الرياضيات بالتدرج

تمارين بحلولها

جديد

جمال المنيف
أستاذ تعليم ثانوي

خديجة كعنيش بن مسعود
متفقدة أولى للتعليم الثانوي

فيصل الزواري
أستاذ تعليم ثانوي

التعـــــداد والحســـــاب

1* نعتبر الأعداد : 1002 ، 3436 ، 5760 ، 7875 ، 19800 . حدد من بينها ما يقبل القسمة
أ) على 2 ، ب) على 3 ، ج) على 4 ، د) على 5 ، هـ) على 8 ، و) على 9 ، ز) على 25

2* نعتبر العدد $x = 57a2$ حيث a رقم عشراته . أوجد القيم الممكنة لـ a ليكون العدد x قابلا للقسمة
أ) على 2 ب) على 3 ج) على 4 د) على 9 هـ) على 8 .

3* نعتبر العدد $y = 1924ab$ حيث a رقم عشراته و b هو رقم آحاده .
أوجد القيم الممكنة لكل من a و b ليكون العدد y قابلا للقسمة
أ) على 5 و 9 ب) على 3 و 25 ج) على 5 و 8 .

4* نعتبر العدد a 4 5 c.
أنجز شجرة الاختيار للرقمين a و c ليكون العدد قابلا للقسمة على 15.

5* نعتبر العدد a b 3 c.
أنجز شجرة الاختيار للأرقام a و b و c ليكون العدد قابلا للقسمة على 5 و 9 في نفس الوقت .

6* نعتبر العدد ab04 .
أنجز شجرة الاختيار للرقمين a و b ليكون العدد قابلا للقسمة على 4 و 9 في نفس الوقت .

7* يختار مترشّح لإحدى المناظرات مادتين يُسأل فيهما تكون الأولى من بين المواد : جغرافيا ، إعلامية .
والثانية من بين اللّغات : ألمانية ، إسبانية ، إيطالية . أوجد عدد الاختيارات الممكنة للمترشّح .

8* أ) أعط كل الأعداد الأولية المحصورة بين 100 و 150 والتي رقم آحادها 7 ثم التي رقم آحادها 3 .
ب) أعط كل الأعداد الأولية المحصورة بين 150 و 200 والتي رقم آحادها 1 .

9** عدد $y = a\ b\ c$ متكون من 3 أرقام a و b و c حيث رقم عشراته b ضعف رقم مئاته a. لو بادلنا رقم العشرات برقم المئات يزيد العدد 270 . أوجد العدد y إذا علمت أنه قابل للقسمة على 9 و 5 ؟

10 a و b و c أعداد صحيحة طبيعية .

أ) بيّن أنّ إذا كان a قابلا للقسمة على b و b قابلا للقسمة على c ، فإنّ a قابلا للقسمة على c .

ب) بيّن أنّ إذا كان a قابلا للقسمة على c و b قابلا للقسمة على c ، فإنّ a+b قابلا للقسمة على c .

ج) بيّن أنّ العدد $5^{123}+15$ قابلا للقسمة على 5 .

11 x و y و z أعداد صحيحة طبيعية متتالية بحيث $x<y<z$.

أ) بيّن أنّ إذا كان x و y غير قابلين للقسمة على 3 فإنّ z قابل للقسمة على 3 .

ب) بيّن أن الجذاء (xyz) قابل للقسمة على 6 .

12 ضع علامة "X" أمام المقترح السليم .

أ) 1565 قابلا للقسمة على
- ☐ 5
- ☐ 3
- ☐ 15

ب) 3564 قابلا للقسمة على
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 12

ج) 4664 قابلا للقسمة على
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 12

د) 7245 قابلا للقسمة على
- ☐ 7
- ☐ 3
- ☐ 21

هـ) 1764 قابلا للقسمة على
- ☐ 4
- ☐ 6
- ☐ 24

و) 1776 قابلا للقسمة على
- ☐ 4
- ☐ 6
- ☐ 24

13 ضع علامة "X" أمام كل مقترح سليم .

أ) 29629442962944 قابل للقسمة على
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 12

ب) 39629442962944 قابل للقسمة على
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 12

14 بإحدى المدارس يمكن تقسيم مجموع التلاميذ إلى فرق تضم الواحدة 5 تلاميذ أو إلى فرق تضم الواحدة 7 تلاميذ ويبقى 4 تلاميذ في كل مرة .إذا علمت أنّ عدد تلاميذ المدرسة محصور بين 450 و 490 .

ما هو عدد الفرق ذات 5 تلاميذ و عدد الفرق ذات 7 تلاميذ التي يمكن تكوينها ؟

15** نعتبر المجموعتين $A=\{a , b , c\}$ و $B=\{1 , 2 , 3 , 4\}$

1) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بأخذ أحد عنصريها من A والآخر من B.

2) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بعنصرين مختلفين من A .

3) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بعنصرين مختلفين من B .

4) أوجد عدد الأزواج التي يمكن تكوينها بحدين ينتميان إلى A .

16** أ) ما أكبر عدد ذو أربعة أرقام يقبل القسمة على 3 و 7 .

ب) ما أصغر عدد ذو أربعة أرقام يقبل القسمة على 3 و 5 .

17** أ) أكمل الجدول التالي

العدد	2	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9
رقم آحاده									

ب) ما هو رقم آحاد كلاّ من الأعداد 2^{19} ، 2^{201} ، 2^{2008} .

18** أ) ما هو كمّ كلاّ من المجموعات التالية : D_2 ، $D_{(2^2)}$ ، $D_{(2^3)}$ ، $D_{(2^4)}$ ، $D_{(2^5)}$ ، $D_{(2^{70})}$

ب) ما هو كمّ كلاّ من المجموعات التالية : $D_{(3^3)}$ ، $D_{(5^4)}$ ، $D_{(7^2)}$ ، $D_{(6^2)}$.

19** لأحمد حقيبة تفتح بعدد سرّي ذي 3 أرقام من بين الأرقام 0، 1 ، 2 ، 3.

نسي العدد المناسب لفتح الحقيبة . أوجد عدد المحاولات الممكن القيام بها لفتح الحقيبة .

20** ما هو كمّ كلّ مجموعة من المجموعات التالية :

A هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الفردية الأصغر من 28 القابلة للقسمة على 3 .

B هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الزوجية الأصغر من 30.

C هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الفردية الأصغر من 30.

D هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية مضاعفات 5 المحصورة بين 21 و 50 .

E هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الأولية الزوجية الأكبر من 5.

F هي مجموعة قواسم العدد 24 و قوى للعدد 2 .

21* نعتبر المجموعة التالية : $E = \{452 ; 738 ; 614 ; 820 ; 936 ; 237 ; 315 ; 732\}$

أ) حدد كمّ كلاّ من المجموعات التالية : A مجموعة عناصر E من مضاعفات 5 .

B مجموعة عناصر E والتي تقبل القسمة على 3 .

C مجموعة عناصر E والتي تقبل القسمة على 6 .

$A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A \cup C$ ، $A \cap C$

22* التقى 6 أصدقاء ، محمد، مراد ، أحمد ، علاء ، حامد ، منجي . فقرروا أن ينقسموا إلى فريقين يضمّ كلّ منهما 3 لاعبين . كم إمكانية لتكوين فريقين ؟

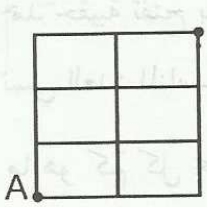
23* 6 تلاميذ يريدون تكوين فريق كرة سلة (5 لاعبين) . كم من إمكانية لذلك ؟

24* ثلاثة أصدقاء يقطنون نفس المسكن لهم أحذية بنفس المقاس ونفس النوع ، وبألوان مختلفة (أسود – بنّي – قرمزي) عند خروج أحدهم ليلا انطفأ الضوء فلبس زوج حذاء دون التثبت من لونه . ما عدد إمكانيات لون زوج الحذاء الذي لبسه ؟

25** عند عودته من عمله إلى المترل يمرّ لسعد بثلاث إشارات ضوئية وفي كل إشارة توجد ثلاثة أضواء أحمر (R) وبرتقالي (O) وأخضر (V) .

أوجد عدد الحالات الممكنة لألوان أضواء الإشارات الثلاث التي يمرّ بها لسعد .

26** كم مسلكا يمكن إتباعه للذهاب من A إلى B



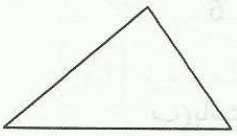
متبعا خطوط الشبكة وأقصر مسافة ممكنة .

ملاحظة : يمكن ترميز خطوة إلى اليمين بـــ (ي) وخطوة إلى أعلى بـــ (أ)

27** يرمى إسماعيل نردين أحدهما مكعّب أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 و الآخر هرم أوجهه مثلثات متقايسة الأضلاع تحمل الأحرف من a إلى d ويكتب ما يقرؤه في الوجه العلوي للمكعب والوجه السفلي للهرم في شكل زوج ، مثال (a , 4) أوجد جميع الأزواج التي يمكن لإسماعيل الحصول عليها .

28 لسلوى 4 كريّات حمراء في كيس مرقّمة من 1 إلى 4 و 5 كريات خـــضراء في كـــيس آخـــر مرقّمـــة من1 إلى 5. تسحب سلوى كريّة من كل كيس وتكتب رقميهما على شكل زوج (1,2) حيث 1 رقـــم الكرية الحمراء و 2 رقم الكرية الخضراء . أوجد جميع الأزواج الممكنة التي يمكن لسلوى الحصول عليها .

29 نعتبر المثلث EFG المقابل أوجد كل احتمالات مواقع النقاط E ، F ، G على الرسم .



30 لياسين 3 أقلام و حافظة أقلام بها 3 أجزاء يمكن تسميتها a ، b ، c .

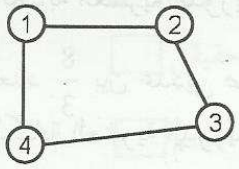
يضع ياسين في أي جزء قلما أو قلمين أو ثلاثة ،أوجد عدد الوضعيات

التي يضع حسبها ياسين أقلامه بالحافظة .

(يمكن أن نعبر عن وضع قلمين بالجزء a وصفر قلم بالجزء b وقلم واحد بالجزء c كالتالي (2a,0b,1c) .

31 أوجد عدد الإمكانيات لوضع الأحرف A و B و C و D

على قمم الرباعي المقابل عوضا عن الأرقام



32 1) كم عدد المستقيمات المارّة من نقطتين مختلفتين ؟

2) كم عدد المستقيمات المارّ كل منها من قمتين من قمم مثلث ؟

3) كم عدد المستقيمات المارّ كل منها من قمتين من قمم رباعي ؟

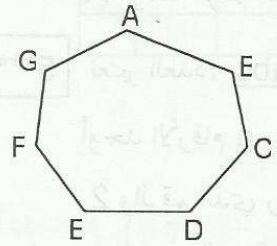
4) كم عدد المستقيمات المارّ كل منها من قمتين من قمم سداسي ؟

5) كم عدد المستقيمات المارّ كل منها من قمتين من قمم مضلع له 20 قمة ؟

33 1) يمثل الشكل المقابل سباعي محدّب . كم له من قطر ؟

2) ما عدد أقطار مضلّع محدّب له 10 قمم ؟

3) ما عدد أقطار مضلّع محدّب له 20 قمّة ؟



مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

الكتابات العشرية لعدد كسري نسبي

1* أ) أعط الكتابة العشرية الدورية لكل من الأعداد التالية:

$\frac{25}{6}$ ، $-\frac{64}{11}$ ، $\frac{35}{8}$ ، $\frac{1457}{333}$ ، $1+\frac{25}{6}$ ، $3-\frac{64}{11}$ ، $1-\frac{1}{\frac{3}{4}}$

ب)باستعمال الآلة الحاسبة قارن بين $\frac{35}{8}$ و $\frac{1457}{333}$. ثمّ بين $-\frac{64}{11}$ و $-5,81$

2* أ) أوجد الكتابة العشرية الدورية لـ $\frac{25}{6}$.

ب) احسب $1-\frac{25}{6}$ و $2-\frac{25}{6}$ و $1+\frac{25}{6}$

ج) استنتج الكتابة العشريّة الدوريّة للأعداد $\frac{19}{6}$ ، $\frac{13}{6}$ ، $\frac{31}{6}$

3* أ) أحصر العدد $\frac{8}{3}$ بين عددين صحيحين متتاليين.

ب) أوجد الكتابة العشرية الدوريّة للعدد $\frac{8}{3}$.

ج)أوجد قيمة تقريبية بالنقصان للعدد $\frac{8}{3}$ برقمين بعد الفاصل.

د) أوجد قيمة تقريبية بالزيادة للعدد $\frac{8}{3}$ برقمين بعد الفاصل.

4** 1) أوجد الرقم الذي رتبته 7 بعد الفاصل في الكتابة $13,\underline{651}$

2) أوجد الرقم الذي رتبته 2008 بعد الفاصل في الكتابة $13,\underline{651}$.

3) أوجد الرقم الذي رتبته 147 بعد الفاصل في الكتابة $3,\underline{67}$.

4) أوجد الرقم الذي رتبته 5000 بعد الفاصل في الكتابة $7,\underline{123}$.

5*** نعتبر العدد: $29,\underline{abc}$ حيث a و b و c 3 أرقام.

أوجد الأرقام a و b و c إذا علمت أن الرقم الذي رتبته 315 بعد الفاصل هو7 والرقم الذي رتبته 413 هو 2 والرقم الذي رتبته 502 هو 3.

الأعداد الحقيقية:

6* انقل على كراسك كل جملة صحيحة من الجمل التالية :

* كلّ عدد حقيقي هو عدد أصمّ.
* كلّ عدد أصمّ هو عدد حقيقي.
* كلّ عدد له كتابة عشرية لا متناهية هو عدد أصمّ.
* كلّ عدد عشري هو عدد كسري.

7* a عدد صحيح طبيعي

1) إذا كان باقي قسمة a على 3 يساوي 1 ، فكم يساوي باقي قسمة a^2 على 3 .

2) إذا كان باقي قسمة a على 3 يساوي 2 ، فكم يساوي باقي قسمة a^2 على 3 .

3) استنتج أن إذا كان 3 قاسما لـ a^2 فإن 3 قاسم لـ a .

4) ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين بحيث $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 3$.

أ) بين أن 3 يقسم a و يقسم b .

ب) استنتج أن $\sqrt{3}$ عدد غير كسري .

8* ضع علامة "X" أمام كل مقترح سليم .

أ) 3.14 هو عدد أصمّ ☐ كسري ☐ حقيقي ☐ .

ب) $\sqrt{0.81}$ هو عدد عشري ☐ أصمّ ☐ حقيقي ☐

ج) $\sqrt{8.1}$ هو عدد عشري ☐ أصمّ ☐ حقيقي ☐

د) $\sqrt{\frac{50}{18}}$ هو عدد كسري ☐ عشري ☐ أصمّ ☐

9* أكمل الجدول المقابل بما يناسب من الرمزين $\in$ أو $\notin$

العدد / المجموعة	3,14	$-\frac{5}{3}$	$-\sqrt{9}$	$\sqrt{7}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{10}{5}$	3,14	$-\pi$
$\mathbb{R}_+$								
$\mathbb{R}_-$								
$\mathbb{Q}$								
$\mathbb{D}$								
$\mathbb{Z}$								
$\mathbb{N}$								

10* أكمل بما يناسب من الرموز $\in$ ، $\notin$ ، $\subset$ ، $\not\subset$:

$1{,}25 \cdots \mathbb{Q}$ ، $-1{,}25 \cdots \mathbb{D}$ ، $\{\sqrt{2}, 2\} \cdots \mathbb{Q}$ ، $\frac{3}{7} \cdots \mathbb{R}$ ، $\left\{-\frac{7}{2}; 3; -9{,}8; 3{,}14\right\} \cdots \mathbb{Q}$

$\left\{-11; \frac{7}{4}; -\frac{15}{3}; -\pi\right\} \cdots \mathbb{R}$ ، $-\sqrt{\frac{9}{4}} \cdots \mathbb{Q}_-$ ، $\frac{\pi}{2} \cdots \mathbb{D}$ ، $-\sqrt{225} \cdots \mathbb{Z}$

11* نعتبر المجموعة $A = \left\{-\frac{8}{3}; \frac{7}{5}; \pi; -\sqrt{3}; \frac{\sqrt{9}}{3}; 3{,}14; -\frac{\pi}{5}; \sqrt{0{,}09}; 1{,}25\right\}$

أوجد عناصر المجموعات التالية $A \cap \mathbb{D}$ ، $A \cap \mathbb{Q}$ ، $A \cap \mathbb{Z}$ ، $A \cap \mathbb{R}$ ، $A \cap \mathbb{I}$

12* 1) رتّب تصاعديّا الأعداد التالية π , $3,14$, $3,\underline{14}$, $\frac{22}{7}$

2) رتّب تنازليّا الأعداد التالية $-1,732$, $-1,\underline{732}$, $-\sqrt{3}$, $-\frac{347}{200}$

تدريج مستقيم بالأعداد الحقيقية:

13* ارسم مستقيما مدرّجا بمعيّن (O, I).

1) عيّن عليه النقاط A و Bو C و D التي فاصلاتها على التوالي $-\frac{7}{2}$ و $\frac{9}{4}$ و -1 و 0.75

2) احسب الأبعاد AB و AC و BD و BI

3) عيّن نقطة M على (OI) بحيث $AM = 2$ ثم اذكر فاصلتها (اذكر كلّ الحالات)

4) عيّن نقطة N على (OI) بحيث تكون فاصلتها موجبة و $BN = 3$. ماهي فاصلتها ؟

5) عيّن نقطة P على (OI) بحيث $DP = 4$ و $P \in [OD]$ ثم اذكر فاصلتها.

14* ارسم مستقيما مدرّجا وفق معيّن (O, I) .

1) ضع النقطة A فاصلتها $\sqrt{2}$.

2) استنتج بناء النقاط E و F و G و H التي فاصلاتها على التوالي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $\sqrt{2}+3$ ، $2\sqrt{2}$, $\sqrt{2}-5$.

15** ارسم مستقيما Δ مدرّجا وفق معيّن (O, I) .

عيّن على Δ النقط A فاصلتها $\sqrt{2}$ و النقطة B مناظرة A بالنسبة إلى O والنقطة J منتصف $[OI]$.

1) ما هي فاصلة النقطتين B و J حسب (O,I).

2) أ) أوجد فاصلة I إذا كانت O هي أصل التدريج و J هي النقطة الواحدية.

ب) استنتج فاصلتي A و B حسب (O,J).

الجذر التربيعي لعدد حقيقي موجب :

16* احسب: $\sqrt{81}$ ، $\sqrt{0,81}$ ، $-\sqrt{36}$ ، $\sqrt{\frac{81}{36}}$ ، $\sqrt{1+\frac{9}{16}}$ ، $\sqrt{625}$.

17* احسب: $-\sqrt{121}$ ، $\sqrt{1,21}$ ، $\sqrt{1-\frac{72}{121}}$ ، $1-\sqrt{\frac{50}{32}}$ ، $\sqrt{0,09}+\sqrt{0,01}$

18** احسب: $\sqrt{(-5)^2}$ ، $\sqrt{7^2-(\sqrt{3})^2}$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2-\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2}$ ، $4\times\sqrt{\frac{9}{4}}$ ، $\sqrt{\frac{100}{36}}\times\sqrt{\frac{16}{25}}$ ، $-\frac{7}{4}\times\sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2}$

19** 1) أكمل الجدول التالي بما يناسب من أعداد .

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^2										
رقم آحاد a^2										

2) يوجد من بين الأعداد التالية مربّع كامل ، حدّده مع تعليل الجواب .

$a = 709345234009832$ و $b = 935789426683568$

و $c = 1033911786712610687401$.

20** احسب $\sqrt{x+\frac{1}{4}}$ في الحالات التالية:

أ) $x=2$ ب) $x=\frac{3}{4}$ ج) $x=-\frac{2}{9}$ د) $x=\sqrt{\frac{576}{16}}$

21** احسب ، $\sqrt{-5+\sqrt{36}}$ ، $\sqrt{\frac{21}{2}+\sqrt{\frac{121}{4}}}$ ، $\sqrt{\frac{11}{4}+\sqrt{\frac{25}{16}}}$ ، $\sqrt{22+\sqrt{7+\sqrt{4}}}$

22** احسب a و b ثمّ قارن بينهما في كلّ حالة من الحالات التالية

أ) $a=\sqrt{\frac{81}{4}}$ و $b=\frac{\sqrt{81}}{4}$ ب) $a=\sqrt{9}+\sqrt{49}$ و $b=\sqrt{9+\sqrt{49}}$ ج) $a=\sqrt{\frac{25}{36}}+\sqrt{\frac{4}{9}}$ و $b=\sqrt{\frac{25}{36}+\sqrt{\frac{4}{9}}}$

23** ضع علامة "X" أمام كل إجابة صحيحة من الإجابات التالية حيث x عدد حقيقي موجب .

أ) ☐ $\sqrt{36}=18$ ☐ $\sqrt{6^2}=\left(\sqrt{6}\right)^2$ ☐ $\sqrt{(-6)^2}=(-6)$

ب) $x^2=7$ إذن ☐ $x=\sqrt{49}$ ☐ $x^2=7$ إذن $x=7^2$ ☐ $x^2=7$ إذن $x=\sqrt{7}$

ج) $x\in\mathbb{R}$ ☐ $x^2=9$ إذن $x=3$ ☐ $x^2=9$ إذن $x=\sqrt{9}$ ☐ $x^2=9$ إذن $x=81$

24** أوجد العدد الحقيقي x في كلّ من الحالات التالية

أ) $\sqrt{x}=17$ ب) $\sqrt{x}=22$ ج) $\sqrt{x+3}=4$ د) $\sqrt{x-2}=3$

25** أوجد العدد الحقيقي x في كلّ من الحالات التالية:

أ) $x^2 = 25$ ب) $x^2 = 4$ ج) $x^2 = 1$

د) $x^2 = 3$ هـ) $x^2 = \sqrt{81}$ و) $(x+1)^2 = 36$

26** 1) أعط قيمة تقريبية بالزيادة بثلاثة أرقام بعد الفاصل لـ V حجم مخروط دوراني شعاعه 4cm وارتفاعه 5cm

2) أعط جبرا بالعشرات لـ V' حجم كرة شعاعها 6 cm. (نأخذ $\pi = 3,14$)

27** أكمل الجدول التالي بالأعداد المناسبة

المساحة بـ cm^2			169
طول ضلع مربّع بـ cm	10		
طول قطر مربّع بـ cm		$\sqrt{18}$	

العمليات في مجموعة الأعداد الحقيقيّة $\mathbb{R}$

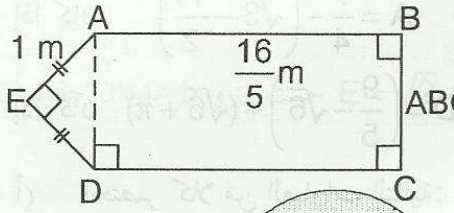
الجمع و الطرح في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

1* احسب المجاميع التالية .

