$ في حالة $x=-1$

ج) ثم في حالة $x=-\sqrt{3}$ ، د) أوجد $x$ إذا علمت أن $A=0$

2) نعتبر العبارة $B$ التالية: $B=\sqrt{27}-3x$:

أ) بين أن $B=3(\sqrt{3}-x)$، ب) فكك إلى جداء عوامل العبارة $A-B$، ج) أوجد $x$ إذا علمت أن $A-B=0$

**تمرين عـــدد 26:**

1) لتكن العبارة $a=x\sqrt{\frac{242}{45}}$ حيث $x\in IR$

أ) بين أن: $a=\frac{11\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}x$، احسب العبارة $a$ في حالة $x=\sqrt{2}$ ثم في حالة $x=\sqrt{10}$

ب) أوجد $|a|$ إذا علمت أن $x\in IR_-$

2) نعتبر العبارة $b=\frac{1}{x}\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{968}}$ حيث $x\in IR^*$.

أ) بين أن $a\times b=1$ ، ب) استنتج أن $a$ مقلوب $b$.

**تمرين عـــدد 27:**

لتكن العبارة التالية: $X=|a-\sqrt{2}|-|\sqrt{3}-b|-|a-b|$ حيث $a<\sqrt{2}$ و $b>3$.

1) اختصر العبارة $X$، 2) احسب العبارة $X$ في حالة $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

3) أوجد $b$ في كل من الحالات التالية:

أ) $X=\sqrt{3}$ ، ب) $X-\sqrt{2}=0$ ، ج) $|X|=\sqrt{2}$ ، د) $|X-\sqrt{3}|=1$.