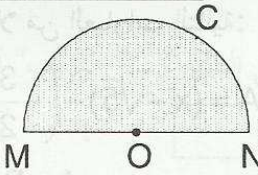
$1+\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}-3$ ، $-\frac{5}{4}+\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{4}-\frac{3}{5}$ ، $-1{,}2+\frac{2}{5}$ $-4-\frac{1}{4}$ ، $-\frac{18}{12}-\left(-\frac{49}{14}\right)$ ، $\sqrt{\frac{9}{4}}+\sqrt{\frac{25}{16}}$

2* احسب $a=-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ ، $b=-\frac{3}{4}+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}$ ، $c=1{,}2-\frac{1}{5}+\frac{1}{12}$

3* أ) احسب قيس محيط كلّ من المثلث ADE و الخماسي ABCDE في الشكل المقابل .



ب) احسب قيس محيط نصف القرص الدائري حيث $OM = 2\ m$



4* نعتبر العبارة $a=-\frac{3}{5}+x+(-\sqrt{3})$. ضع علامة "X" أمام المقترح السليم .

أ) إذا كان $x=\sqrt{3}$ فإنّ ☐ $a=-\frac{3}{5}$ ، ☐ $a=-\frac{11}{10}$ ، ☐ $a=-\sqrt{3}$

ب) إذا كان $x=\frac{3}{5}$ فإنّ ☐ $a=-\frac{3}{5}+\sqrt{3}$ ، ☐ $a=\pi$ ، ☐ $a=-\sqrt{3}$

ج) أكمل بأحد الأعداد التالية : $-\sqrt{3}$ ، 0 ، $-\frac{3}{5}$ ، $-\frac{3}{5}-\sqrt{3}$.

إذا كان x و $\left(-\sqrt{3}\right)$ عددان متقابلان فإنّ $a=\ldots\ldots$

5** اختصر كلاّ من المجاميع التالية:

$A=\sqrt{\frac{16}{9}}+\left(-\frac{5}{6}\right)+\sqrt{3}$ ، $B=-\frac{2}{5}+(-\sqrt{2})+\left(\sqrt{2}+\frac{1}{3}\right)$

$C=\sqrt{9+16}+\left(-\sqrt{1+\frac{17}{64}}\right)$ ، $D=\frac{17}{3}-\sqrt{7}-\frac{1}{3}$

$E=-\sqrt{\frac{9}{100}}+0{,}75$ ، $F=\sqrt{5}-\pi+\left(-\frac{8}{5}\right)+\pi$

$G=\sqrt{\frac{49}{4}}-\frac{5}{2}-\frac{7}{2}+\frac{1}{3}$ ، $H=-5-(-\sqrt{2})-\sqrt{2}$

6** احسب العبارة $\left(a-b-\frac{6}{7}\right)$ في كلّ من الحالات التالية:

أ) $a=-\frac{1}{2}$ و $b=-\sqrt{2}$ ب) $a=-\sqrt{3}$ $b=-\frac{1}{4}$

ج) $a=b$ د) $a=-b=-\frac{6}{5}$

7* ضع علامة "X" أمام المقترح السليم .

إذا كان $A=\frac{7}{4}-\left(\sqrt{3}-\frac{11}{2}\right)$ فإنّ ☐ $A=\sqrt{3}$ ، ☐ $A=\frac{29}{4}-\sqrt{3}$ ، ☐ $A=\frac{9}{4}$

إذا كان $D=\left(\frac{9}{5}-\sqrt{6}\right)+(\sqrt{6}+\pi)$ فإنّ ☐ $D=\frac{9}{5}$ ، ☐ $D=\pi+\frac{9}{5}$ ، ☐ $D=\frac{9+\pi}{5}$

8* أ) اختصر كلاّ من العبارات التالية:

$$A=(x-\sqrt{5})-\left(-\frac{3}{2}+x-y\right) \quad ، \quad B=\left(\frac{2}{5}+y\right)-\left[y-(\sqrt{5}-x)\right]$$

ب) اختصر $A+B$.

ج) احسب $A+B$ إذا علمت أنّ $x-y=\frac{7}{3}$

9** اختصر كلاّ من العبارات التالية:

$$E=-3{,}14-(\sqrt{2}-1)+\sqrt{2}-\left[\frac{1}{4}+(0{,}75-\pi)\right]$$

$$G=\pi-\left[-\sqrt{5}-\left(\frac{1}{5}-\pi\right)\right]-\left[0{,}5+\left(\pi+\sqrt{5}+\frac{7}{10}\right)\right]$$

$$H=\sqrt{7}-\left[\sqrt{\frac{5}{3}}+(1+\sqrt{7})\right]+\left[3-\left(\sqrt{7}+\sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right]-\sqrt{7}+2$$

10** احسب كلا من العبارات التالية إذا علمت أن $a-b=-\frac{3}{4}$

$$M=a-\left(b+\frac{3}{4}\right) \quad ، \quad N=b-a \quad ، \quad P=-(a-\sqrt{2}+1)+(b-5-\sqrt{2})$$

11*** 1) اختصر كلاّ من العبارتين E و F حيث a و b عددان حقيقيان

$$E=\left[\sqrt{5}-\left(a+\frac{3}{4}\right)\right]-\left[(a+\sqrt{5}-\sqrt{3})-a\right] \quad ، \quad F=|\,5-\sqrt{3}\,|+|\,1-\pi\,|-|\,\pi+4\,|$$

2) أوجد العدد الحقيقي a بحيث يكون E و F عددين متقابلين.

12* لتكن العبارتين: $A = x - \left(\frac{1}{4} + \sqrt{2}\right) + \left(-x - \frac{1}{2}\right) - (x - 0{,}75)$

$B = \sqrt{3} - \left[a + (1 + \sqrt{3})\right] - 2 + [b - (\pi - 3)]$

أ) اختصر العبارة A وبين أن $B = -a + b - \pi$.

ب) احسب A إذا علمت أن $x = 1 - \sqrt{2}$.

ج) احسب B إذا علمت أن $a - b = 2 - \pi$.

13* نعتبر العبارة $E = \sqrt{2} + \frac{1}{2} - \left[\sqrt{2} - (a+1)\right] - \left[0{,}5 - (-b + \sqrt{2})\right]$ حيث a و b عددان حقيقيان:

1) بين أن $E = a - b + \sqrt{2} + 1$

2) إذا علمت أن $b - a = \sqrt{2} - 2$ أكمل كلاّ من الجمل التالية بـــ " صواب" أو " خطأ "

$E = \sqrt{2} + 1$ ☐ ، $E = 3$ ☐ ، $E = \sqrt{2}$ ☐

3) احسب $|E|$ في كلّ من الحالتين:

أ) $a = \sqrt{3}$ و $b = \sqrt{2}$

ب) $a = -\sqrt{2}$ و $b = \sqrt{5}$

4) أوجد $a - b$ إذا كان $E = 0$.

14* لتكن العبارتين: $A = \sqrt{3} - \left[\sqrt{2} - (5 + x)\right] - \left[\sqrt{3} - (\sqrt{2} - 5)\right] + (\sqrt{3} - 1 + \pi)$

$B = \sqrt{2} - (\pi + y) - \left[\sqrt{3} - (1 - \sqrt{2})\right]$

1) أثبت أن $A = \sqrt{3} + x - 1 + \pi$ وأن $B = 1 - \pi - y - \sqrt{3}$

2) بيّن أنه إذا كان $x = y$ فإنّ A و B متقابلان.

3) احسب A إذا علمت أن $x = 1 - \pi$

4) أوجد y إذا علمت أن B و $\sqrt{3} - 1$ عددان متقابلان.

الضـــرب والقسمة في مجموعـــة الأعـــداد الحقيقية

15** أحسب العبارات التالية إذا علمت أن $ab = 4$ و $a \in \mathbb{R}_+$ و $b \in \mathbb{R}_+$

$A = \frac{1}{2}a \times (-3b)$ ، $B = (-2a\sqrt{2}) \times (-b\sqrt{2})$ ، $C = \frac{1}{2}\sqrt{a} \times \frac{3}{4}\sqrt{b}$

$D = a\sqrt{b} \times b\sqrt{a}$ ، $E = \sqrt{8a} \times \sqrt{2b}$

16** احسب العبارات التالية:

$a=\sqrt{6}\sqrt{14}\left(-\sqrt{6}\right)$ ، $b=\sqrt{5}\sqrt{7}\sqrt{5}$

$c=-7\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}$ ، $d=\left(-\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\sqrt{3}\right)$ ، $e=\frac{3}{4}\sqrt{5}\times\left(-\frac{4}{5}\sqrt{5}\right)$

مقلوب عدد حقيقي ، النشر و التفكيك

17* بيّن أن العدد a هو مقلوب العدد b في الحالات التالية:

أ) $a=\frac{1}{2}\sqrt{2}$ و $b=\sqrt{2}$

ب) $b=\frac{1}{3}\sqrt{2}$ و $a=1{,}5\sqrt{2}$

18* نعتبر الأعداد التالية: $a=\sqrt{10}-3$ ، $b=\sqrt{10}+3$ ، $c=3-\sqrt{10}$ و $d=-\sqrt{10}-3$

ضع علامة " X " أمام المقترح الصحيح .

أ) a و b متقابلان ☐ . ب) c هو مقلوب a ☐ . ج) d و c متقابلان ☐ .

د) d و b متقابلان ☐ . هـ) b هو مقلوب d ☐ . و) b هو مقلوب a ☐ .

19** أ) بيّن أن $(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})=1$

ب) احسب $\frac{1}{7+4\sqrt{3}}\times\frac{1}{7-4\sqrt{3}}$ ، $\frac{1}{7+4\sqrt{3}}-\frac{1}{7-4\sqrt{3}}$

20** في أية حالة من الحالات التالية يكون العدد x هو مقلوب العدد y .

أ) $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ و $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

ب) $x=\sqrt{5}-2$ و $y=\sqrt{5}+\sqrt{4}$

ج) $x=3-2\sqrt{2}$ و $y=3+2\sqrt{2}$

د) $x=\sqrt{7}+\sqrt{6}$ و $y=\sqrt{7}-\sqrt{6}$

21* انشر واختصر العبارات التالية:

$a=\sqrt{3}\ (\sqrt{3}+1)$ ، $b=\sqrt{2}\ (\sqrt{2}-2)$ ، $c=\left(\frac{4}{5}-\sqrt{5}\right)\sqrt{5}$ ، $d=2\sqrt{3}(3-2\sqrt{3})$

22* اختصر كلاّ من العبارات التالية:

$A=\sqrt{2}+\sqrt{2}$ ، $B=3\sqrt{2}-\sqrt{2}$ ، $C=\sqrt{3}+\sqrt{2}-4\sqrt{3}-2\sqrt{2}$ ، $E=\sqrt{5}+5-7\sqrt{5}-7$

$G=-2\pi+5\pi-\pi$ ، $H=-4\sqrt{7}+7\sqrt{9}-3\sqrt{7}-5+\sqrt{7}$ ، $K=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{5}{7}}-\frac{1}{6}\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{5}{7}}$

23* انشر واختصر:

$m=(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}+1)$ $\quad$ $n=(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+5)$

$p=(\sqrt{5}-5)\left(\sqrt{5}-\frac{1}{5}\right)$ $\quad$ $k=(-\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

24* فكك إلىٰ جذاء عوامل: $A=2\pi+2\sqrt{2}$ ، $B=\pi\sqrt{3}-3$ ، $C=15+5\sqrt{2}$ ، $D=7\sqrt{7}+14$

25* فكك إلى جذاء عوامل

$I = x\sqrt{2} + 3x - x\sqrt{3}$ ، $J = x\sqrt{3} + 3$ ، $K = x^2 - x\sqrt{2}$

$L = 4xy + 12x - 8x^2$ ، $M = (x+1)\sqrt{7} - 2(x+1)$ ، $N = \pi(\pi - 1) + (\pi - 1)$

26* انشر واختصر كلاّ من العبارات التالية

$A = 3\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2) - 5(3 - \sqrt{5})$ ، $B = 2 - \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) - 2(\sqrt{2} + 1)$

$C = (\sqrt{3} - 1)\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\left(\frac{1}{2} + 3\sqrt{3}\right)$ ، $D = (\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

$E = -3 + \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) - (\sqrt{2} + 1)(2 - \sqrt{2})$ ، $F = (2 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 2) - (2\sqrt{2} - 2)(2 + 2\sqrt{2})$

$G = 2\sqrt{2}(1 - \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) - 3\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})$ ، $H = 2\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)$

27* فكك إلى جذاء عوامل كلاّ من العبارات التالية حيث x عدد حقيقي

$A = 3x(2x - 1) + 5(2x - 1)$ ، $B = (2x - 3)(x + 1) + (2x - 3)(x + 3)$

$C = (3x - 4)(2x - 5) - (4 - 3x)(2x + 5)$ ، $D = (2x + 1)(x - 3) + (-2x - 1)(3x + 2)$

28* انشر واختصر العبارات التالية حيث x عدد حقيقي

$M = (x + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1) + (1 - \sqrt{2})$ ، $N = -\sqrt{3}(x + \sqrt{3}) - \sqrt{3}(x - \sqrt{3})$

$P = \frac{1}{2}(x - 3) - \left(\frac{1}{2}x + 3\right)$ ، $Q = 7 - 3x(x - 2) + 5 + 2(x - 3)x$

29* أ) احسب $x(\sqrt{2} - 3)$ إذا علمت أن $x = 0$

ب) احسب $(y - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$ إذا علمت أن $y = \sqrt{3}$

ج) احسب $3(\sqrt{3} + 1)(1 - z + \sqrt{3})$ إذا علمت أن $z = \sqrt{3} - 1$

القيمة المطلقة لعدد حقيقي :

30* ارسم مستقيما Δ مقترنا بمعيّن (O,I) بحيث $OI = 1\,cm$.

1) عين النقط A و B و C و D على Δ فاصلاتها على التوالي $-\frac{5}{3}$ و 3 و $1 + \sqrt{2}$ و $-\sqrt{2} - 1$

2) احسب OA و OB و OC و OI و CD .

3) ما هي مناظرة C بالنسبة إلى O ؟

4) عين النقطة M مناظرة I بالنسبة إلى B . ما هي فاصلة M ؟

31* احسب

$|-2|-|\sqrt{3}|$ ، $|-2-\sqrt{3}|$ ، $|\sqrt{5}-\sqrt{3}|$ ، $|3+\sqrt{2}|$ ، $|1-\sqrt{2}|$

$|\sqrt{3}-2|$ ، $|-\pi+3|$ ، $|2-\sqrt{2}|$ ، $|\sqrt{5}-\sqrt{7}|$ ، $|-\sqrt{25}+\sqrt{6}|$ ، $|\pi-4|$

32** اختصر كلا من الكتابات التالية:

$A=\left|\frac{7}{3}+\pi\right|-\left|\frac{16}{3}+\pi\right|$ $\qquad$ $B=|2+\sqrt{2}|-\left|-\frac{3}{2}-\sqrt{2}\right|$

$C=|3-\sqrt{6}|-|1-\sqrt{5}|+|\sqrt{5}-\sqrt{6}|$ $\qquad$ $D=|\sqrt{7}+\pi|-|-\pi+4|$

33** أوجد العدد الحقيقي x في كلّ من الحالات التالية:

$|x|=\sqrt{11}$ ، $|x|=\pi+\frac{1}{2}$ ، $|x|=3-\sqrt{5}$ ، $\left|x+\frac{5}{2}\right|=0$ ، $|x-\sqrt{10}|=0$

34** 1) احسب

$x=|5-\sqrt{5}|$ ، $y=|3-\pi|$ ، $z=|\sqrt{5}-2|$

2) احسب $|x+y+z|$

3) أثبت أن $|x+y|=|z-\pi|$

35** احسب:

$a=|\sqrt{2}-1|\times|\sqrt{2}-2|$ $\qquad$ $b=|\pi-2|\times|3-\pi|$

$c=|(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-4)|$ $\qquad$ $d=|(-\sqrt{3}-1)(1-\sqrt{3})|$

36*** أ) أوجد $|x|$ إذا علمت أن $|x+\sqrt{2}x|=1$

ب) أوجد $|y|$ إذا علمت أن $\left|-\frac{3}{2}y\right|=5$

ج) أوجد $|z-\sqrt{5}|$ إذا علمت أن $|z\sqrt{5}-5|=\sqrt{5}$

37* أوجد $|x|$ ثم استنتج x في كل من الحالات التالية:

أ) $\left|\frac{x}{4}\right|=\frac{1}{3}$ $\qquad$ ب) $\left|\frac{x}{\sqrt{3}}\right|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\qquad$ ج) $\left|-\frac{x}{5}\right|=\frac{6}{7}$

د) $\left|\frac{x}{\sqrt{2}+1}\right|=\frac{\sqrt{2}-1}{3}$ $\qquad$ هـ) $\left|\frac{x}{-7}\right|=\frac{2}{21\sqrt{7}}$

38* أوجد العدد الحقيقي x في الحالات التالية:

أ) $x^2 = 25$ ب) $x^2 = 4$ ج) $x^2 = 1$

د) $x^2 = 3$ هـ) $x^2 = \sqrt{81}$

39** ضع علامة " X " أمام المقترح الصحيح .

أ) $\sqrt{x^2} = 7$ إذن $x = 49$ ☐ ، $x = -7$ أو $x = 7$ ☐ ، $x = 7$ ☐

ب) $\sqrt{x^2} = \sqrt{3}$ إذن $x = -3$ ☐ ، $x = -\sqrt{3}$ أو $x = \sqrt{3}$ ☐ ،

$x = \sqrt{3}$ ☐

40** اختصر كلاّ من العبارات التالية:

$a = 4\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$ $b = 3\sqrt{12} + 2\sqrt{48}$

$c = 3\sqrt{5} + 7\sqrt{20} - \sqrt{125}$ $d = \sqrt{50} - \sqrt{32} + 3\sqrt{2}$

$e = 2\sqrt{27} + \sqrt{50} - 5\sqrt{3} - \sqrt{32}$ $f = 2\sqrt{72} - 3\sqrt{63} + 7\sqrt{7} - 4\sqrt{18}$

مسائل

41* نعتبر العددين $x = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ و $y = \frac{5}{3}\sqrt{3}$.

1) اكتب x و y في صيغة $\sqrt{a}$ حيث a عدد كسري موجب.

2) بيّن أن $x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 0$

3) بيّن أن $x\sqrt{3} + y\sqrt{2} = 10$

42** نعتبر العبارة: $A = (5-2x)(3x+6) + (2x-5)(x+1)$

1) بيّن أن $A = (2x+5)(5-2x)$.

2) أ) احسب العبارة A إذا علمت أن $x = \sqrt{6}$

ب) استنتج أن $\frac{1}{5+2\sqrt{6}} = 5 - 2\sqrt{6}$

43** نعتبر العبارتين التاليتين: $E = 1+\sqrt{2}(\sqrt{2}+1) - (\sqrt{2}+2)(1-\sqrt{2})$ و $F = \sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{9} - \sqrt{32}$

1) بيّن أن $E = 3 + 2\sqrt{2}$ وأن $F = 3 - 2\sqrt{2}$

2) بيّن أن E هو مقلوب F

3) احسب $\frac{1}{E} - \frac{1}{F}$

44** نعتبر العبارتين: $E = x\sqrt{7} + \sqrt{63}$ و $F = (x+3)(2x-7) + 4x + 12$

1) فكك كل من العبارتين E و F إلى جذاء عوامل.

2) بيّن أن $F - E = (x+3)(2x-3-\sqrt{7})$.

45*** نعتبر العبارة: $M = 2\sqrt{2}(2\sqrt{2}+\sqrt{6}) - \sqrt{5}(2\sqrt{5}-\sqrt{15})$

1) بيّن أن $M = 2+\sqrt{3}$

2) احسب $M(2-\sqrt{3})$ ثم استنتج مقلوب M.

3) بيّن أن $\sqrt{3} \times \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}+3$

46*** نعتبر العبارة: $A = \left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{4}\right) + (2x-1)\left(x+\frac{1}{8}\right)$

1) بيّن أن $A = \left(x-\frac{1}{2}\right)(3x+1)$

2) احسب A في كل من الحالات التالية :

أ) $x = -\frac{1}{3}$ ب) $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

3) احسب $|A|$ إذا علمت أن $x = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

47*** أ) احسب العددين $a = \frac{3}{2}\sqrt{12} \times \frac{1}{3}\sqrt{3}$ و $b = \frac{3}{2}\sqrt{12} + \frac{1}{3}\sqrt{3}$

ب) احسب الأعداد: $c = b + a\sqrt{3}$ ، $d = a - b\sqrt{3}$ ، $e = b + \sqrt{a}$

$f = (a+b)(a-b)$ ، $g = |d-ab|$ ، $h = b - \frac{1}{a}\sqrt{a}$

48* احسب $\sqrt{3}\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}\sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}\sqrt{5}$ ، $\sqrt{8}\sqrt{2}$ ، $\sqrt{18}\ \sqrt{2}$ ، $\sqrt{2}\ \sqrt{32}$

$\sqrt{\frac{3}{5}}\sqrt{\frac{3}{5}}$ ، $\sqrt{\frac{5}{2}}\sqrt{\frac{10}{9}}$ ، $\sqrt{\frac{175}{49}}\sqrt{\frac{28}{25}}$ ، $\sqrt{\frac{50}{3}}\sqrt{\frac{2}{27}}$ ، $\sqrt{50}\sqrt{\frac{1}{2}}$ ، $\sqrt{2,5}\sqrt{0,9}$

49* أكتب الأعداد التالية في صيغة $a\sqrt{b}$ حيث $a \in \mathbb{N}$ و $b \in \mathbb{N}$

$\sqrt{8}$ ، $\sqrt{12}$ ، $\sqrt{27}$ ، $\sqrt{20}$ ، $\sqrt{24}$ ، $\sqrt{40}$ ، $\sqrt{50}$ ، $\sqrt{125}$ ، $\sqrt{98}$

$\sqrt{18}$ ، $\sqrt{45}$ ، $\sqrt{54}$ ، $\sqrt{63}$ ، $\sqrt{48}$ ، $\sqrt{80}$ ، $\sqrt{75}$ ، $\sqrt{72}$ ، $\sqrt{147}$

50** أكتب الأعداد التالية في صيغة $\sqrt{a}$ حيث $a \in \mathbb{N}$

$4\sqrt{7}$ ، $5\sqrt{2}$ ، $2\sqrt{3}$ ، $3\sqrt{2}$ ، $\sqrt{25}\sqrt{7}$ ، $\sqrt{16}\sqrt{2}$ ، $\sqrt{7}\sqrt{5}$

$10\sqrt{10}$ ، $2\sqrt{5}$ ، $5\sqrt{3}$ ، $3\sqrt{5}$ ، $3\sqrt{3}$ ، $2\sqrt{2}$ ، $5\sqrt{5}$ ، $7\sqrt{5}$

51* اختصر كلاّ من الكتابات التالية:

$\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{72}}$ ، $\sqrt{\frac{96}{80}}$ ، $\sqrt{\frac{56}{162}}$ ، $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{25}}$ ، $\sqrt{\frac{17}{9}}$ ، $\sqrt{\frac{121}{9}}$ ، $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{8}}$ ، $\sqrt{\frac{12}{100}}$ ، $\sqrt{\frac{135}{20}}$ ، $\sqrt{\frac{16}{5}}$

خارج قسمة عدد حقيقي على آخر مخالف للصفر

52* احسب: $\frac{\frac{7}{3}}{\frac{9}{104}}$ ، $\frac{-\frac{2}{3}+1}{2}$ ، $\frac{\frac{7}{3}+\frac{1}{3}}{-\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{-\frac{3}{4}}-\frac{5}{3}$ ، $\frac{-\frac{\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{6}}{7}}$ ، $\frac{-\frac{5\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}}{-\sqrt{\frac{27}{2}}}$

مقلوب جداء عددين حقيقيين مخالفين للصفر وجداء خارجي قسمة:

53* احسب : $\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}$ ، $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{2}}\times\frac{\frac{1}{25}}{\frac{2}{5}}$ ، $\frac{\frac{1}{5}}{-\frac{5}{\sqrt{7}}}\times\frac{\frac{1}{7}}{-\frac{7}{10}}$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{6}}$ ، $-\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}}\times\frac{1}{12}$

54* اختزل كلاّ من الكتابات التالية:

$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ ، $\frac{2\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ ، $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ ، $\frac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$ ، $\frac{3\pi-12}{9-3\pi}$ ، $\frac{2\sqrt{28}+\sqrt{63}}{\sqrt{7}}$ ، $\frac{2\sqrt{5}+5}{\sqrt{20}}$

55* احسب: $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{6}}\times\frac{5}{\sqrt{22}}$ ، $\sqrt{\frac{50}{27}}\times\sqrt{\frac{3}{20}}$ ، $-\frac{7}{\sqrt{10}}\times\left(-\frac{4}{\sqrt{2}}\right)$ ، $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{4}}\times\frac{\sqrt{18}}{7}$

56** احسب: $-\frac{\sqrt{7}}{6-\sqrt{5}}\times\frac{2}{6+\sqrt{5}}$ ، $\frac{\sqrt{6}}{2+\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{6}}{2-\sqrt{5}}$ ، $\frac{4\sqrt{5}}{2+\sqrt{3}}\times\frac{5+3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}}$

مقلوب خارج قسمة وخارج قسمة خارجي قسمة

57*** احسب $\frac{a}{b}$ في كلّ من الحالات التالية:

أ) $a=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ ، $b=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$

ب) $a=\frac{3\sqrt{12}}{\sqrt{5}}$ ، $b=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{45}}$

ج) $a=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$ ، $b=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}$

مجموع خارجي قسمة الفرق بين خارجي قسمة:

58* احسب: $\frac{2\sqrt{3}}{5}+\frac{3\sqrt{3}}{5}$ ، $-\frac{\sqrt{7}}{4}-\frac{3\sqrt{7}}{4}$ ، $\frac{3}{4\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{2}}$ ، $-\frac{7\sqrt{3}}{3}+\frac{5}{\sqrt{3}}$

59* احسب: $\frac{\sqrt{2}}{7}-\frac{5}{2}$ ، $\frac{9\sqrt{2}}{2}-\frac{5\sqrt{2}}{3}$ ، $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{7}}$

$-\frac{13\sqrt{3}}{\sqrt{5}}-\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ ، $-\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}+\frac{4\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

60** احسب: $\frac{1}{1+\sqrt{3}}+\frac{1}{1-\sqrt{3}}$ ، $\frac{1}{1+\sqrt{3}}-\frac{1}{1-\sqrt{3}}$ ، $\frac{7+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}-2}{3}$

$\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$ ، $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}+\frac{1}{2\sqrt{3}+\sqrt{11}}$ ، $\frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}+\frac{4\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$

التناسب:

61* أثبت أن العددين $\sqrt{2}$ و $2\sqrt{3}$ متناسبان مع العددين $\sqrt{3}$ و $3\sqrt{2}$

62* أوجد العدد الحقيقي a لتكون الأعداد $-\sqrt{15}$ و a و $2\sqrt{5}$ و $-4\sqrt{2}$ متناسبة.

63* أوجد العدد x في كل من الحالات التالية:

أ) $\frac{x}{3}=\frac{2}{7}$ ب) $\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

ج) $\frac{\sqrt{5}}{x}=\frac{-10}{2\sqrt{5}}$ د) $\frac{-4}{\sqrt{3}}=\frac{x}{2\sqrt{3}}$

هـ) $\frac{x}{1+\sqrt{2}}=\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ و) $\frac{\sqrt{5}-2}{x}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2}$

64** أوجد العدد الحقيقي $\frac{x}{y}$ في كلّ من الحالات التالية.

أ) $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}$ ب) $\frac{2}{y}=\frac{2}{x}$ ج) $\frac{-3}{x}=\frac{4}{y}$

د) $\frac{-x}{\sqrt{3}}=\frac{y}{2}$ هـ) $\frac{y}{x}=-\frac{3}{5}$

65* نعتبر العددين $x=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ و $y=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

1) احسب $x+y$ و $x-y$.

2) احسب xy واستنتج أنّ x هو مقلوب y .

3) احسب $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ و $\frac{1}{y}-\frac{1}{x}$.

4) احسب $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}$ و $\frac{x}{\sqrt{2}}+\frac{y}{\sqrt{3}}$.

66* أ) أثبت أنّ $\frac{1}{5+2\sqrt{5}}+\frac{2}{\sqrt{5}}=1$.

ب) هل أنّ العدد $\frac{1}{5+2\sqrt{5}}$ هو مقلوب العدد $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ؟ علّل جوابك .

67* نعتبر الأعداد التالية: $a=\frac{\sqrt{54}-\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$ ، $b=\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{32}-\sqrt{24}}$ ، $x=\frac{\sqrt{32}+\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$ و $y=\frac{a}{b}$

1) اختزل a و بيّن أنّ $b=\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$.

2) بيّن أن $x=2+\sqrt{3}$ وأن: $y=2-\sqrt{3}$

3) أثبت أن $x=\frac{1}{y}$

4) احسب $x+\frac{1}{y}$ و $y-\frac{1}{x}$

القـــــوى في مجموعة الأعـــداد الحقيقية

1* احسب

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^2 \quad ، \quad \left(\frac{5}{4}\right)^3 \quad ، \quad (-1)^7 \quad ، \quad -1^7 \quad ، \quad -2^4 \quad ، \quad (-2)^4$$

$$-5^0 \quad ، \quad (-5)^0 \quad ، \quad (-10)^3 \quad ، \quad -10^3 \quad ، \quad (-10)^2 \quad ، \quad -10^2$$

2* احسب

أ) 2^{-3} ، 3^{-2} ، $(-5)^{-2}$ ، $(-7)^{-1}$ ، -6^{-3} ، 5^{-1} ، $(-1)^{-3}$ ، 1^{-5} ، -1^{-4}

ب) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ ، $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$ ، $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}$ ، $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-1}$ ، $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$ ، $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$

ج) 10^{-1} ، 10^{-2} ، 10^{-3} ، 10^{-4} ، $(-10)^{-2}$ ، $(-10)^{-3}$ ، -10^{-4} ، $(-0,01)^2$ ، $(0,1)^{-2}$ ، $(0,1)^3$

قوة عدد حقيقي دليلها صحيح نسبي

3* احسب $(\sqrt{2})^2$ ، $(-\sqrt{5})^2$ ، $(-\sqrt{3})^2$ ، $(\sqrt{3})^3$ ، $\sqrt{5}^3$ ، $(-\sqrt{5})^3$ ، $(2\sqrt{2})^4$ ، $(-2\sqrt{3})^3$

$(\sqrt{2})^{-6}$ ، $(-\sqrt{3})^{-4}$ ، $(-\sqrt{5})^{-2}$ ، $-\sqrt{7}^{-3}$ ، $\sqrt{2}^{-10}$ ، $(2\sqrt{3})^{-2}$ ، $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-4}$ ، π^{-2}

$\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)^2$ ، $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)^2$ ، $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3$ ، $\left(-\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^0$ ، $(-\pi)^2$ ، π^0 ، $\left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2$

4** احسب العبارات التالية:

$$E = -5(\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{2})^2 \qquad F = -9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - (3\sqrt{2})^2$$

$$G = 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 10^1 \qquad H = -2 + 2\sqrt{2}^3 + \sqrt{2}^2 - (-\sqrt{2})^3 \qquad I = \sqrt{3}^3 - \sqrt{3}$$

5** احسب العبارات التالية:

$$A = (\sqrt{3})^{-4} - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \qquad B = \left(-\frac{3}{5}\right)^{-1} \times \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$C = 5 \times 10^{-3} + 4 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-1} \qquad D = (3\sqrt{3})^{-2} - 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3$$

$$E = \sqrt{2}^4 \times 2^{-2} + \sqrt{2}^{-2} \times \sqrt{6}^2 - 3^{-3} \times \sqrt{3}^2 \qquad F = -2^{-2} - (-2)^2 - 2^{-2} - (-2)^{-2}$$

6** احسب

$$G=\left(-\frac{2}{5}\right)^{-1}+(\sqrt{2})^{-2}\times(\sqrt{5})^{2} \qquad H=\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}\times(-\sqrt{3})^{6}-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-4}$$

$$I=5(\sqrt{5})^{-4}-3(\sqrt{5})^{-2}-\left(-\frac{5}{2}\right)^{-1} \qquad J=\left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^{-2}+\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{2}-(3\sqrt{3})^{2}$$

7** اكتب في صيغة $a\times10^{n}$ حيث a و n عددان صحيحان نسبيان

3000 ، -50000 ، $0,007$ ، $-0,25$ ، $0,0121$ ، $2,3$ ، $-29,145$

8** أعط الكتابة العلمية للأعداد التالية

$257,63.10^{-5}$; $147,24\times10^{7}$; $0,00512\times10^{-14}$

$0,00274\times10^{15}$; $6,02\times10^{-34}$; $25,987.10^{-26}$

9** اكتب في صيغة $a\times10^{n}$ حيث a و n عددان صحيحان نسبيان ثم ا عط الكتابة العلمية للأعداد التالية

$0,00000000512\times0,00003125$; $0,00000000125\times8\times10^{24}$

$8963\times10^{11}\times0,011\times10^{-2}$; $0,000416\times10^{15}\times0,0025\times10^{-14}$

10** أبعد كواكب المجموعة الشمسية هو بلوتون ويبعد عنها 39,5 وحدة فلكية . إذا علمت أن الوحدة الفلكية تساوي 150 مليون كيلومتر أعط الكتابة العلمية بالكيلومتر لبعد بلوتون عن الشمس.

$\sqrt{a^{n}}=\sqrt{a}^{n}$ حيث a عدد حقيقي موجب

11** 1) احسب $\sqrt{2^{-2}\times3^{2}\times5^{4}}$ ، $\sqrt{2^{4}\times3^{6}}$ ، $\sqrt{5^{2}\times7^{4}\times11^{2}}$ ، $\sqrt{2^{-3}\times3^{3}\times7}$ ،

$$\sqrt{\frac{3^{6}\times5^{2}}{7^{-4}\times9^{4}}}$$

2) أ) فكّك إلى جذاء عوامل أولية الأعداد التالية

20736 ; 5625 ; 1764 ; 8712

ب) استنتج حساب كلّ من الأعداد التالية

$\sqrt{20736}$. $\sqrt{5625}$. $\sqrt{1764}$. $\sqrt{\frac{8712}{5625}}$

خاصيات القوى

قـوة جـــداء $(ab)^n = a^n b^n$

12** اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي ثم اختصر

$(-\sqrt{3})^3 \times (2\sqrt{3})^3$ ، $(\sqrt{2})^{-11} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-11}$ ، $\left(\frac{3}{5}\right)^{-7} \times \left(\frac{5}{2}\right)^{-7}$ ، $\sqrt{6}^4 \times \sqrt{3}^4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-4}$ ، $(0,02)^{-4} \times 50^{-4}$

قـوة قـوة $(a^n)^p = a^{n \times p}$

13* اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي:

$\left[(-\sqrt{2})^3\right]^2$ ، $\left[(\sqrt{5})^{-2}\right]^{-4}$ ؛ $(\pi^3)^5$ ، $\left[\left(-\frac{7}{2}\right)^{-2}\right]^2$ ، $\left(\sqrt{13}^{-2}\right)^3 \times \left(\sqrt{13}^{-4}\right)^{-2}$

14** اكتب في صيغة قوة عدد صحيح طبيعي ثم احسب

أ) $\sqrt{7}^6$ ، $\sqrt{2}^{10}$ ، $\sqrt{5}^4$ ، $(-\sqrt{3})^8$ ، $\sqrt{2}^{12}$ ، $(0,01)^{-3}$

ب) بيّن أن $\sqrt{a}^{2n} = a^n$ حيث a عدد حقيقي موجب و n عدد صحيح طبيعي .

15** أكمل كلّ فراغ بالعدد الصحيح المناسب

$\left[\left(\frac{7}{4}\right)^2\right]^{\cdots} = \left(\frac{7}{4}\right)^{12}$. $\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}\right]^{\cdots} = \left(\frac{3}{5}\right)^6$. $\left[\left(\sqrt{\frac{7}{2}}\right)^{\cdots}\right]^8 = \left(\frac{7}{2}\right)^{16}$

$\left[\left(\frac{4}{9}\right)^{\cdots}\right]^3 = \left(\sqrt{\frac{9}{4}}\right)^6$. $\left[\left(-\frac{5}{2}\right)^{\cdots}\right]^{-4} = \left(\frac{2}{5}\right)^{12}$. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\cdots} = 2^3$

16** أكمل كلّ فراغ بالعدد الصحيح المناسب

$\sqrt{\frac{2}{3}}^{12} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{\cdots} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\cdots}$ ، $\sqrt{2}^{\cdots} \times \sqrt{5}^{\cdots} = 10^5$ ، $8^{\cdots} \times \sqrt{5}^{\cdots} = 10^{12}$ ، $\sqrt{2}^{\cdots} \times 5^{12} = 10^{12}$

جداء قوتين لنفس العدد $a^n a^p = a^{n+p}$

17* اكتب في شكل قوة عدد حقيقي $\sqrt{2}^5\sqrt{2}^3$ ، $\left(\frac{4}{3}\right)^7 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$ ، $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-8} \times \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^{-2}$

$\left(\frac{5}{2}\right)^7 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ ، $\sqrt{3}^{-3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$ ، $\left(\frac{5}{3}\right)^{-4}\sqrt{\frac{3}{5}}^{10}$ ، $\sqrt{8}^2\sqrt{5}^6$ ، $\sqrt{27}^{-3} \times \sqrt{2}^{-9}$

18** أكمل كلّ فراغ بالعدد الصحيح المناسب .

$\sqrt{2}^7 \times 2^{\cdots} = \sqrt{2}^{11}$ ، $\left(\frac{10}{3}\right)^4 \times \left(\frac{10}{3}\right)^{\cdots} = \frac{1000}{27}$ ، $\left(\frac{7}{5}\right)^{-9} \times \left(\frac{7}{5}\right)^{\cdots} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-3}$ ، $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{\cdots} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

$\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^{\cdots} \times \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^9$ ، $3^{\cdots} \times 3^{-7} = \sqrt{3}^{-10}$ ، $\sqrt{5}^{\cdots} \times 125 = 5^{-5}$

$\left(\sqrt{\frac{4}{5}}\right)^{\cdots} \times \left(\frac{4}{5}\right)^{-4} = \frac{25}{16}$ ، $\left(\sqrt{\frac{4}{11}}\right)^6 \times \left(\frac{9}{11}\right)^{\cdots} = \left(\frac{9}{11}\right)^{-4}$

19** أ) بيّن أنّ حجم موشور قائم ارتفاعه $2a$ وقاعدته مثلث قائم ومتقايس الضلعين طول ضلعه القائم a يساوي حجم مكعّب طول حرفه a .

ب) بيّن أنّ حجم مخروط دوراني ارتفاعه $3R$ وشعاعه R يساوي $\frac{3}{4}$ حجم كرة شعاعها R

ج) احسب بدلالة b ارتفاع هرم حجمه b^3 وقاعدته مربّع طول ضلعه b

قوة خارج قسمة $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

20** اختصر:

$\frac{6^{-7}}{15^{-7}}$ ، $\frac{(8\pi)^5}{(2\pi)^5}$ ، $\frac{(\sqrt{32})^{-6}}{(\sqrt{8})^{-6}}$ ، $\frac{(-2\sqrt{14})^{-10}}{(\sqrt{28})^{-10}}$ ، $\frac{10^{-6}}{125^{-2}}$ ، $\frac{(0,01)^{-3}}{20^6}$ ، $\frac{\left(\frac{7}{5}\right)^{-3}}{\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}}$ ، $\frac{\left(-\frac{16}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}}$

قوة خارج قسمة دليلها سالب $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$

21** اكتب في صيغة a^n حيث a عدد حقيقي و n عدد صحيح طبيعي ثم اختصر

$$\left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^{-9}\times\left(\frac{15}{8}\right)^{9}\ ,\ \left(\frac{3\pi}{4}\right)^{7}\times\left(\frac{\pi}{2}\right)^{-7}\ ,\ \left(\frac{2}{3}\right)^{-8}\times\left(\frac{3}{5}\right)^{-8}\ ,\ \left(\frac{2}{7}\right)^{-11}\ ,\ \left(\frac{3}{4}\right)^{-5}\ ,\ \left(\frac{1}{3}\right)^{-6}$$

22** احسب $a=\dfrac{2\times10^{-7}\times5\times10^{3}}{10^{-2}\times(0,01)^{-1}}$ ، $b=\dfrac{\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^{-3}}{\left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)^{-2}}$ ، $c=\dfrac{\sqrt{3}\sqrt{27}^{3}}{3^{4}}$ ، $d=\dfrac{(0,02)^{-3}\times5^{-3}}{(0,5)^{2}\times\sqrt{2}^{4}}$

$$e=\frac{(0,5)^{-4}\times20^{-4}}{5^{-6}\times\sqrt{2^{-12}}}\ ,\ f=\frac{3\times10^{-5}\times5000}{0,003\times10^{-3}}\ ,\ g=\frac{0,0015\times(0,01)^{-2}}{0,0003\times\left(\frac{1}{100}\right)^{-1}}$$

23** نعتبر العبارة $E=\left(\frac{a}{b}\right)^{2}$ ، احسب E في كلّ حالة من الحالات التالية

أ) $a=\frac{2}{3}$ و $b=-\frac{2}{3}$ ب) $a=\sqrt{2}$ و $b=-\sqrt{3}$ ج) $a=0,01$ و $b=\frac{1}{1000}$

24*** احسب

$$e=\frac{(-0,001)^{2}\times\left(\frac{1}{100}\right)^{-2}}{(0,01)^{-3}\times(10^{4})^{-1}}\ ,\ f=\frac{75^{-2}\times\sqrt{2}^{10}\times4^{-2}}{(3^{2})^{-1}\times5^{-4}}\ ,\ g=\frac{5^{-4}+5^{-4}+5^{4}+5^{-4}+5^{-4}}{(0,01)^{2}}$$

$$h=2^{-3}\times(\sqrt{2})^{18}\times\frac{\sqrt{5}^{6}}{5^{-3}}\times(10^{-2})^{3}\ ,\ k=\frac{\left(\sqrt{18}-\sqrt{2}\right)^{4}}{\sqrt{2^{10}}}\ ,\ l=\frac{2^{-7}\times\sqrt{5^{16}}}{\sqrt{2}^{-20}\times5^{5}}$$

خارج قسمة قوتين لنفس العدد $\frac{a^n}{a^p}=a^{n-p}$:

25* اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي ثم احسب

$$\frac{5^{4}}{5^{2}}\ ,\ \frac{3^{-1}}{3^{2}}\ ,\ \frac{\pi^{-1}}{\pi^{-2}}\ ,\ \frac{\sqrt{2}^{7}}{\sqrt{2}^{4}}\ ,\ \frac{(2\sqrt{3})^{-7}}{(2\sqrt{3})^{-5}}\ ,\ \frac{10^{-4}}{10^{-6}}$$

الترتيب في مجموعة الأعداد الحقيقية

مقارنة عددين حقيقيين:

1* قارن بين a و b في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $a=-\frac{8}{3}$ و $b=\frac{7}{5}$ ب) $a=1,4$ و $b=\sqrt{2}$ ج) $a=-1,4$ و $b=-\sqrt{2}$

2* قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $x=-\frac{4}{3}$ و $y=-\frac{\sqrt{2}}{3}$ ب) $x=3\sqrt{5}$ و $y=-7\sqrt{7}$

ج) $x=\frac{11}{6}$ و $y=\frac{\sqrt{3}}{6}$ د) $x=-\frac{2\sqrt{3}}{5}$ و $y=\frac{-2\sqrt{3}}{7}$

3** قارن بين a و b في كل حالة من الحالات:

أ) $a=\frac{1+\sqrt{2}}{11}$ و $b=\frac{1+\sqrt{2}}{5}$ ب) $a=-2-\sqrt{5}$ و $b=5+\sqrt{3}$

ج) $a=\frac{\sqrt{2}}{6+\sqrt{10}}$ و $b=\frac{1}{6+\sqrt{10}}$ د) $a=\frac{-5}{2-\sqrt{3}}$ و $b=\frac{-11}{2-\sqrt{3}}$

هـ) $a=\frac{-11}{\sqrt{5}}$ و $b=\frac{11}{\sqrt{5}+3}$ و) $a=-\frac{6}{3}\times(-1-\sqrt{5})$ و $b=-\sqrt{5}$

المقارنة بحساب الفارق:

4* أكمل الجدول التالي بوضع علامة "X" في الخانة المناسبة

	a < b	a > b		a < b	a > b
$a-b=-\frac{17}{5}$			$b=a-4\sqrt{3}$		
$a-b=1+\sqrt{2}$			$-b-(2+\sqrt{3})=-a$		
$a-b=-2-\sqrt{5}$			$a-\left(b+\frac{1}{4}\right)=0$		
$a-\sqrt{7}=b$			$-b+a=-\frac{5\sqrt{6}}{3}$		

5** لرابح مبلغ (x) من المال ولأخيه فرج مبلغ(y) بحيث $x<y$ ، استثمرا هما فتضاعف مبلغ كل منهما ثلاث مرات لكن فرج أنفق منه ضعف المبلغ الذي كان عند رابح بينما أنفق رابح ضعف المبلغ الذي كان عند فرج. من أصبح مبلغه أكبر من مبلغ الآخر ؟

6** قارن بين x و y إذا علمت أن $a-b=2-\sqrt{2}$

أ) $x=a-\frac{1}{2}$ و $y=b-\sqrt{2}$ ب) $x=\sqrt{3}-a$ و $y=-2-b$

ج) $x=-b+2\sqrt{2}$ و $y=-\frac{1}{3}-a$ د) $x=a-\sqrt{2}$ و $y=b-\sqrt{2}$

7** a و b عددان حقيقيان بحيث $a\le b$. قارن بين:

أ) $5a-8b$ و $8a-11b$ ب) $\frac{8}{5}a+b$ و $\frac{3}{5}a+2b$

ج) $\frac{3a}{2}\sqrt{5}-\frac{b\sqrt{5}}{4}$ و $a\sqrt{5}+\frac{b}{4}\sqrt{5}$ د) $\frac{5}{6}a+3b$ و $-\frac{1}{6}a+4b$

8** قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $x=\sqrt{7}-\frac{2}{5}$ و $y=-\frac{7}{6}+\sqrt{7}$ ب) $x=\frac{14}{3}-\sqrt{6}$ و $y=\frac{5}{2}-\sqrt{6}$

ج) $x=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ و $y=\frac{1-\sqrt{2}}{3}$ د) $x=\frac{5+\sqrt{3}}{3}$ و $y=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

الترتيب والجمع:

9* نعتبر x عددا حقيقيا

1) رتب الأعداد التالية x و $x-1$ و $x+1$.

2) بيّن أن $x\le x+a$ وأن $x-a\le x$ مهما يكن العدد الحقيقي الموجب a.

3) بيّن أن $x\ge x+b$ وأن $x-b\ge x$ مهما يكن العدد الحقيقي السالب b.

10* x و y عددان حقيقيان موجبان قطعا بحيث $x\le y$

قارن بين أ) $x+\sqrt{2}$ و $y+\sqrt{3}$ ب) $x-\frac{\sqrt{3}}{5}$ و $y+\frac{\sqrt{6}}{3}$

11** قارن بين a و b في كل من الحالات التالية:

أ) $a=2-\sqrt{10}$ و $b=3-\sqrt{5}$ ب) $a=2\sqrt{5}-6$ و $b=8\sqrt{5}-4$

ج) $a=\sqrt{17}+\sqrt{3}$ و $b=\sqrt{15}-\sqrt{11}$

الترتيب والضرب:

12* نعتبر عددين حقيقيين a و b بحيث $a \le b$. قارن بين:

أ) $a\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $b\frac{\sqrt{3}}{2}$ ب) $-a\sqrt{55}$ و $-b\sqrt{55}$

ج) $a(1-\sqrt{2})$ و $b(1-\sqrt{2})$ د) $\frac{a}{3}(\sqrt{3}-1)$ و $\frac{b}{3}(\sqrt{3}-1)$

13* x و y عددان حقيقيان موجبان بحيث $x \le y$. قارن بين:

أ) $2x$ و $3y$ ، ج) $x\sqrt{5}$ و $y\sqrt{7}$ ، هـ) $3x+1$ و $5y+2$

ب) $2y$ و $x\sqrt{3}$ ، د) $4y\sqrt{3}$ و $3x\sqrt{5}$ ، و) $-4y+1$ و $-4x+\sqrt{2}$

14** x و y عددان حقيقيان. قارن بين x و y في الحالات التالية:

أ) $-2x \ge -2y$ ب) $\sqrt{3}-x \ge -y+\sqrt{3}$

ج) $8y-5 \le 8x-5$ د) $4x < 4y-\sqrt{5}$

15** نعتبر العددين الحقيقيين x و y بحيث $x+y<5$ و $x-y<2$. بيّن أن $x<\frac{7}{2}$

16** أ) a و b عددان حقيقيان بحيث $5 \le a+b$ و $a-b \le -3$ بين أن $a \le 1$

ب) بين أنه إذا كان $a+b>4$ و $b<-1$ فإنّ $a>5$

مقارنة مقلوبي عددين حقيقيين مخالفين للصفر

17** قارن بين a و b واستنتج مقارنة بين $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $a=5\sqrt{2}+3\sqrt{3}$ و $b=4(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ ب) $a=\sqrt{2}-\sqrt{27}$ و $b=\sqrt{8}-\sqrt{12}$

ج) $a=\frac{1+\sqrt{5}}{3}$ و $b=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ د) $a=\frac{\sqrt{3}}{2}+2$ و $b=\frac{\sqrt{3}}{3}+1$

مقارنة مربّعي عددين حقيقيين - مقارنة جذور تربيعية

18** قارن بين m و n في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $m=\sqrt{7}$ و $n=\sqrt{9}$ ب) $n=\frac{7}{2}$ و $m=\frac{\sqrt{11}}{3}$ ج) $m=-\frac{4}{5}$ و $n=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

د) $m=7\sqrt{3}$ و $n=6\sqrt{5}$ هـ) $m=-3\sqrt{6}$ و $n=-5\sqrt{2}$ و) $n=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ و $m=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

19** أ) قارن بين $\frac{5}{6}$ و $\frac{3}{4}$ واستنتج أن $\frac{3}{4}\sqrt{2} < \frac{5}{6}\sqrt{3}$

ب) قارن بين 3 و $\sqrt{7}$ واستنتج أن $2(1+\sqrt{7}) < 8$

ج) بيّن أن $\frac{3}{4}\sqrt{10} - 1 < \frac{4}{5}\sqrt{11} + 1$

د) بيّن أن $1 - 2\sqrt{5} < 3 - 2\sqrt{3}$

20** نعتبر العددين $x = \sqrt{9} - \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}} + 6\sqrt{\frac{28}{9}}$ و $y = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} - \frac{3}{\sqrt{3}-2}$

أ) بيّن أن $x = 3 + 3\sqrt{7}$ و $y = 3 + 5\sqrt{3}$

ب) قارن بين x و y ثم استنتج مقارنة بين $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{y}$

21** نعتبر العددين $a = 2 - \sqrt{3}$ و $b = 1 - \sqrt{6}$

1) قارن بين a و b. 2) قارن بين $4\sqrt{3}$ و $2\sqrt{6}$ 3) قارن بين a^2 و b^2.

22** احسب: $A = \left|2 - 3\sqrt{2}\right| + \frac{7}{2}$ $\quad B = \left|3 - \sqrt{5}\right| + \left(\sqrt{5} - \frac{6}{5}\right)$

$C = \left|\frac{5}{3} - \sqrt{3}\right| - \frac{1}{2}\sqrt{3}$ $\quad D = \left|7 - 3\sqrt{6}\right| - \left|-\sqrt{6}\right|$

23** احسب: $a = \left|\sqrt{7} - 3\right| - \left|\sqrt{5} - 2\right|$ $\quad b = \left|2\sqrt{3} - 1\right| + \left|11 - 2\sqrt{3}\right|$

$c = \left|3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\right| + \left|21 - 3\sqrt{2}\right| - \left|7 - 5\sqrt{3}\right|$ $\quad d = \left|3\sqrt{5} - 2\sqrt{6}\right| + \left|-\sqrt{5} - 6\right| - \left|\sqrt{6} + 4\right|$

$e = \left|\sqrt{6} - 3\sqrt{2}\right| - \left|\sqrt{3} - 2\right| - \left|\sqrt{3} + 2\sqrt{2}\right|$ $\quad f = \sqrt{(5\sqrt{5} - 4\sqrt{7})^2} - \sqrt{(2\sqrt{7} - 3\sqrt{5})^2}$

مسائل إدماجية:

24** a و b و x و y أربعة أعداد حقيقية.

1) بيّن أنّ إذا كان $\frac{2}{3}x - 3 < \frac{1}{3}$ فإنّ $x < 5$.

2) بين أنّ إذا كان $a + b > 5$ و $a - b > 2$ فإنّ $a^2 - b^2 > 10$

25*** نعتبر الأعداد $a = \frac{\sqrt{2}^3}{\sqrt{2}(\sqrt{3})^{-1}}$ و $b = \frac{(1-\sqrt{3})^2}{2}$ و $c = \sqrt{50} - 2\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$

1) بيّن أن $a = 2\sqrt{3}$ و $b = 2 - \sqrt{3}$ و $c = 3\sqrt{2}$

2) أ) رتب تصاعديا الأعداد a و b و c.

ب) استنتج ترتيبا تصاعديا للأعداد $2+\sqrt{3}$ و $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ و $4\sqrt{3}$

ج) استنتج أيضا أن $\frac{1}{3\sqrt{2}} \le \frac{1}{2\sqrt{3}} \le \frac{2}{(1-\sqrt{3})^2}$

26* ليكن العددين $x=\frac{1}{2}\sqrt{2}$ و $y=\frac{1}{3}\sqrt{3}$

1) بين أن $x > y$.

2) استنتج مقارنة لكل عددين من الأعداد التالية.

أ) $5y-\frac{1}{2}$ و $5x-\frac{1}{2}$ ب) $-2y+\sqrt{3}$ و $-2x+\sqrt{2}$ ج) $xy\sqrt{2}+\frac{1}{2}$ و $x^2\sqrt{3}+1$

3) أ) احسب الأعداد x^2 و x^3 و x^4 ثم رتب الأعداد x و x^2 و x^3 و x^4 تصاعديا.

ب) استنتج ترتيبا تصاعديا للأعداد $\frac{1}{x^4}$ و $\frac{1}{x^3}$ و $\frac{1}{x^2}$ و $\frac{1}{x}$ ثم للأعداد $\frac{1}{x^2}$ و $\frac{1}{x}$ و 1 و x^2.

27* 1) رتب تصاعديا الأعداد $\sqrt{2}+1$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}-1$

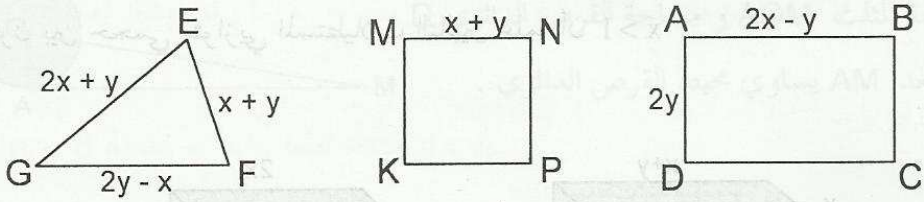
2) استنتج أن: أ) $\sqrt{2} < \sqrt{3}+1 < \sqrt{2}+2$ ب) $1 < \sqrt{3}(\sqrt{2}+1) < 3+2\sqrt{2}$

ج) $1-\frac{1}{\sqrt{2}} < \sqrt{\frac{3}{2}} < 1+\frac{1}{\sqrt{2}}$ د) $1-\sqrt{2} < 2-\sqrt{3} < 3-\sqrt{2}$

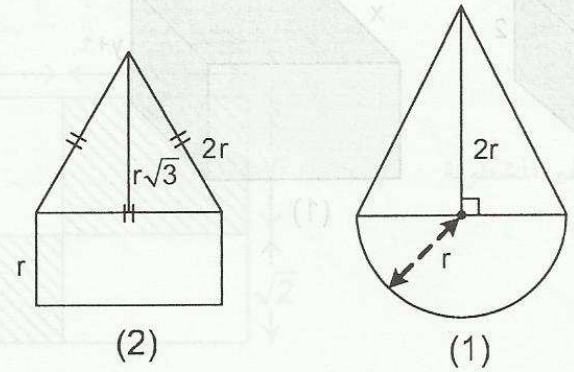
28* a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا بحيث $a \le b$

1) بيّن أن $\frac{b}{a} \le \frac{b^2}{a^2}$ 2) بيّن أن $\frac{a+1}{b} \le \frac{b+1}{a}$

29** رتب محيطات الأشكال التالية إذاعلمت أن $y < x$ حيث ABCD مستطيل و MNPK مربع و EFG مثلث.

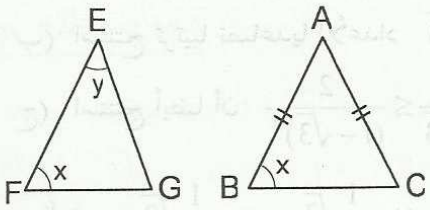


30** قارن بين مساحتي الشكلين المقابلين .



31*

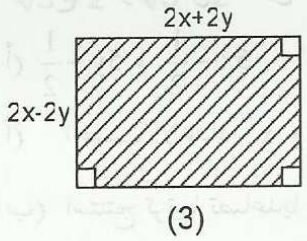
قارن بين $\hat{A}$ و $\hat{G}$ إذاعلمت أن $x > y$.



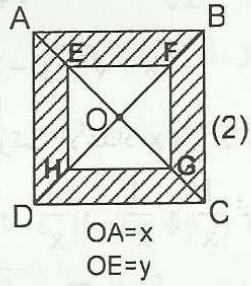
32*

رتّب المساحات المشطوبة في الأشكال التالية ترتيبا تصاعديّا

إذاعلمت أن $x > y$ و أن ABCD و EFGH مربعان .



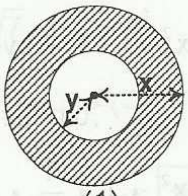
(3)



(2)

OA=x

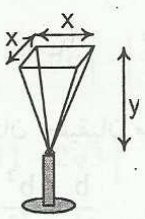
OE=y



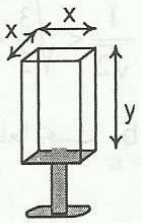
(1)

33**

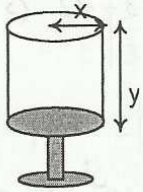
رتب تنازليا سعات الكئوس الممثلة بالأشكال التالية حيث x و y عددان حقيقيان يحققان $1 < x < y$.



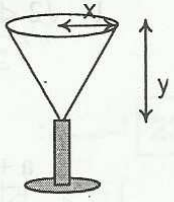
(4)



(3)



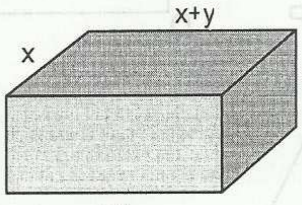
(2)



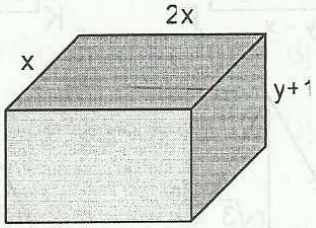
(1)

34**

قارن بين حجمي متوازيي المستطيلات التاليين علما أن $x > 1$.

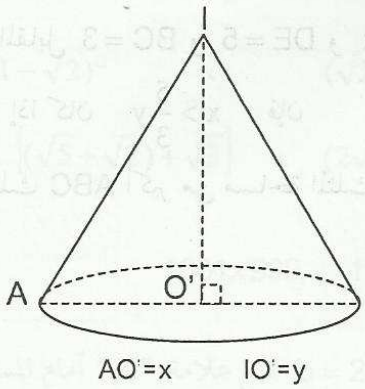


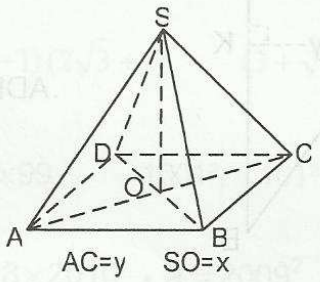
(2)



(1)

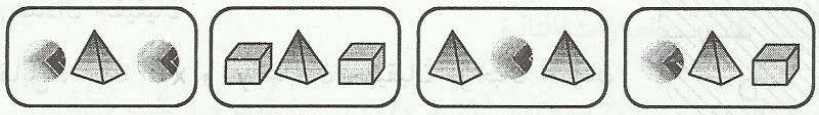
35 قارن بين حجمي الهرم المنتظم والمخروط الدوراني علما أن $x > y$.



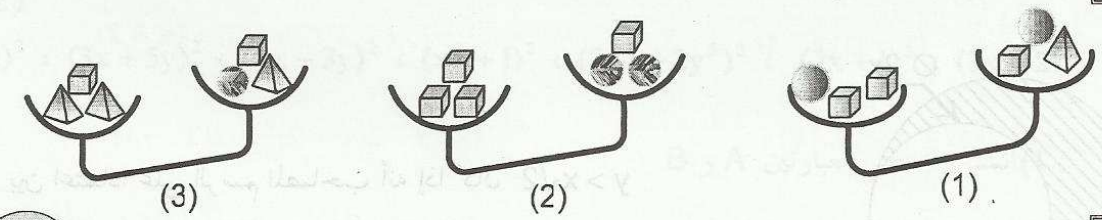


36 لاحظ الرسم أسفله ، علما أن الأجسام التي لها نفس الشكل لها نفس الوزن

وأن ترتيب الأوزان هو $A > B > C$. ما موقع الوزن D من الترتيب ؟

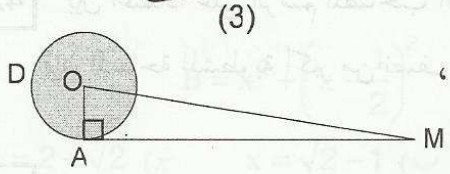


37 لاحظ الرسوم التالية ثم رتب تصاعديا P و B و C كتل الهرم والكرة والمكعب على التوالي .



38 قارن بين مساحة المثلث AOM و مساحة القرص الدائري D ،

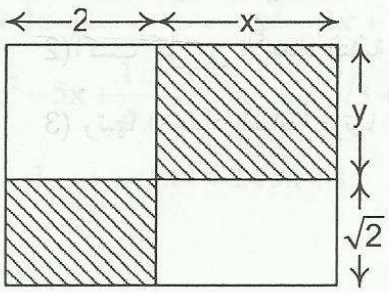
إذا علمت أن البعد AM يساوي محيط القرص الدائري .

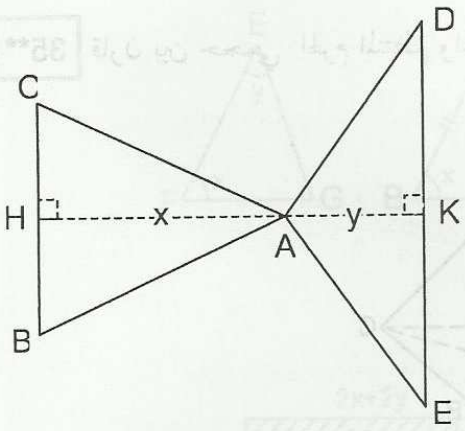


39

قارن في الرسم المقابل المساحة المشطوبة والمساحة غير المشطوبة

إذا علمت أن $x > 2$ وأن $y > \sqrt{2}$.

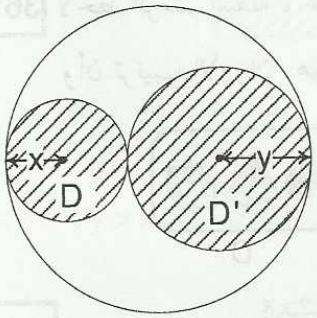




40** في الرسم المقابل $BC=3$ و $DE=5$ و $AH=x$ و $ED=y$

بين أن إذا كان $x>\frac{5}{3}y$ فإن

مساحة المثلث ABC أكبر من مساحة المثلث ADE.

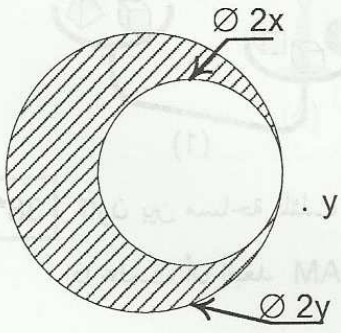


41** 1) بين أن $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$ وأن $(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$

حيث x و y عددان حقيقيان

2) تأمل الرسم المقابل ، علما أن x و y عددان حقيقيان موجبان مختلفان

بين أن مجموع مساحتي القرصين D و D' أكبر من المساحة غير المشطوبة .



42** بين اعتمادا على الرسم المصاحب أنه إذا كان $y>x\sqrt{2}$

فإن المساحة المشطوبة أكبر من نصف مساحة القرص الدائري الذي شعاعه y .

43** a و b عددان موجبان قطعا بحيث $a>b$.

1) بين أن $1-\frac{1}{a}>1-\frac{1}{b}$.

2) اكتب كل من الأعداد التالية في صيغة $1-\frac{1}{a}$.

$\frac{27}{28}$, $\frac{42}{43}$, $\frac{85}{86}$, $\frac{61}{62}$

3) رتبها الأعداد السابقة ترتيبا تصاعديا .

الجذاءات المعتبرة والعبارات الجبرية

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ، $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ، $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

1* احسب

$(\sqrt{3}+1)^2$ ، $(1-\sqrt{2})^2$ ، $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$ ، $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$

$\left[(\sqrt{5}+\sqrt{2})-\sqrt{3}\right]\left[(\sqrt{5}+\sqrt{2})+\sqrt{3}\right]$ ، $(2\sqrt{3}-1)(2\sqrt{3}+1)$ ، $(3+\sqrt{5})^2$ ، $\left(\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right)^2$

2* احسب 99^2, 999^2, 101^2, 1001^2 ، 101×99 ، 1001×999

3* نعتبر العددين الحقيقيين $a=2009^2$ و $b=2008\times2010$ ضع علامة "X" أمام المساواة المحقّقة .

☐ $a=b+1$ ☐ $a^2=b^2-1$ ☐ $a=b$

☐ $a-1=b$ ☐ $a=b-1$ ☐ $a=2b$

4* انشر واختصر كلاّ من العبارات التالية

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ ، $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2$ ، $\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$ ، $(x+2)^2$ ، $(x-2)^2$ ، $(x+2)(x-2)$

$\left(5x-\frac{1}{2}\right)^2$ ، $(x\sqrt{2}+\sqrt{3})(x\sqrt{2}-\sqrt{3})$ ، $(x+\sqrt{3})^2$ ، $(x-\sqrt{3})^2$ ، $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

$(x\sqrt{5}+1)^2$ ، $(3x+5y)^2$ ، $(2x-3y)^2$ ، $(x^2+1)^2$ ، $(3x^2-2y^3)^2$ ، $(2x+1)^2$ ، $(3x-2)^2$

5** 1) انشر واختصر العبارتين A و B

$A=\left(x-3\sqrt{2}\right)^2-\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)$ ، $B=x^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

2) احسب A و B في الحالات التالية أ) $x=\sqrt{2}$ ب) $x=\sqrt{2}-1$ ج) $x=2+\sqrt{2}$

6** فكّك إلى جذاء عوامل

x^2+2x+1 ، x^2-2x+1 ، x^2-1 ، x^2+4x+4 ، x^2-4

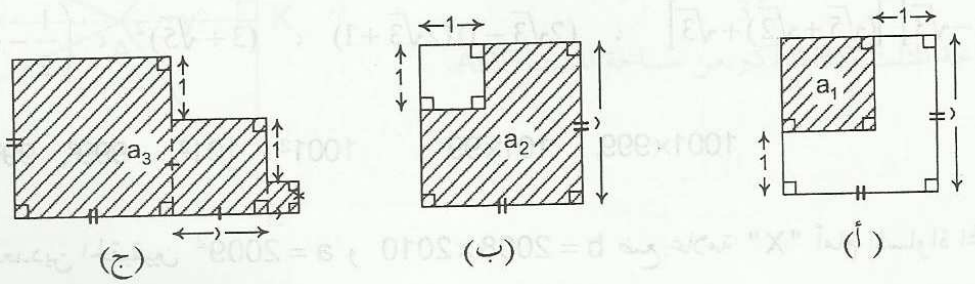
$25x^2-5x+\frac{1}{4}$ ، $x^2+2x\sqrt{3}+3$ ، x^2-3 ، $x^2+x+\frac{1}{4}$ ، $x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}$

$2x^2-3$ ، $5x^2+2\sqrt{5}x+1$ ، $x^2-\frac{4}{9}$ ، $4x^2+4x+1$ ، $9x^2-12x+4$

7** أ) اكتب بدلالة x المساحة المشطوبة a_1 و a_2 و a_3 في كلّ من الرسوم أسفله حيث x عدد حقيقي أكبر من 1

ب) انشر العبارة المتحصّل عليها في (أ) و(ج) .

ج) فكّك إلى جذاء عوامل العبارات المتحصّل عليها في (ب) .



(أ) (ب) (ج)

8** احسب العبارات التالية

$M = (1+\sqrt{2})^2 + (1-\sqrt{2})^2$

$N = (2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1) - (\sqrt{3}-1)^2$

$P = (\sqrt{5}-2)^2 - 2(1+\sqrt{5})^2$

$Q = \sqrt{7} - 3(\sqrt{7}+3) - (\sqrt{7}-3)^2$

$R = 2 - \sqrt{2}\left(\sqrt{2}+2\right) - 2\sqrt{2}\left(2-\sqrt{2}\right)^2$

$S = -3 + \sqrt{3}\left(3+\sqrt{3}\right) - \left(3-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)$

9** انشر واختصر كلاّ من العبارات التالية:

$A = (2x-3)(2x+3) + (x+2)$

$B = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - (x-1)(x+1)$

$C = 5 - 2(x-2)^2 + 3(2x-1)$

$D = 2(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) - 4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

$E = (x+\sqrt{3})^2 - (x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3}) + (x-\sqrt{3})^2$

$F = (3x+1-\sqrt{2})(3x-1+\sqrt{2})$

10* أ) احسب

$\left(2-\sqrt{5}\right)\left(2+\sqrt{5}\right)$ ، $\left(2\sqrt{3}+1\right)\left(2\sqrt{3}-1\right)$ ، $\left(3\sqrt{2}-4\right)\left(3\sqrt{2}+4\right)$

ب) استنتج كتابة بمقام صحيح للأعداد التالية

$\frac{\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$ ، $\frac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}$ ، $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1}$ ، $\frac{\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}+4}$

11* احسب $\frac{a}{b}$ في الحالات التالية

أ) $a=\frac{4-\sqrt{15}}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}$ و $b=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}{4+\sqrt{15}}$

ب) $a=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ و $b=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{11}}$

ج) $a=\frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}+3}$ و $b=\frac{2\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}+1}$

د) $a=\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ و $b=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$

12** احسب

$a=\frac{1}{\sqrt{3}-1}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}$

$b=\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\frac{1}{\sqrt{5}+2}$

$c=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-\frac{2}{\sqrt{2}-1}$

$d=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

13** احسب

$e=1-\sqrt{2}+(1+\sqrt{2})^{-1}$

$f=\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)-\sqrt{3}(2-\sqrt{3})^{-1}$

$g=\frac{1}{2\sqrt{5}-2}-(2\sqrt{5}+2)^{-1}$

$h=2(\sqrt{5})^{-1}-\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)^{-1}$

14** أ) بيّن أنّ $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2=xy$

ب) استنتج أنّ $\left(\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}\right)^2=6\sqrt{6}$

15** احسب العبارتين A و B إذا علمت أن $a+b=3\sqrt{2}$ و $ab=4$

$A=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2$

$B=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2$

16** نعتبر العددين $a=3+2\sqrt{2}$ و $b=3-2\sqrt{2}$

أ) بيّن أنّ a هو مقلوب b

ب) احسب a^2 و b^2

ج) احسب $a^3b+ab^3+a^2b^2$

17** نعتبر العددين $a=5\sqrt{2}-7$ و $b=5\sqrt{2}+7$

1) احسب a^2 و b^2 و ab

2) نعتبر العبارة $E=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2$

أ) بيّن أنّ $E=\frac{a^2+b^2+2ab}{ab}$

ب) احسب القيمة العددية للعبارة E .

18** نعتبر العددين $a=7+4\sqrt{3}$ و $b=7-4\sqrt{3}$

1) احسب a^2 و b^2 و ab و $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$

2) احسب $(7+4\sqrt{3})^{12}(7-4\sqrt{3})^{12}$ و $(7+4\sqrt{3})^{12}(7-4\sqrt{3})^{13}$

19** 1) أ) بيّن أن $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$

ب) استنتج حساب $1000{,}001^2-999{,}999^2$

ج) احسب ab إذا علمت أن $a+b=18$ و $a-b=4$

2) أ) بيّن أن $(a+1)^2-(a-1)^2=4a$

ب) احسب إذن 1001^2-999^2 ، 10001^2-9999^2

20** فكك كلاّ من العبارات التالية إلى جذاء عوامل

$(x+3)^2-1$, $(2x+5)^2-9$, $(3x-4)^2-25$, $(2x-1)^2-16$, $\left(5x-\sqrt{2}\right)^2-2$

21** فكك كلاّ من العبارات التالية إلى جذاء عوامل

$A=9x^2-\frac{16}{9}$ $B=(x+3)^2-25x^2$ $C=(3x+2)^2-(2x-1)^2$

$D=(2x-3)^2-(x+1)^2$ $E=9(x+2)^2-(2x+1)^2$ $F=4(x+1)^2-36(x-2)^2$

22** فكك كلاّ من العبارات التالية إلى جذاء عوامل

$E=(2x-1)^2+4x-2$ $F=(x-5)(2x+7)+x^2-25$

$G=x^2+4x+4-5(x+2)$ $H=-x^2+6x-9$

$I=(3x+2)^2-x^2-2x-1$ $J=(x+\sqrt{3})(3x-2\sqrt{3})-x^2+3$

23* فكك إلى جذاء 3 عوامل

$A = 2x^2 - 2$ $\quad B = x^3 - 4x$ $\quad C = 5x^2 + 10x + 5$

$D = \frac{1}{6}x^2 - x + \frac{3}{2}$ $\quad E = (x+3)x^2 - 9(x+3)$ $\quad F = 4(x+1)^2 - 16x^2$

24* أ) اكتب في صيغة جذاء عوامل كل من $1-\frac{1}{4}$ و $1-\frac{1}{9}$

ب)احسب إذن $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right)\left(1-\frac{1}{36}\right)\left(1-\frac{1}{49}\right)\left(1-\frac{1}{64}\right)\left(1-\frac{1}{81}\right)\left(1-\frac{1}{100}\right)$

25* 1) بيّن أنّ $2-\sqrt{3}$ عدد موجب

2) نعتبر العددين $a=\sqrt{2-\sqrt{3}}$ و $b=\sqrt{2+\sqrt{3}}$

أ) احسب a^2 و b^2 و ab

ب) احسب $(a+b)^2$

ج) استنتج أنّ $\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{6}$

26* a و b عددان حقيقيان موجبان ومخالفان للصفر حيث $a=\frac{1}{b}$.

أ)بيّن أنّ $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 = a+b+2$

ب) استنتج أنّ $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b+2}$

ج) احسب $\sqrt{3-\sqrt{8}}+\sqrt{3+\sqrt{8}}$.

27* ضع علامة "X" أمام المساواة المحقّقة .

☐ $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{5}+\sqrt{6}$	☐ $\sqrt{9+4\sqrt{2}}=3+2\sqrt{2}$	☐ $\sqrt{6+2\sqrt{5}}=1+\sqrt{5}$
☐ $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$	☐ $\sqrt{9+4\sqrt{2}}=1+2\sqrt{2}$	☐ $\sqrt{6+2\sqrt{5}}=3+\sqrt{5}$
☐ $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{5}-\sqrt{6}$	☐ $\sqrt{9+4\sqrt{2}}=-3+\sqrt{2}$	☐ $\sqrt{6+2\sqrt{5}}=3-\sqrt{5}$

28 نعتبر العبارة $A=(3x+2)^2+(2x-3)(2x+3)-(2x-1)^2$

1) بيّن أن $A=9x^2+16x-6$

2) احسب A في الحالات التالية : أ) $x=-\frac{1}{3}$ ، ب) $x=-\sqrt{2}$ ، ج) $x=\sqrt{3}-1$

29** نعتبر العبارتين $A=18x^2-2$ و $B=9x^2+6x+1$

1) أ) فكك العبارة B إلى جذاء عوامل.

ب) بين أن $A=2(3x-1)(3x+1)$

2) بيّن أن $A-B=3(3x+1)(x-1)$

30** نعتبر العبارة $E=x^2+6x-7$

1) أ) احسب العبارة E إذا علمت أن $x=\sqrt{5}-2$

ب) بيّن أن $E=(x+3)^2-4^2$

ج) فكك العبارة E إلى جذاء عوامل

2) نعتبر العبارة $F=x^2+14x+49$

أ) فكك إلى جذاء عوامل العبارة F

ب) بيّن أن $E-2F=-(x+7)(x+15)$

31** نعتبر العبارة $A=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

1) احسب A في الحالتين التاليتين: أ) $x=-7$ ب) $x=\sqrt{2}$

2) بيّن أن $A=x^2+x-2$

3) فكك A إلى جذاء عوامل.

32** نعتبر العبارتين: $A=x^3+x^2-(x+1)$ و $B=x^2-2x+1$

1) احسب A إذا علمت أن $x=\sqrt{3}$

2) بيّن أن $A=(x-1)(x+1)^2$

3) اكتب في صيغة جذاء العبارة B ثم العبارة $A+B$.

33*** نعتبر العبارة $A=(5x-3)^2-2(5x-3)(2x+1)+(2x+1)^2$

أ) انشر واختصر العبارة A.

ب) فكك إلى جذاء عوامل العبارة A ثم العبارة $A-25$

34* نعتبر العبارة $A = 9x^2 - 30x + 25$

1) أ) فكك إلى جذاء عوامل العبارة A

ب) احسب A إذا علمت أن $x = \sqrt{2} + 1$

2) نعتبر العبارة $B = 2(2x-1)^2 + (x-2)^2 - 11$

أ) بيّن أن $B = (3x-2)^2 - 9$

ب) استنتج أنّ $B = (3x-5)(3x+1)$

ج) فكك إلى جذاء عوامل العبارة A+B

35 نعتبر العددين الحقيقيين $x = (\sqrt{5}+2)^2 - (\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$ و $y = 3(\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}+1)^2$

أ) بيّن أنّ $x = 4\sqrt{5} + 7$ و أنّ $y = 5\sqrt{3} + 7$

ب) قارن بين x و y

ج) استنتج مقارنة للعددين $\frac{1}{y} + 4\sqrt{5}$ و $\frac{1}{x} + 5\sqrt{3}$

36* 1) نعتبر العدد الحقيقي $x = \frac{10}{\sqrt{5}-1} + \frac{26}{\sqrt{5}+1}$

أ) بيّن أنّ $x = 9 - 4\sqrt{5}$

ب) قارن بين 9 و $4\sqrt{5}$ واستنتج مقارنة بين $\frac{10}{\sqrt{5}-1}$ و $\frac{26}{\sqrt{5}+1}$

2) نعتبر العدد الحقيقي $y = (1+2\sqrt{5})^2 - (5+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})$

أ) بيّن أنّ $y = 1 + 4\sqrt{5}$

ب) بيّن أنّ $x < y$

ج) قارن بين $-\frac{y}{3} + 4\sqrt{5}$ و $-\frac{x}{3} + 9$

37* نعتبر العدد الحقيقي $a = 5 - 2\sqrt{6}$

أ) بيّن أنّ $a = (\sqrt{6}-1)^2 - 2$

ب) قارن بين 5 و $2\sqrt{6}$ واستنتج أنّ a عدد موجب قطعا

ج) استنتج أنّ $\sqrt{6} - 1 > \sqrt{2}$

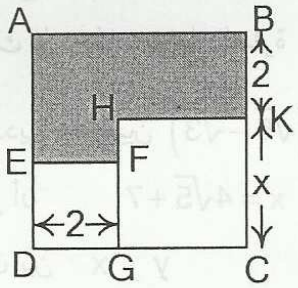
38* نعتبر العدد $a=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (a يسمّى العدد الذهبي)

أ) بيّن أنّ $a^2=a+1$ و أنّ $a-1=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ب) احسب $a(a-1)$ واستنتج أنّ $a-1$ هو مقلوب a

ج) بيّن أنّ $\frac{1}{a-1}+a-1=\sqrt{5}$

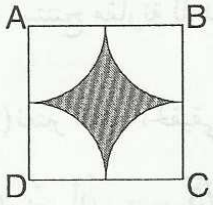
د) رتّب تصاعديا $\frac{1}{a}$ و a و a^2 .



39* عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

حيث ABCD و DEFG و CGHK مربعات

و $DG = BK = 2$ و $CK = x$.



40* عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

حيث ABCD مربع قيس طول ضلعه x و فكك النتيجة إلى جذاء عوامل .

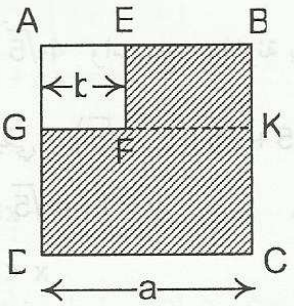
41** في الشكل المقابل ABCD مربع طول ضلعه a

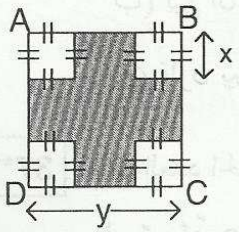
و AEFG مربع طول ضلعه b

أ) اكتب بدلالة a و b وبطريقتين مختلفتين

قيس مساحة الجزء المشطوب

ب) استنتج أن $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.





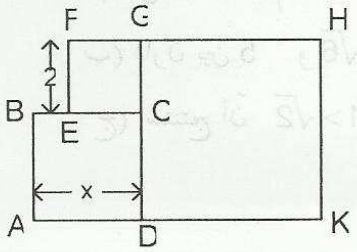
42** عبر بدلالة x و y عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

حيث ABCD مربع قيس طول ضلعه y و فكك النتيجة إلى جذاء عوامل .

43** في الشكل المقابل ABCD و DGHK و EFGC مربعات .

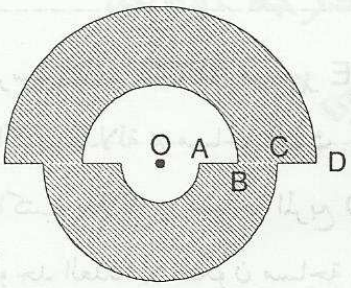
أ) عبر بدلالة x عن المساحة الجملية للشكل .

ب) انشر واختصر العبارة المتحصل عليها .



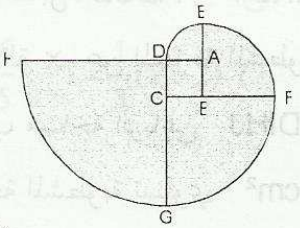
44** عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

حيث $OA = AB = BC = CD = x$



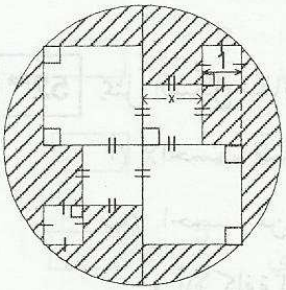
45** بين أن قيس مساحة الشكل المقابل يساوي $\left(1+\frac{15}{2}\pi\right)x^2$

حيث ABCD مربع قيس طول ضلعه x .



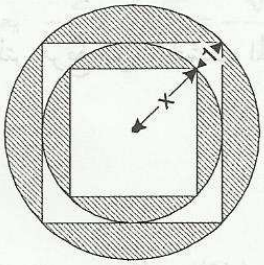
46** بين أن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

تساوي $2(x+1)^2(\pi-1)-2(x^2+1)$.



47** بين أن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

تساوي $(\pi-2)\left[(x+1)^2+x^2\right]$.

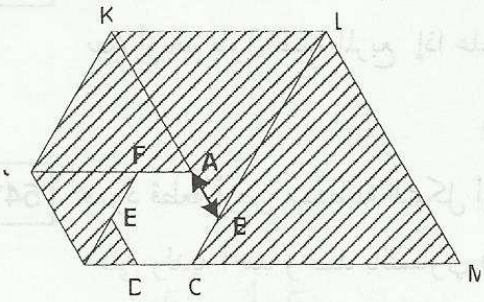


48** عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

حيث ABCDEF سداسي منتظم قيس طول ضلعه x

و IED و IFJ و AJK و BKL و CLM و DMN

مثلثات متقايسة الأضلاع.

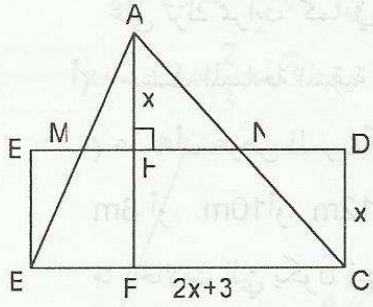


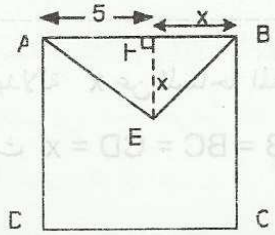
49** في الرسم المقابل BCDE مستطيل طوله $2x+3$ وعرضه x

و AMN مثلث ارتفاعه x .

1) ما طبيعة الرباعي BEHF .

2) استنتج أن مساحة المثلث ABC تساوي مساحة المستطيل BCDE.



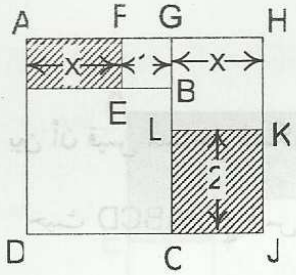


50** في الرسم المقابل ABCD مربع و ABE مثلث ارتفاعه AH = x .

أ) اكتب بدلالة x مساحة المثلث ABE .

ب) اكتب بدلالة x مساحة المربع ABCD .

ج) أوجد العدد x لتكون مساحة المثلث ABE مساوية لسدس مساحة المربع ABCD .

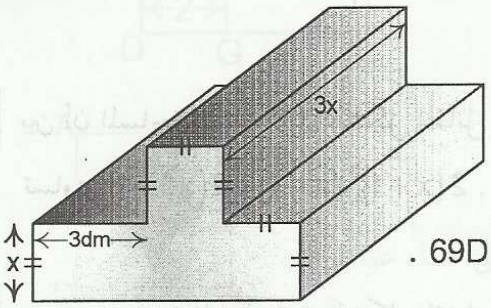


51** في الرسم المقابل ABCD و GHKL و BEFG مربعات .

أ) عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة

ب) احسب مساحة الرباعي DIHJ إذا علمت أن

المساحة المشطوبة تساوي $21cm^2$.

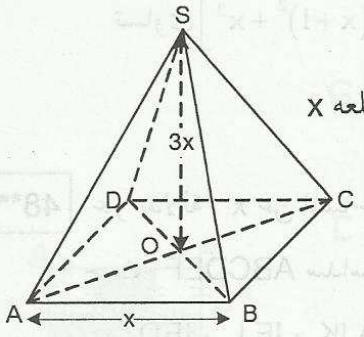


52** يمثل الشكل المقابل منصّة من الخشب .

أ) احسب مساحتها الجملية بدلالة x .

ب) احسب ثمن المنصّة إذا علمت أن x = 3dm

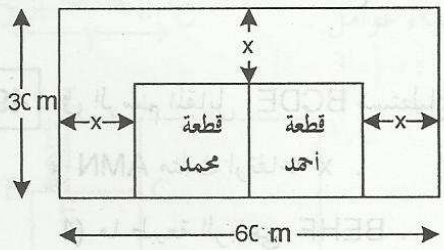
و أن كلفة المتر مربع من الخشب المصنوع تساوي 69D .



53** أ) احسب بدلالة x حجم الهرم المقابل ارتفاعه 3x قاعدته مربع طول ضلعه x

ب) أوجد طول ضلع المربع إذا علمت أن حجم الهرم $729cm^3$.

54** لمحمود قطعة أرض مستطيلة الشكل أراد تقسيمها على ولديه أحمد ومحمد بالتساوي فأجبرته بلدية المكان على ترك ممرات كما في الرسم المقابل .



أ) احسب المساحة المتبقية للولدين بدلالة x .

ب) علما أن عرض الممر يمكن أن يكون

8m أو 10mأو 12m.

ما الحالات التي يكون فيها لكل من أحمد ومحمد قطعة أرض مساحتها تفوق أو تساوي $400m^2$ ؟ .

المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى
ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$

المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$

1* أوجد المعادلات التي يكون العدد (4–) حلاّ لها من بين المعادلات التالية:

أ) $-\frac{3}{4}+x=0$ ب) $-\frac{2}{3}x+1=\frac{11}{3}$ ج) $x\sqrt{3}+1=-4$

د) $\frac{4}{3}(x+1)=-\frac{1}{3}$ هـ) $\frac{5}{2}x+1=3x-1$ و) $\frac{6}{5}x-1=\frac{1}{3}(x+2)$

2* أكمل بـ "صواب" أو "خطأ".

أ) $-\frac{\sqrt{3}}{2}x=1$ يعني $\square\ x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}x=1$ يعني $\square\ x=-\frac{2}{\sqrt{3}}$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}x=1$ يعني $\square\ x=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) $-\frac{2}{5}x-\sqrt{2}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$ يعني $\square\ x=-\frac{2}{5}$

$-\frac{2}{5}x-\sqrt{2}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$ يعني $\square\ x=-2\sqrt{2}$

$-\frac{2}{5}x-\sqrt{2}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$ يعني $\square\ x=\frac{5}{2}$

3* 1) هل أن $-\frac{1}{4}$ حل للمعادلة $-\frac{3}{4}+x=-1$ ؟

2) هل أن $\frac{1}{5}$ حل للمعادلة $5x=-2$ ؟

3) هل أن $5\sqrt{2}$ حل للمعادلة $x\sqrt{2}-9=1$ ؟

4) هل أن $2-\pi$ حل للمعادلة $2x-\pi=x-1$ ؟

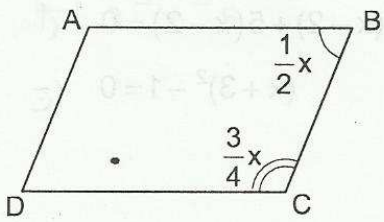
5) هل أن كلاّ من (3–) و 1 حل للمعادلة $2x^2+5x-3=0$ ؟

4* حل كلاّ من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$.

أ) $-\frac{\sqrt{3}}{2}-x=0$ ب) $-16x=-8\sqrt{2}$ ج) $x+\sqrt{3}=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$

د) $-\frac{3}{5}x=4+2x$ هـ) $-\sqrt{3}-\frac{2}{5}-x=-\frac{3}{2}$ و) $x\sqrt{3}+3=\frac{2}{3}x\sqrt{3}$

5** أوجد أقيسة زوايا متوازي الأضلاع ABCD الممثل بالشكل المقابل



6** بمدرسة إعدادية ، عدد تلاميذ السنوات السابعة والثامنة يساوي 1256
وعدد تلاميذ السنوات الثامنة والتاسعة يساوي 1007
وعدد تلاميذ السنوات التاسعة والسابعة يساوي1143
أوجد عدد التلاميذ بكلّ مستوى بالمدرسة .

7** لمبروك كيس به 11 قطعة حلوى وزنها الجملي 450 g . إذا علمت أن بعض القطع تزن الواحدة منها 25 g وتزن كلاّ قطعة من النوع الآخر 50 g ، أوجد عدد قطع الحلوى من كلّ نوع .

8** حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلات التالية:

أ) $3(1-x)=2x+6$ ب) $\frac{3}{8}\left(x+\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{2}x-5$ ج) $\frac{-x+4}{5}=\frac{4-3x}{5}$

د) $\sqrt{3}(\sqrt{6}x-4)=2(x\sqrt{2}-\sqrt{3})$ هـ) $\left(3x-\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{5}{3}x+1\right)=2x$

9** حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلات التالية:

أ) $\frac{3}{4}x(x-\sqrt{5})=0$ ب) $\left(\frac{1}{2}-x\right)(2x-1)=0$ ج) $\frac{2x-\sqrt{5}}{7}=0$

د) $\frac{5x-6}{9}=1$ هـ) $(2x-\sqrt{2})^2=0$ و) $\left(\frac{1}{3}x+5\right)^2=0$

10*** حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلات التالية:

أ) $x^2=4$ ب) $x^2-8=0$ ج) $4x^2+28x+49=0$

د) $2x^2-10x\sqrt{2}+25=0$ هـ) $\frac{x^2}{9}-4x=-36$ و) $\frac{x^2}{4}+4x=-16$

11*** حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلات التالية:

أ) $(x+1)^2-x^2+5=0$ ب) $3x(x-3)-\frac{1}{2}\left(6x^2-\frac{2}{5}\right)=1$

12*** حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلات التالية:

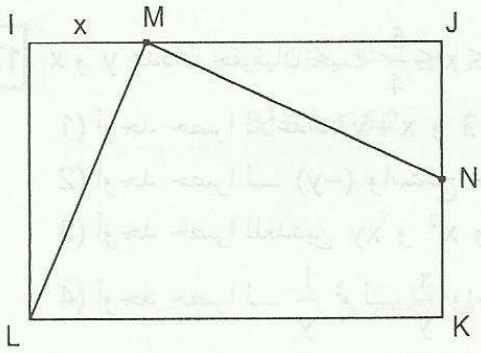
أ) $(x+3)(x-2)+5(x-2)=0$ ب) $(x+3)(x-2)+(x-3)(x+3)=0$

ج) $(x+3)^2-1=0$ د) $(2x+3)^2=(x+2)^2$

13* يمثل الشكل المقابل مستطيلا IJKL حيث IJ = 6cm

و JK = 4cm و M نقطة من [IJ] و N منتصف [JK] .

نضع IM = x .



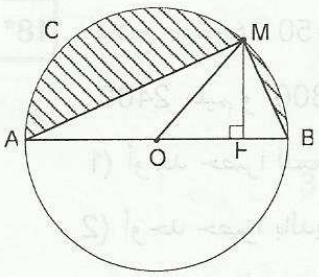
جد البعد IM ليكون قيس مساحة المثلث MJN

مساويا لثلث قيس مساحة المثلث IML .

14* نعتبر الشكل المقابل حيث C دائرة مركزها O وقطرها AB = 4 cm

و M نقطة من C مختلفة عن A و B

و H المسقط العمودي لـ M على (AB) .



1) أوجد البعد MH لتكون المساحة المشطوبة مقايسة لمساحة المثلث ABM .

2) استنتج البعد OH

الحصر

15* أ) احصر كلّ من العددين $\frac{10}{3}$ و $-\frac{15}{4}$ بين عددين صحيحين متتاليين.

ب) أوجد حصرا لـ π مداه: 1 ثمّ 0,1 ثم 10^{-2} ثم 10^{-3} علما أن $\pi = 3,1459\cdots$

ج) أوجد حصرا لـ $\sqrt{11}$ مداه: 5 ثمّ $\frac{1}{2}$ ثم 10^{-1} ثم 10^{-4} علما أن $\sqrt{11} = 3,3166\cdots$

16* x و y و z 3 أعداد حقيقية بحيث $3 \le x \le 5$ و $1 \le y \le 2$ و $-4 \le z \le -3$.

ضع علامة "X" أمام المقترح السليم .

☐ $4 \le x+y \le 7$	☐ $5 \le x+y \le 6$	☐ $-4 \le x+y \le -7$
☐ $-2 \le x-y \le -3$	☐ $1 \le x-y \le 4$	☐ $2 \le x-y \le 3$
☐ $9 \le xz \le 20$	☐ $-20 \le xz \le -9$	☐ $-12 \le xz \le -15$
☐ $-10 \le -2x \le -6$	☐ $\frac{3}{2} \le \frac{x}{y} \le 5$	☐ $3 \le \frac{x}{y} \le \frac{5}{2}$
☐ $\frac{1}{3} \le \frac{1}{x} \le \frac{1}{5}$	☐ $9 \le x^2 \le 25$	☐ $-16 \le z^2 \le -9$

17* x و y عددان حقيقيان بحيث $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{5}{4}$ و $\frac{1}{6} \leq y \leq \frac{3}{2}$

1) أوجد حصرا للأعداد: $x+y$ و $12x+3$ و $6y-1$

2) أوجد حصرا لـ $(-y)$ واستنتج حصرا لكل من $y-x$ و $x-y$ و $12x-6y$

3) أوجد حصرا للعددين xy و x^2 واستنتج حصرا لـ $x(x+y)$

4) أوجد حصرا لـ $\frac{1}{y}$ ثم لـ $\frac{x}{y}$ واستنتج حصرا لـ $\frac{y}{x}$.

18* لفلاح ضيعة بها 150 شجرة لوز تنتج كل شجرة مابين 25 kg و 40 kg ، ثمن الكيلوغرام الواحد مابين 2400 مليم و 3800 مليم .

1) أوجد حصرا للمحصول الجملي (P) بالكيلوغرام .

2) أوجد حصرا بالدينار لقيمة المحصول (V) .

3) إذا علمت أن مصاريف الجني و نقل المحصول بلغت 1500 عن كلّ شجرة .

أوجد حصرا للمبلغ المتبقي (R) لصاحب الضيعة .

19* نعتبر العددين $\sqrt{2} = 1,414\cdots$ و $\sqrt{5} = 2,236\cdots$

1) أوجد حصرا لكل من $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ مدى كل منهما 10^{-2}

2) استنتج مما سبق حصرا لكل من $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ ، $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ ، $\sqrt{10}$ ، $\frac{1}{\sqrt{2}}$

3) بيّن أن $\sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$ واستنتج حصرا لـ $\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$

4) أوجد حصرا لكل من $3\sqrt{2}$ ، $\sqrt{20}$ ، $\sqrt{8}\sqrt{45}$

20* (وحدة قيس الطول الديكامتر) 3 قطع من الأرض متجاورة: الأولى مستطيلة الشكل وقيس طولها a وقيس عرضها b والثانية مربعة وقيس طول ضلعها a والثالثة مستطيلة الشكل وقيس طولها b وقيس عرضها 10.

أوجد حصرا لقيس محيط كل قطعة وقيس مساحتها إذا علمت أن: $20,4 \leq a \leq 20,3$ و $11,2 \leq b \leq 11,1$

21* أوجد حصرا لقيس طول دائرة وحصرا لقيس مساحة قرص دائري شعاع كل منهما r

إذا علمت أن $5,11 \leq r \leq 5,1$ وأن $3,15 \leq \pi \leq 3,14$

22** نعتبر مثلثا ABC قيس ارتفاعه h و قيس طول قاعدته b وقيس مساحته a

أوجد حصرا لـ h إذا علمت أن $13 \leq a \leq 17$ وأن $5,1 \leq b \leq 5,2$

23** x و y عددان حقيقيان بحيث $\frac{-3}{2} \leq x \leq 1$ و $\frac{1}{3} \leq y \leq 2$

1) أوجد حصرا لكل من $x+y$ و $x-y$ و أوجد مدى كلّ من الحصرين .

2) أ) أوجد حصرا لكل من $2x-3$ و $-4x+5$ وأوجد مدى كل حصر .

ب) اختصر $|2x-3|-|-4x+5|$.

24*** نعتبر العددين الحقيقيين x و y بحيث $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{5}{2}$ و $-\frac{4}{3} \leq y \leq -\frac{1}{2}$

1) أوجد حصرا لـ $x+y$ و $\frac{1}{y}$ و $\frac{x}{y}$

2) أوجد حصرا لـ x^2 و xy واستنتج حصرا لـ $x(x+y)$.

25*** نعتبر العددين $-1 \leq a \leq -\frac{5}{2}$ و $b = 1,513....$

1) أوجد حصرا لـ b مداه 10^{-1} .

2) استنتج حصرا لـ $a-b$ و ab و $\frac{b}{a}$.

3) أ) بين أن العدد $(a-1)$ مخالف للصفر .

ب) أوجد حصرا لـ $\frac{1}{a-1}$.

ج) نعتبر العبارة $E = \frac{a+2}{a-3}$. بين أن $E = 1+\frac{3}{a-1}$.

د) استنتج حصرا لـ E .

26*** نعتبر العبارة $B = (x-2)^2 - 9$ حيث x عدد حقيقي و $1 \leq x \leq 4$.

1) أوجد حصرا لـ $(x-2)$.

2) بين أن $B = (x+1)(x-5)$.

3) استنتج حصرا للعبارة B .

27* x و y عددان حقيقيان بحيث $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2} < y < \frac{5}{4}$

1) أوجد حصرا للعدد $x^2 - x + \frac{1}{4}$

2) أوجد حصرا للعدد $(y-1)^2$

3) أوجد حصرا للعدد $x^2 - y^2$

المجالات:

28* أكمل الجدول التالي حيث x عدد حقيقي .

حصر لـ x	مجال ينتمي إليه العدد x	حصر لـ x	مجال ينتمي إليه العدد x
$-1 \le x \le 5$		$-3 < x \le \frac{2}{3}$	
	$x \in \left]3, \frac{7}{2}\right[$		$x \in]-\infty, \sqrt{3}\,]$
$x < -\sqrt{3}$		$x \le -1$	
	$x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{3}\right[$		$x \in [1, +\infty[$
$x \ge \frac{\sqrt{5}}{2}$		$x > -2$	

29* 1) أكمل بـ $\in$ أو $\notin$

$5 \cdots [5,11[$ ، $2 \cdots]2,+\infty[$ ، $\sqrt{2} \cdots]1,2[$ ، $-3 \cdots]-2,3]$

$\frac{1}{2} \cdots \left]0,4;\frac{3}{2}\right[$ ، $-\sqrt{3} \cdots [-3,-2]$ ، $-\frac{7}{3} \cdots]-\infty,-1[$ ، $-\frac{2}{5}, +\infty\left[\cdots -\frac{3}{4}\right.$

2) أكمل بـ $\subset$ أو $\not\subset$.

$[-1,2] \cdots [-2,+\infty[$ ، $[-1,2] \cdots]-\infty,1[$ ، $]-2,1] \cdots [-2,1[$

$[-2,+\infty[\cdots [1,+\infty[$ ، $]-2,1] \cdots [-2,1]$ ، $[-2,-1] \cdots]-3,1[$

30* إذا علمت أن $\sqrt{6} \in \left]\frac{12}{5}, \frac{5}{2}\right[$ و $\sqrt{5} \in \left]\frac{11}{5}; 2,3\right[$.

أوجد حصرا لـ $\sqrt{5}+\sqrt{6}$ و $\sqrt{6}-\sqrt{5}$ و $\sqrt{30}$ و $\frac{1}{\sqrt{5}}$ و $\sqrt{1.2}$.

31* نعتبر المجالات التالية: $I=\left[\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right[$ ، $J=]2,+\infty[$ ، $K=\left[-1,\frac{5}{2}\right]$

1) بيّن أن $\sqrt{3}\in I$ وأنّ $-\sqrt{3}\notin K$.

2) مثل المجالات I و J و K على نفس المستقيم العددي (بألوان مختلفة).

3) أوجد المجموعات: $I\cap J$ ، $I\cap K$ ، $J\cap K$ ، $I\cup J$ ، $I\cup K$

$K\cap\mathbb{Z}_-$ ، $K\cap\mathbb{R}_-^*$ ، $I\cap\mathbb{Z}$ ، $J\cap\{-5,-3,-2,3,5\}$

32** 1) رتّب الأعداد التالية ترتيبا تصاعديا: $2\sqrt{3}$ ، $3\sqrt{2}$ ، $-\sqrt{3}$ ، -2.

2) مثل المجالات التالية على المستقيم العددي: $A=]-\infty,\ -\sqrt{3}]$ ، $B=]-2,\ 3\sqrt{2}[$ ، $C=[2\sqrt{3},\ +\infty[$

3) أوجد $A\cap B$ ، $A\cap C$ ، $B\cup C$ ، $C\cap\mathbb{Z}_+$

4) بيّن أن $-\sqrt{2}\notin A$ وأنّ $\sqrt{3}+2\in C$

33** أكتب المجموعات التالية في شكل مجال أو اتحاد مجالات

$A=\left\{x/x\in IR\ ;\ |x|>\frac{5}{4}\right\}$ ، $B=\left\{x/x\in IR\ ;\ |x|<\sqrt{2}-1\right\}$

$C=\left\{x/x\in IR\ ;\ |x|\geq-\sqrt{3}\right\}$ ، $D=\left\{x/x\in IR\ ;\ |x|\leq\sqrt{2}\right\}$

34** x عدد حقيقي بحيث $x\in[4;2\sqrt{5}]$

1) أ) أوجد حصرا لكل من $x-2\sqrt{5}$ و $2x-8$

ب) اختصر إذن العبارة $A=|2x-8|+|x-2\sqrt{5}|+8$

2) أ) بيّن أن $3\sqrt{2}\in[4,2\sqrt{5}]$

ب) احسب A إذا علمت أن $x=3\sqrt{2}$

35** نعتبر العددين الحقيقيين x و y بحيث $x\in\left[\frac{4}{7},\frac{9}{7}\right]$ و $\frac{-11}{7}\leq y\leq\frac{-2}{7}$

1) أوجد حصرا لكل من الأعداد التالية: $x+y$ و $x-y$ و xy و $\frac{x}{y}$

2) استنتج أن $(x+y)^2\in[0,1]$

36** نعتبر المجالين : $I=]-2\ ,\ 4[$ و $J=\left]-\infty\ ,\ -\frac{1}{2}\right]$

1) مثّل المجالين I و J على مستقيم عددي واحد ثم أوجد $I\cap J$ و $I\cup J$.

2) نعتبر عدد حقيقي x بحيث $x \in I$.

أ) بين أن : $(x-1) \in]-3\ ,\ 3[$.

ب) استنتج أن : $(x-1)^2 \in [0\ ;\ 9[$.

ج) بين أن : $x(x-2) \in [-1\ ,\ 8[$.

37*** نعتبر العبارة $E = \left| 2x + \frac{3}{2} \right| + |3x - 1|$

أوجد حصرا لكل من العددين $3x-1$ و $2x+\frac{3}{2}$ ثم استنتج اختصارا للعبارة E في كل من الحالات التالية:

أ) $x \in \left[-2, -\frac{3}{2}\right]$ ، ب) $x \in \left[-\frac{3}{4}, \frac{1}{3}\right]$ ، ج) $x \in \left[\frac{1}{3}, 3\right]$

المتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$:

38* حدد ما هو صواب وما هو خطأ من المقترحات التالية .

العدد $\frac{1}{3}$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

العدد -1 هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

العدد $-0{,}7$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

كل عدد سالب هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

العدد $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

العدد $-\frac{2}{3}$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

39* ضع علامة "X" أمام كلّ متراجحة من المتراجحات التالية يكون العدد $\frac{3}{4}$ هو حلاّ لها .

أ) $-1 < 2x+3$ ☐ ب) $\frac{1}{3}x-5 > \frac{19}{4}$ ☐ ج) $4x-1 \geq -2x$ ☐ د) $\frac{5}{3}x-\frac{1}{2} < \frac{1}{4}x-2$ ☐

40* 1) حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المتراجحات التالية:

أ) $\frac{3}{2}x \leq 1$ ب) $-\frac{4}{5}x \geq -3$ ج) $x\sqrt{3} > -5$

د) $-x\sqrt{6} \leq -\sqrt{2}$ هـ) $\frac{x}{2} \geq -3$ و) $-\frac{2}{3}x \geq -1$

41** حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المتراجحات:

أ) $x-\frac{5}{3}\geq 2x+1$ ب) $\frac{5}{3}x+\frac{7}{2}<\frac{7}{3}x+\frac{1}{5}$

ج) $\frac{3x+1}{2}+\frac{2x-3}{2}\geq\frac{x+2}{3}-1$ د) $\frac{4-x}{12}-\frac{x-3}{4}\geq\frac{2(x-5)}{3}-\frac{x}{6}$

42*** نعتبر العبارتين $A=3x-5$ و $B=7-2x$

1) قارن بين A و B في كل من الحالات التالية

أ) $x=2,3$ ب) $x=2,4$ ج) $x=2,5$

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية $3x-5\leq 7-2x$ ثم مثل مجموعة حلولها على مستقيم مدرج.

43*** 1) احسب $(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})$

2) أعط كتابة للعدد $\frac{1}{2-\sqrt{2}}$ مقامها عدد صحيح

3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $3+2x\leq x\sqrt{2}+2$

4) هل العدد $(-1,7)$ حل للمتراجحة $3+2x\leq x\sqrt{2}+2$؟ علل جوابك

44*** حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المتراجحات التالية:

أ) $(x-1)^2\geq x^2+3$ ب) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2<\left(x-\frac{1}{4}\right)^2$

ج) $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-(x+3)(x-3)\leq 2x$ د) $(2x-\sqrt{3})^2-(2x+\sqrt{3})^2\geq\frac{5}{2}x\sqrt{3}$

مسائل إدماجيّة :

45** 1) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $2x-5=0$

2) فكك إلى جذاء عوامل كلاّ من العبارتين $A=4x^2-25$ و $B=(4x^2-25)-(2x+5)$

3) حلّ في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلتين: $4x^2-25=0$ و $B=0$

46*** لتكن العبارتين $E=x^2-\frac{1}{4}$ و $F=(3x-1)^2-(5x-2)x$

1) فكك العبارة E إلى جذاء عوامل ثم بين أن $F=(2x-1)^2$

2) حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلات و المتراجحات التالية:

أ) $E=0$ ب) $F=3(2x-1)$ ج) $3F=4E$

د) $E<x^2-2x$ هـ) $F\leq 4x^2$

47* لتكن العبارة $A=(2x-\sqrt{3})(3x+\sqrt{3})-(4x^2-3)$

1) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A=0$.

3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $A\leq 2x^2$

48* نعتبر العبارة $B=9x^2+6x-8$

1) احسب القيمة العددية لـ B في كل من الحالتين: أ) $x=\frac{2}{3}$ ب) $x=\sqrt{2}$

2) أ) بيّن أن $B=(3x+1)^2-9$

ب) فكك العبارة B إلى جذاء عوامل.

3) أ) حلّ المعادلة $B=0$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $9x^2+2x-12>B$

ج) حدد من بين عناصر المجموعة $E=\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2};\ -\frac{7}{2};\ \frac{3}{4};\ \frac{7}{2}\right\}$ ما هو حلّ للمتراجحة $9x^2+2x-12>B$

مسائل يؤول حلّها إلى حل معادلات أو متراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$:

49* المعدل الحسابي لستة أعداد صحيحة طبيعية يساوي 4.

إذا ما أضفنا لهذه الأعداد عددا x يصبح المعدل الحسابي 5 أو جد العدد x .

50** قطر العجلة الأمامية لدرّاجة يساوي 60cm وقطر عجلتها الورائية 70cm.

أوجد المسافة المقطوعة بهذه الدراجة إذا علمت أن العجلة الأمامية قامت بـ 70 دورة زائدة عن مثيلتها الورائية.

51** يخطئ عداد سيارة فيشير إلى سرعتها بنقصان 20% من سرعتها الحقيقية. فما هي السرعة الحقيقية للسيارة إذا كان العداد يشير إلى سرعة 100km في الساعة ؟

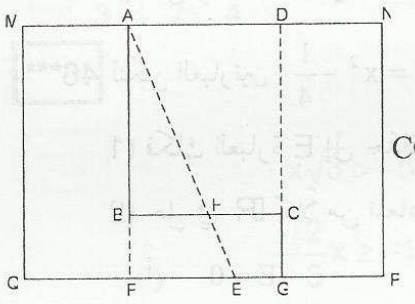
52*** قطعة أرض مستطيلة الشكل (MNPQ) مجزئة إلى قطعتين

حسب الخط (ABCG) بحيث $AB=45m$ و $BC=36m$ و $CG=15m$

أراد صاحبا القطعتين إعادة رسم الحد بينهما بقطعة مستقيم $[AE]$

حيث $E\in[FG]$.

احسب GE بحيث تكون القطعتان المتبادلتان متقايستين.



53** ABC مثلث بحيث $AB=15cm$ و $AC=10cm$ و M نقطة من $[AC]$ والمستقيم المار من M والموازي لـ (BC) يقطع (AB) في N.

1) أوجد AM إذا علمت أن $AN=AM+2$

2) استنتج MN إذا علمت أن المثلث ABC قائم الزاوية في C.

54** بصندوق عدد من الكجات البيضاء وعدد من الكجات الحمراء يفوق عددها عدد البيضاء بـ 5 وعدد من الكجات الزرقاء عددها نصف عدد الحمراء. إذا أخذنا من كل لون 5 كجات يبقى 45 كجة. فما هو عدد الكجات من كل لون.

55** لاحظ ماهر أنّ أباه بحاجة إلى مبلغ مالي قدره مائة دينار فقرّر مساعدة أبيه فشرى أواني فخارية ثمن الواحدة 1,5 دينار ليبيعها بـ 3,3 دينار الواحدة بعد طليها وتلميعها

إذا علمت أن تزيين 12إناء يكلفه 6,6 دينار .ما عدد الأواني المزينة التي يجب بيعها حتى يوفّر مبلغا أكبر من مائة دينار ؟

56** أوجد العدد الصحيح النسبي الذي نضيفه إلى بسط ومقام العدد $\frac{3}{5}$ فنحصل على العدد $\frac{5}{3}$.

57** أوجد قيس ضلع مربّع قيس مساحته يساوي ضعف قيس محيطه.

58** مثلث قائم الزاوية قيس طول أحد ضلعيه القائمين 6cm وقيس طول وتره يزيد 2cm عن قيس طول الضلع الثالث. احسب قيس طول الضلع القائم الثاني.

59*** ABC مثلث متقايس الضلعين بحيث $AB=AC=8cm$ و $BC=6cm$

M نقطة من (AB) بحيث $AM=x$ والمستقيم المار من M والموازي لـ (BC) يقطع (AC) في N.

إلى أي مجال من $\mathbb{R}$ ينتمي العدد x بحيث يكون محيط شبه المنحرف MNCB أصغر من محيط المثلث AMN.

60* كان لي50D ولأخي 70D.أنفقت مبلغا من المال وأنفق أخي ضعفه فأصبح لنا نفس المبلغ .كم أنفق كل منا؟

61* أ) أوجد عددين صحيحين طبيعيين متتاليين فارق مربعيهما 3051 .

ب) أوجد عددين زوجيين متتاليين فارق مربعيهما 2012 .

ج) أوجد عددين فرديين متتاليين فارق مربعيهما 2008 .

62* لو أضفنا مترا واحدا لضلع مربع تزداد مساحته بـ $403\ m^2$. كم يساوي ضلع هذا المربع ؟

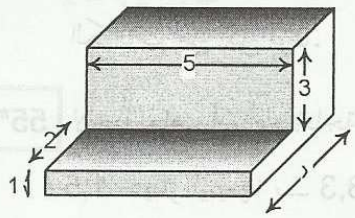
63* طول مستطيل يزيد عن عرضه 5m لو أضفنا مترا واحدا لطوله و ستة أمتار لعرضه تزداد مساحته $85m^2$

1) ما طبيعة الرباعي المتحصل عليه ؟

2) أوجد طول المستطيل وعرضه .

64* قفز رياضي قفزة ثلاثية طولها 19,3 m . إذا علمت أن كل وثبة تقدر بـ $\frac{7}{9}$ الوثبة التي تسبقها فكم كان طول الوثبة الأولى ؟

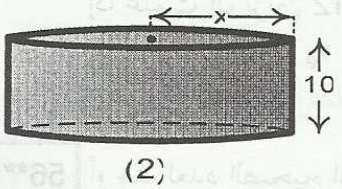
65* أوجد x ليكون حجم الجسم الممثل بالشكل المقابل مساويا لحجم مكعب طول حرفه 4 cm .

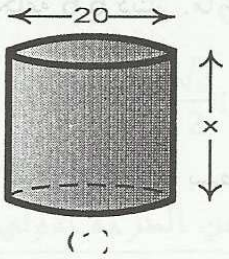


66* كيف يجب أن نختار العدد x

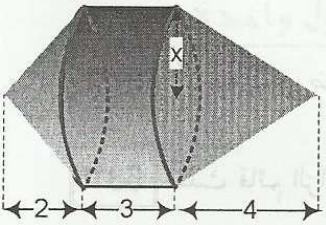
حتى تكون المساحة الجملية للاسطوانة (1)

أكبر من المساحة الجملية للاسطوانة (2) .



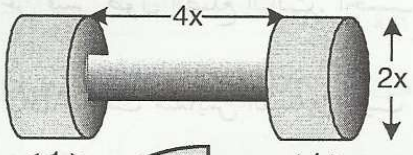


67** أوجد x شعاع الجسم المقابل حتى يكون حجمه مساويا لـ 125π .

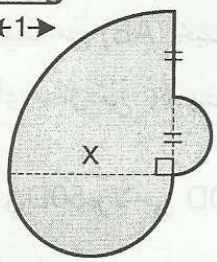


68** أ) احسب C حجم الجسم المقابل بدلالة x.

ب) أوجد x ليكون حجم المحور مساويا لحجم الاسطوانتين بطرفي الجسم .



69* إلى أي مجال ينتمي العدد x ليكون محيط الشكل المقابل أصغر من طول دائرة شعاعها 2cm .

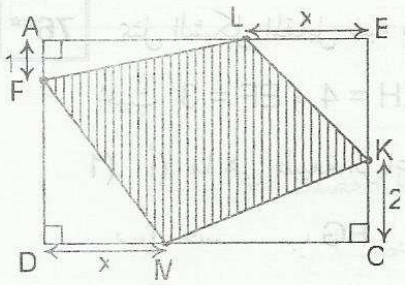


70** حنفيتان ، تصب إحداهما 6 لترات ماء في الدقيقة في خزان يحتوي على 80 لترا مسبقا.

والثانية تصب 8 لترات في الدقيقة في خزان آخر يحتوي مسبقا على 20 لترا من الماء .

بعد كم دقيقة تصبح كمية الماء بالخزان الثاني أكبر من كمية الماء بالخزان الأول .

71** نعتبر مستطيلا ABCD حيث AB =8 و BC=5 و P نقطة من [AD] بحيث AP=1 و K نقطة من [BC] بحيث CK=2



و M نقطة من [CD] و L نقطة من [AB]

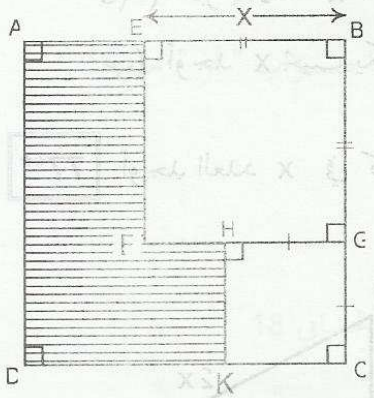
أوجد x ليكون قيس مساحة الرباعي MKLP أكبر أو تساوي مجموع أقيسة مساحات المثلثات DMP و MCK و KBL و LAP

72** باع حاتم 10 مشا ميم ياسمين كلها بنفس السعر و 10 مشا ميم فل يزيد ثمن الواحد بـ 100مليم عن ثمن مشموم ياسمين فجمع مبلغا أكبر من 10دنانير . ما أقل سعر ممكن لمشموم ياسمين ؟

73** 1) فكك إلى جذاء عوامل العبارة $2x(4-x)-x^2$

2) حل في IR المعادلة $2x(4-x)-x^2=0$

3) نعتبر الشكل المقابل حيث GHKC و BEFG و ABCD مربعات

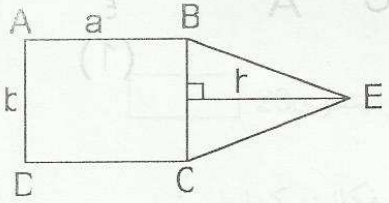


نضع $EB = x$ و $AB = 4\ cm$

أ) بين أن قيس مساحة الجزء المشطوب يساوي $2x(4-x)$

ب) أوجد x بحيث يكون قيس مساحة الجزء المشطوب مساويا لقيس مساحة المربع BEFG .

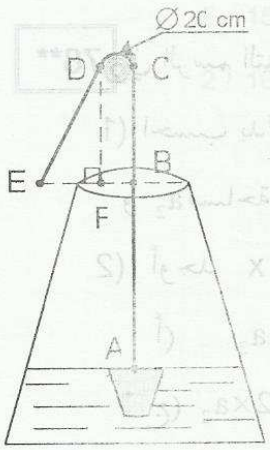
74** يمثل الرسم المقابل مستطيلا ABCD ومثلثا BCE .



1) أوجد حصرا لقيس مساحة المستطيل علما أن $3,2 \leq a \leq 3,3$ وأن $1,8 \leq b \leq 1,9$.

2) أوجد حصرا لـ h ارتفاع المثلث BCE علما أن قيس مساحته S تحقق $2,85 \leq S \leq 3,6$.

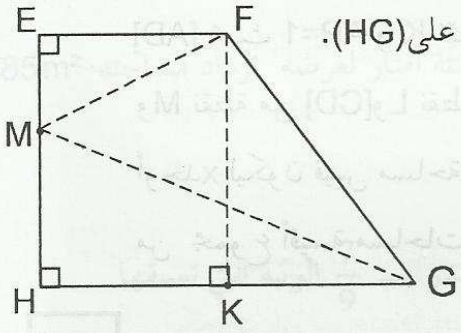
75** الشكل المقابل هو رسم تشخيصي لماجل و بكرة (عجلة) قطرها $CD = 20\ cm$



إذا علمت أن طول الحبل $6,20\ m$ وأن $BC = 1\ m$ و $EF = 0,5\ m$

أوجد ارتفاع الماء وعمق الماجل (نأخذ $\pi = 3,14$ و $\sqrt{5} = 2,232$)

76** يمثل الشكل المقابل شبه منحرف EFGH قائم الزاوية في E و H



بحيث EF = 3 و EH = 4 و GH = 6 و K المسقط العمودي لـ F على (HG).

1) أ) ما هي طبيعة الرباعي EFKH ؟ علل جوابك .

ب) احسب FG .

2) لتكن M نقطة من $[EH]$ بحيث EM = x .

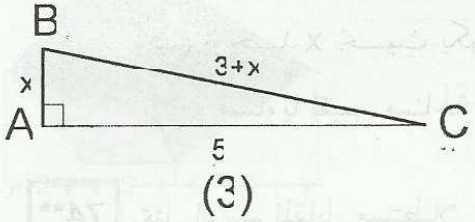
أ) أوجد بدلالة x قيس مساحة كل من المثلثين EFM و MHG .

ب) أوجد x بحيث يكون قيسي مساحتي المثلثين EFM و MHG متساويين .

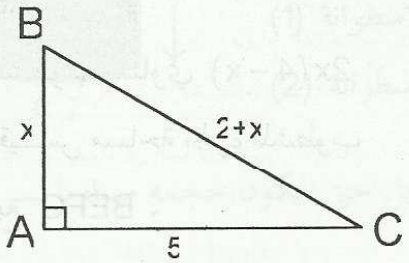
3) أ) عبر بدلالة x عن FM^2 ثم عن MG^2 .

ب) أوجد x بحيث يكون المثلث MFG قائم الزاوية في F .

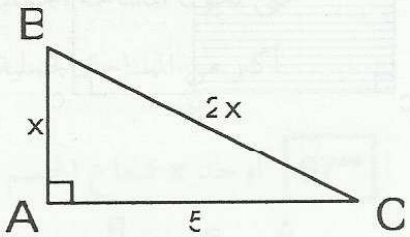
77** أوجد العدد x في كل حالة من الحالات التالية حيث ABC مثلث قائم الزاوية في A .



(3)

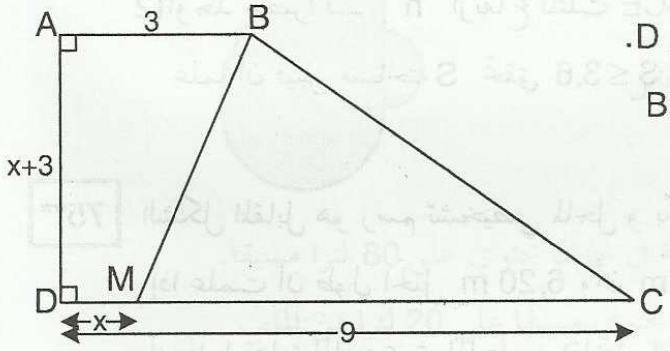


(2)



(1)

78** في الرسم التالي ABCD شبه منحرف قائم في A و D.



1) احسب بدلالة x كل من a_1 مساحة المثلث BMC

و a_2 مساحة شبه المنحرف ABMD.

2) أوجد x في كل من الحالات التالية

أ) $a_1 = a_2$ ب) $a_2 = 2 \times a_1$

ج) $a_1 = 2 \times a_2$

الإحصـــــاء و الاحتمـــــالات

الإحصـــــاء

1* سجّلت دورية لمراقبة السرعة عدد السيارات حسب سرعة سيرها بـــ $km.h^{-1}$ فحصلت على سلسلة إحصائية مداها $50\ km.h^{-1}$ ومنوالها $60\ km.h^{-1}$. أكمل "بصواب" أو "خطـــأ" .

1) أكبر عدد من السيارات كانت سرعتها $50\ km.h^{-1}$ [ ] .

2) الفرق بين أقصى سرعة وأدناها يساوي $60\ km.h^{-1}$ [ ]

3) إذا كانت أقصى سرعة هي $90\ km.h^{-1}$ فإن أدناها هي $40\ km.h^{-1}$ [ ] .

4) أكبر عدد من السيارات لها نفس السرعة كانت سرعتها $60\ km.h^{-1}$ [ ] .

2* 1) سلسلة إحصائية لمعدل تلاميذ قسم مداها 13 ومنوالها 11 . أكمل بـــ " صـــواب " أو " خـــطأ "

أ) إذا كان أكبر معدل يساوي 19 فإن أصغر معدل يساوي 6 [ ] .

ب) أصغر المعدلات يساوي 10 [ ] .

ج) 11 هو المعدل الأكثر تواتر في هذا القسم [ ] .

2) موسط سلسلة إحصائية لسنوات العمل لـــ 31 عامل بمؤسسة هو 23 ومعدلها الحسابي 18

أكمل بـــ " صـــواب " أو " خـــطأ " أمام كل مقترح من المقترحات التالية .

أ) العامل الذي له أكبر أقدمية يعمل بالمؤسسة منذ 18سنة [ ]

ب) 50% من العمال لهم عدد سنوات عمل يفوق 18 [ ] .

ج) بهذه المؤسسة عدد سنوات العمل لـــ 16 عامل على الأقل يفوق أو يساوي23 [ ]

3* سجل حرفي لصنع الأواني طلبات زبائنه حسب سعة المطلوب باللتر، فكانت كما يلي :

5	15	1	5	2	5	2	10	5	1	5	15	1	5	2	5	2	10	5	1
2	10	5	15	5	1	5	1	10	5	2	10	5	15	5	1	5	1	10	5

1) كون جدولا إحصائيا يضم البيانات السابقة .

2) مثل السلسلة الإحصائية بمخطط العصيات .

3) ما مدى هذه السلسلة الإحصائية وما منوالها ؟ أعط موسطا للسلسلة .

4) كون جدول التواترات وارسم مخطط العصيات للتواترات .

4* ضبط بائع زرابي حالة مخزونه فتحصل على الجدول التالي :

مساحة الزربية بالمتر مربع	دون 4	من4 إلى ما دون8	من8 إلى ما دون12	من12 إلى ما دون16	من16 إلى ما دون20	من20 إلى ما دون24
عدد الزرابي	7	15	14	6	8	10

1) اذكر الفئة التي لها أصغر تكرار .

2) ما هي الفئة المنوال و ما مدى هذه السلسلة ؟

3) مثل السلسلة بمخطط المستطيلات .

4) عين مراكز الفئات وارسم مضلع التكرارات .

5) كون جدول التواترات بالنسب المائوية و مثل مخطط المستطيلات للتواترات .

5** لمتابعة حالة سيارته سجّل عمر كمية استهلاكها اليومي للوقود باللتر، هذا ما سجّله خلال 30 يوما .

كمية الاستهلاك	7	8	9	11	13	15
عدد الأيام (التكرار)	12	4	5	3	2	4

1) مثل الجدول بمخطط العصيات.

2) ما مدى و ما منوال هذه السلسلة ؟

3) كوّن جدول التكرار التراكمي الصّاعد .

4) ارسم مخطط العصيات للتكرارات التراكمية الصاعدة.

5) أوجد موسط لهذه السلسلة .

6** فيما يلي نتائج مسابقة في القفز الثلاثي بالديسمتر لـ 50 طفل مشارك .

32	31	32	34	28	31	26	29	32	33
28	32	35	26	35	26	33	35	28	36
31	28	26	33	27	27	35	32	29	27
34	35	26	34	27	26	33	32	35	29
33	27	26	36	36	33	35	33,5	32	31

1) أكمل الجدول التالي

طول القفزة	[26,28[	[28,30[	[30,32[	[32,34[	[34,36[	[36,38[
عدد التلاميذ						

2) إذا اعتبرنا أن كل قفزة تفوق أو تساوي 3 m يترشح صاحبها إلى الدور الموالي ،
ما عدد المترشحين من بين المشاركين .

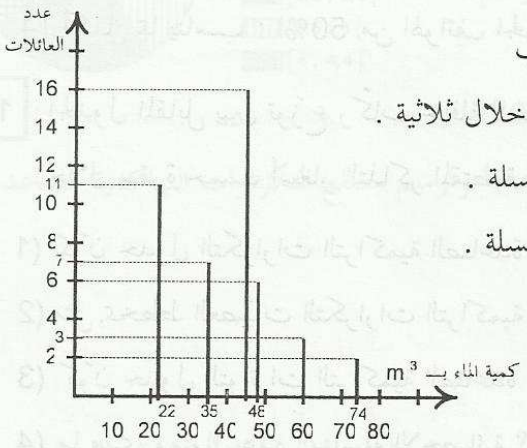
3) ما مدى و ما الفئة المنوال لهذه السلسلة ؟

4) مثل السلسلة بمخطط المستطيلات.

5) كوّن جدول التكرارات التراكمية الصاعدة .

6) ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة و أوجد موسطا للسلسلة .

**7 يمثل المخطط المقابل توزّع 45 عائلة بتجمع سكني حسب كمية استهلاك العائلة للماء الصالح للشراب بالمتر مكعب خلال ثلاثية .



1) كوّن جدولا إحصائيا للتكرارات التراكمية النازلة للسلسلة .

2) ارسم مخطط العصيات للتكرارات التراكمية النازلة للسلسلة .

3) حدد موسّطا للسلسلة .

4) كوّن جدول التّواتر التراكمي النازل .

5) احسب معدّل استهلاك الماء لهذا التجمع السكني .

6) أوجد عدد العائلات التي تستهلك دون المعدّل الحسابي .

**8 فيما يلي جدول يبيّن مبيعات تاجر أحذية خلال يوم ، حسب مقاسات الأحذية .

مقاس الحذاء	28	30	32	34	36	38	40	42	44
عدد الأحذية	6	2	1	3	3	5	14	4	2

1) مثل السلسلة بمخطط العصّيات .

2) أ) كوّن جدول التواترات بالنسبة المائوية

ب) ارسم مخطط العصيات للتواترات .

3) أ) كوّن جدول التكرار التراكمي الصاعد للسلسلة .

ب) مثل التكرارات التراكمية الصاعدة بمخطط العصيات .

4) ما مدى وما منوال هذه السلسلة ؟ أعط موسطا لها .

**9 فيما يلي جدول التكرارات التراكمية الصاعدة لمبيعات مغازة للهواتف الجوالة حسب أسعارها خلال أسبوع

السعر بالدينار	من 50 إلى ما دون100	من 100 إلى ما دون 150	من 150 إلى ما دون200	من 200 إلى ما دون250	من250 إلى مادون 300	من300 إلى ما دون350	من 350 إلى ما دون400
التكرارات التراكمية الصاعدة لعدد الهواتف	32	72	82	101	111	115	120
التواتر التراكمي الصاعد (%)							

1) أكمل الجدول .

2) مثل التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية بمخطط المستطيلات وارسم مضلّع التواترات التراكمية.

3) أوجد موسّطا لهذه السلسلة .

4) أكمل بما يناسب : 50% من الهواتف الجوالة أسعارها تفوق .....%.

10 الجدول المقابل يبين توزّع ركّاب حافلة للنقل العمومي خلال سفرة حسب أسعار التذاكر المقتطعة .

ثمن التذكرة بالمليم	310	450	510	650
عدد الركاب	25	40	55	20

1) كوّن جدول التكرارات التراكمية الصاعدة الموافق للجدول السابق .

2) مثل بمخطط العصيّات التكرارات التراكمية الصاعدة بالنسبة إلى ثمن التذاكر .

3) كوّن جدول التواترات التراكمية الصاعدة بالنسب المائوية.

4) ما مدى ومنوال هذه السلسلة الإحصائية ؟

5) يتوزّع ركّاب الحافلة حسب أعمارهم حسب الجدول التالي

العمر بالسنة	[0,10[	[10,20[	[20,30[	[30,40[	[40,50[	[50,60[	[60,70[	[70,80[
التواتر بالنسبة المائوية	12	24	14	9	5	7	9	5
عدد الركاب								

أ) أكمل الجدول .

ب) ما مدى و ما الفئة المنوال لهذه السلسلة .

ج) كوّن جدول التواترات التراكمية الصاعدة .

د) ارسم مضلّع التواترات التراكمية الصاعدة .

هـ) استنتج موسّطا لهذه السلسلة .

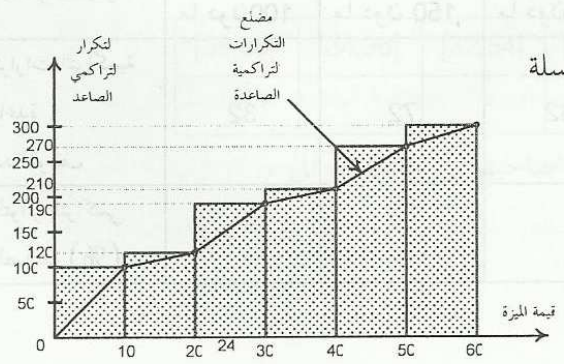
11 يمثل الرّسم المصاحب مضلّع التكرارات التراكمية الصاعدة لسلسلة إحصائية ذات ميزة مسترسلة .

1) أوجد موسّطا لهذه السلسلة .

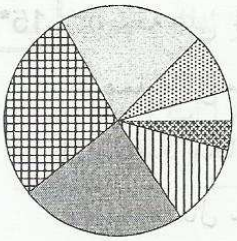
2) كوّن جدول التكرارات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة

3) كوّن جدول التكرارات لهذه السلسلة .

4) ما مدى وما الفئة المنوال هذه السلسلة الإحصائية ؟



12* يمثل المخطط الدائري المقابل توزّع 72 مولود جديد حسب أوزانهم بالكيلوغرام بإحدى المستشفيات خلال أسبوع



[1,6 ; 2 [
[2 ; 2,4 [
[2,4 ; 2,8 [
[2,8 ; 3,2 [
[3,2 ; 3,6 [
[3,6 ; 4 [
[4 ; 4,4 [

1) كوّن جدول التكرارات لتوزّع عدد المواليد حسب أوزانهم .

2) ما المدى و ما الفئة المنوال لهذه السلسلة ؟

3) أ) كوّن جدول التكرارات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة .

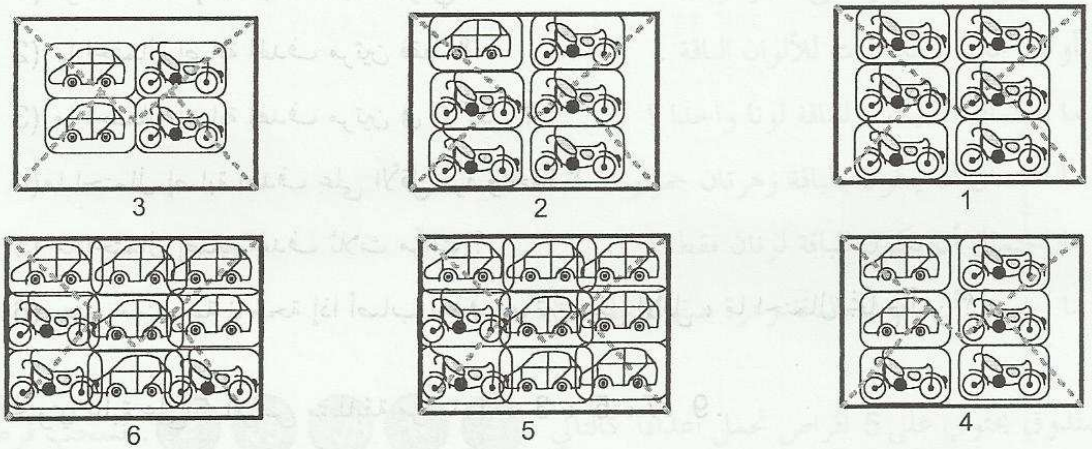
ب) مثّل بمخطط المستطيلات التكرارات التراكمية الصاعدة وارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة .

ج) استنتج موسّطا لهذه السلسلة .

الاحتمالات

13* يسحب الفائز في إحدى المسابقات صورة من بين صور موضوعة بظرف تمثل الجائزة التي تحصل عليها .

أوجد في كل حالة من الحالات التالية، احتمال سحب سيارة أو دراجة نارية.



14* بحافظة نقود عمر 5 قطع نقدية ذات دينار واحد ، اثنان منها صادرة سنة 2007 والبقية صادرة سنة 1997 .

سحب عمر قطعتين الواحدة تلو الأخرى بطريقة عشوائية ودون إرجاع القطعة الأولى.

1) ما عدد إمكانيات السّحب ؟

2) وضع عمر القطعتين المسحوبتين في حصالة ابنه أحمد .

أ) ما احتمال احتواء حصالة أحمد قطعتين صادرتين سنة 2007 ؟

ب) ما احتمال وجود قطعتين صادرتين سنة 1997 بالحصالة ؟

ج) ما احتمال حصول أحمد على قطعتين صادرتين في نفس السّنة ؟

د) ما احتمال أن تكون بالحصالة قطعتين صادرتين في سنتين مختلفتين ؟

15** بمحفظة علي 4 ملفا ت ، أحدها أخضر و 3 زرقاء. يسحب علي ملفين الواحد تلو الآخر دون النظر إليهما وكلّ مرّة يرجع الملفّ المسحوب .

1) ما عدد إمكانيات السّحب ؟

2) ما احتمال سحب ملفين زرقاوين ؟

3) ما احتمال سحب ملفين خضراوين ؟

4) ما احتمال سحب ملفين لهما نفس اللون ؟

5) ما احتمال سحب ملفين مختلفين في اللون ؟

16** يرمي أيمن سهما في اتجاه هدف محدّد ثلاث مرّات متتالية ، يكون الحدث "صواب " (ص) إذا أصابه و يكون "خطأ" (خ) إذا لم يصبه .يكتب نتيجة الرميات الثلاث كما يلي مثلا (ص، خ ،خ) إذا أصاب الأولى وأخطأ الثانية والثالثة .

1) أوجد عدد الإمكانيات لنتيجة الرمي .

2) ما احتمال إصابة الهدف مرتين فقط ؟

3) ما احتمال إصابة الهدف مرتين في الأكثر ؟

4)ما احتمال إصابة الهدف على الأقل مرة واحدة ؟

5) ما احتمال إصابة الهدف ثلاث مرّات ؟

6) يعتبر أمين رمية ناجحة إذا أصاب الهدف مرّتين على الأقل ، ما احتمال نجاح أيمن ؟

17** تحتوي علبة على 5 أقراص متطابقة مرقّمة 1 ، 3 ، 5 ،7، 9.

نسحب قرصين متتاليين دون إرجاع القرص الأول

1) أوجد عدد إمكانيات السّحب .

2) ما احتمال أن يكون مجموع الرقمين قابلا للقسمة على 3 .

3) ما احتمال سحب قرصين رقم أحدهما من مضاعفات الرّقم الآخر .

4) ما احتمال سحب قرصين يحملان رقمين أوليين فيما بينهما .

18 في الجدول قائمة بست تلاميذ حسب المستوى ضبطتها إدارة مدرسة إعدادية لاختيار ثلاثة منهم بالقرعة لتمثيل المدرسة في إحدى المسابقات الثقافية .

الاسم	أحمد	منير	عائدة	أمينة	كريمة	بثينة
المستوى التعليمي	9	8	9	7	8	9

1) أوجد عدد الإمكانيات لتكوين الفريق .

2) ما احتمال أن يكون عناصر الفريق من نفس المستوى التعليمي ؟

3) ما احتمال أن يكون عناصر الفريق من نفس الجنس ؟

4) ما احتمال أن يكون عناصر الفريق من الجنسين ؟

5) ما احتمال أن يكون عناصر الفريق من الفتيان ؟

6) ما احتمال أن يكون الفريق من نفس المدرسة ؟

7) ما احتمال أن يكون عناصر الفريق من السنوات الثامنة ؟

19 لمريم 6 زهرات ، 3 حمراء (R_1 R_2 R_3) و 2 صفراء (J_1 J_2) و واحدة بيضاء (B) .

تريد تكوين باقة تحتوي على 3 زهرات

1) أوجد عدد الإمكانيات للألوان الباقة .

2) ما احتمال أن يكون للباقة لونا واحدا ؟

3) ما احتمال أن يكون بالباقة زهرتان حمراوتان فقط ؟

4) ما احتمال أن يكون للباقة لونان فقط ؟

5) ما احتمال أن يكون بالباقة زهرة صفراء على الأقل ؟

20 صندوق يحتوي على 5 أقراص تحمل أعدادا كالتالي

. نسحب قرصا ثم آخر بصفة عشوائية ونرجع القرص بعد كل سحب ونكتب العدد الأول كفاصلة لنقطة M والثاني كترتيبة لها.

1) أوجد الإحداثيات الممكنة للنقطة M .

2) ما احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الفاصلات ؟

3) ما احتمال أن تكون النقطة M غير منتمية إلى محور الفاصلات ؟

4) ما احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الترتيبات ؟

5) ما احتمال أن تكون النقطة M غير منتمية إلى محور الفاصلات ولا إلى محور الترتيبات ؟

21 يمثل الجدول التالي تصنيف تلاميذ قسم تاسعة أساسي حسب التوقيت إثر اختبار أول في بداية دورة للعدو لمسافة 60 مترا .

التوقيت بالثانية	[9,10[	[10,11[	[11,12[	[12,13[
عدد التلاميذ	3	9	12	6

1) ما المجال الزمني المنوال لهذه السلسلة ؟

2) أوجد المعدل الحسابي للسلسلة .

3) كون جدول التواترات و جدول التواترات التراكمية الصاعدة بالأعداد الكسرية لهذه السلسلة .

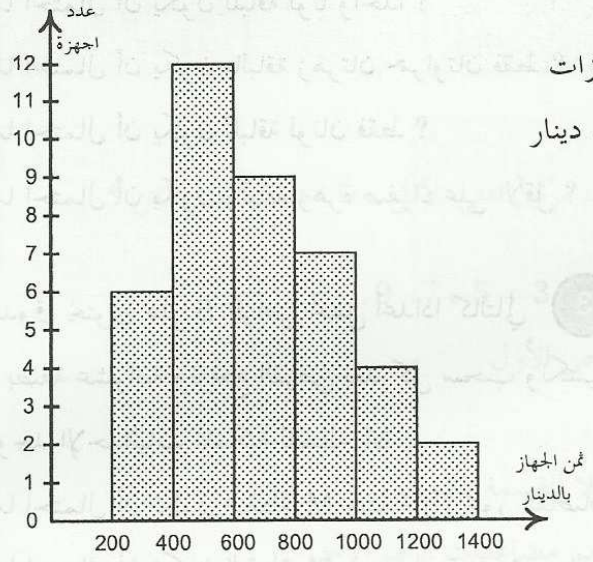
4) ارسم مخطط التواترات التراكمية الصاعدة و مضلع التواترات التراكمية الصاعدة واستنتج موسطا للسلسلة

5) انتقل أحد تلاميذ هذا الفصل إلى فصل آخر .

أ) ما احتمال أن يكون توقيت التلميذ المنتقل لا يقلّ عن 12 ثانية .

ب) ما احتمال أن يكون توقيت التلميذ المنتقل أصغر من 11 ثانية .

22 المخطط المقابل هو تمثيل لمخزون أحد المغازات من أجهزة التلفاز حسب أسعارها بالألف دينار



1) أكمل الجدول التالي

ثمن الجهاز بالمائة دينار	] 2 , 4 [	] 4 ; 6 [				
التواتر بالأعداد الكسرية						

2) أصاب أحد الأجهزة عطب مما استوجب إتلافه .

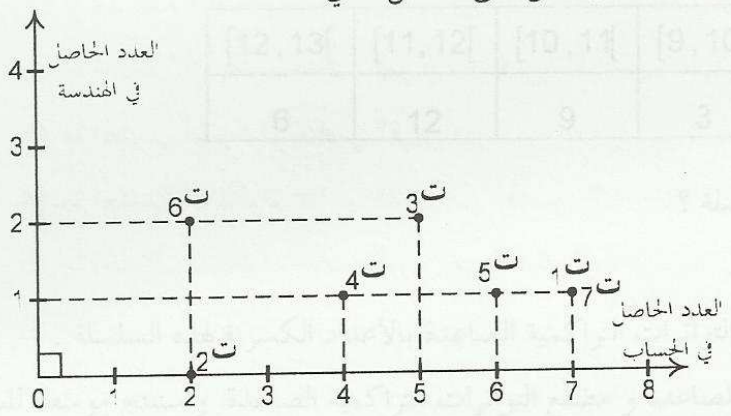
أ) ما احتمال أن يكون ثمن الجهاز المتلف دون 400 دينارا .

ب) ما احتمال أن يكون ثمن الجهاز المتلف دون 800 دينار .

ج) ما احتمال أن تكون خسارة صاحب المغازة من جراء الجهاز المتلف تفوق أو تساوي 800 دينارا .

التعيين في المستوى

1* قرر أستاذ الرياضيات مقارنة العددين المتحصل عليهما في جزئي الحساب والهندسة بالنسبة إلى 7 تلاميذ لم يحصلوا على المعدل في الفرض . اعتمد معينا فيه محور الفاصلات يمثل الأعداد الحاصلة في الحساب و محور التراتيب يمثل الأعداد الحاصلة في الهندسة وتحصل على التمثيل التالي .



1) ما أحسن عدد حاصل في جزء الهندسة ؟ ومن تحصل عليه ؟

2) فيم يشترك التلاميذ ت1 و ت4 و ت5 و ت7 ؟

3) ما العدد الذي حصل عليه التلميذ ت3 في الفرض ؟

4) أسند الأستاذ 1 للشكل في الهندسة ، هل أنجز التلميذ ت2 شكلا صحيحا ؟

2** ليكن مستقيما مدرجا مقترنا بمعين (O, I).

1) عين النقط A و B و C على (O, I) فاصلاتها على التوالي $\frac{-9}{2}$ و 2 و $\frac{11}{3}$.

2) احسب الأبعاد AB و AC و BC.

3) أوجد x_M فاصلة النقطة M منتصف [AB] .

4) أوجد x_E فاصلة E بحيث $BE = 7$ و $x_E \in \mathbb{R}_+$

3** نعتبر مستقيما مقترنا بمعين (O, I) حيث $OI = 1cm$

عين على (OI) النقط A و B و C حيث $x_A = \frac{12}{5}$ و $x_B = \frac{3}{2}$ و $x_C = \frac{39}{20}$

1) بين أن A و B متناظرتان بالنسبة إلى C.

2) احسب فاصلة النقطة M من Δ بحيث $MA = MC$.

3) احسب البعد MI.

4* Δ مستقيم مدرج بمعين (O, I) والنقط A و B و C من Δ فاصلاتها على التوالي: $-\frac{3}{2}$ و $\sqrt{2}$ و $-\frac{1}{4}$.

1) احسب البعدين AB و AC.

2) احسب فاصلة E منتصف [AC].

3) بين أن C منتصف [AI].

مسقط نقطة على مستقيم وفقا لمنحى معيّن

5* 1) أرسم مستقيمين Δ و D متقاطعين في E وعيّن نقطة G لا تنتمي إلى Δ ولا إلى D.

2) ابن H مسقط G على Δ وفقا لمنحى D و F مسقط G على D وفقا لمنحى Δ.

بيّن أن $GF = HE$.

6* ارسم مثلثا MNP متقايس الضلعين [MN] و [MP] وعيّن نقطة I من [MN] مختلفة عن M و N ثم ابن J مسقط I على (MP) وفقا لمنحى (NP). بيّن أن $MI = MJ$.

7** ارسم مستقيمين Δ و Δ' متوازيين مقطوعين بمستقيم D على التوالي في A و B. عيّن نقطة M من Δ مختلفة عن A.

1) ابن النقط N مسقط M على Δ' وفقا لمنحى D وP مسقط B على (MN) وفقا لمنحى (AN) وK مسقط M على D وفقا لمنحى (AN).

2) بيّن أن N منتصف [PM].

3) بيّن أن N هي مسقط K على Δ' وفقا لمنحى (AP).

8** ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A و I منتصف [AC].

1) ابن النقطة M مسقط I على (BC) وفقا لمنحى (AB).

ما هو المسقط العمودي لـ M على (AC)؟ علّل جوابك.

2) ابن النقطة N مسقط B على (MI) وفقا لمنحى (AM).

ما هو نوع الرباعي ABNM؟ علّل جوابك.

3) ابن النقطة E من (AC) بحيث تكون B مسقط E على (AB) وفقا لمنحى (AM).(فسّر طريقة البناء)

التعيين في المستوي

9 ** ليكن (O,I,J) معينا في المستوي حيث $(OI)\perp(OJ)$

عيّن النقط $A(3,-2)$ ، $B(-3,2)$.

1) أ) حدّد إحداثيات النقطة C مناظرة B بالنسبة لـ (OI) حسب (O,I,J) ثم عينها.

ب) بين أن A و C متناظرتان بالنسبة لـ (OJ).

ج) بين أن $(OI)//(AC)$.

د) استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية.

2) عيّن النقطة D مناظرة C بالنسبة لـ O

أ) حدّد إحداثيات النقطة D في المعين (O,I,J) .

ب) بين أن ABDC مستطيل .

ج) استنتج أن $AB=CD$ و $AD=BC$.

10 ** (O,I,J) معيّن في المستوي بحيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ$

1) عين النقطة $M(2,2\sqrt{2})$.

2) ابن النقطتين N مناظرة M بالنسبة لـ (OI) و 'M مناظرة M بالنسبة لـ O

ثم أوجد إحداثيات كل منهما في المعيّن (O,I,J) .

3) أثبت أن N و 'M متناظرتان بالنسبة لـ (OJ).

4) أوجد زوج إحداثيات 'N مناظرة M بالنسبة إلى (OJ) ثم أثبت أن 'N مناظرة N بالنسبة لـ O.

11 ** في المعين (O,I,J) حيث $(OI)\perp(OJ)$ عين النقط $A(2,\sqrt{2})$ ، $B(-3,4)$ ، $C(-2,-\sqrt{2})$ ، $D(3,-4)$

1) أثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

2) لتكن النقطتان E و F مناظرتي B بالنسبة لكل من (OJ) و (OI) على التوالي .

أ) أوجد إحداثيات كل من E و F.

ب) بين أن الرباعي BEDF مستطيل.

12 نعتبر مستقيما Δ و Δ' متقاطعين في O مقترنين على التوالي بمعينين (O, I) و (O, J).

1) عيّن على Δ النقطة A فاصلتها $\left(-\frac{5}{2}\right)$ وعلى Δ' النقطة B فاصلتها $\left(\frac{7}{2}\right)$.

2) لتكن C النقطة التي مسقطها A على Δ وفقا لمنحى Δ' ومسقطها B على Δ وفقا لمنحى Δ.

أوجد زوج إحداثيات C في المعين (O, I, J).

3) عين النقطة D منتصف [AB] ثم حدّد إحداثياتها في المعين (O, I, J).

13 ارسم مستطيلا ABCD.

1) أعط إحداثيات النقط A و B و C و D في المعين (A,B,D).

2) عين النقطة I منتصف [CD] وابن النقطة J المسقط العمودي لـ I على (AB).

3) أثبت أن ADIJ مستطيل.

4) استنتج أن J منتصف [AB]. ثم أعط زوج إحداثيات J في المعين (A,B,D).

5) أوجد زوج إحداثيات I في المعين (A,B,D).

14 ABCD معين مركزه O و Δ المستقيم المار من A والموازي لـ (BD).

1) لتكن E المسقط العمودي لـ B على Δ. بين أن OAEB مستطيل.

2) لتكن F مسقط O على Δ وفقا لمنحى (AB). بين أن F هي المسقط العمودي لـ D على Δ.

3) أوجد إحداثيات النقاط A و B و C و D و E و F في المعين (O,A,B).

15 (O, I, J) معيّن في المستوي بحيث $I\hat{O}J = 60°$ و $OI = 2$ و $OJ = 1$

1) عيّن النقط $A(0,2)$ ، $B(2,-1)$ ، $C(-2,\ 2)$ ، $D(-1,0)$ ، $E(-1,-2)$ ، $F(1,-3)$.

2) هل تنتمي النقطة B إلى المستقيم (ED) ؟ علل جوابك .

3) بين أن (OI) // (AC) وأن (ED)// (OJ)

16* نعتبر مثلثا OIJ والنقط $A(2,2)$ و $C\left(-2,-\frac{1}{2}\right)$ في المعين (O,I,J) و E مسقط A و F مسقط C على (OI) وفقا لمنحى (OJ) و D مسقط A و B مسقط C على (OJ) وفقا لمنحى (OI).

1) أ) أعط إحداثيات النقط E و B و F في المعين (O,I,J).

ب) ما هو منتصف [EF]؟ علّل جوابك.

ج) بين أن كل من الرباعيين DAEO و FCBO متوازي الأضلاع.

2) أ) أثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.

ب) (AD) يقطع (FC) في G. ما هي إحداثيات G في المعين (O,I,J) ؟

3) بين أن D منتصف [AG].

17 نعتبر مستقيما Δ مقترنا بمعين (O,I)

1) أ) عيّن النقطتين A و B التي فاصلتاهما على التوالي 3− و 5.

ب) احسب AB و IA.

ج) بيّن أن I منتصف [AB].

2) ليكن مستقيما Δ' يمر من O عموديا على Δ مقترنا بمعين (O,J) بحيث OI = OJ

أ) ما هي إحداثيات A و B في المعيّن (O,I,J).

ب) عيّن النقطة C(1,3) وابن النقطة D مناظرة C بالنسبة لـ (OI) ثم حدّد إحداثيات D.

ج) بيّن أن المثلث ACD متقايس الضلعين.

د) بين أن I منتصف [CD] واستنتج أن ACBD معيّن.

18 (O,I,J) معين بحيث (OI)⊥(OJ)

1) أ) عيّن النقاط $A\left(1,\frac{5}{2}\right)$ و $B\left(\frac{7}{2},1\right)$ و $C\left(-\frac{7}{2},1\right)$

ب) ابن النقطة D مناظرة A بالنسبة لـ (OJ) ثم حدد إحداثياتها.

ج) بيّن أن B و C متناظرتان بالنسبة إلى (OI) . واستنتج أن الرباعي ABCD شبه منحرف متقايس الضلعين.

2) أ) عيّن $E\left(-1,-\frac{5}{2}\right)$ وابن النقطة F بحيث يكون الرباعي ABEF متوازي الأضلاع.

ب) أوجد إحداثيات F معللا جوابك.

3) بيّن أن EF = CD .

4) بيّن أن (CF)//(DE) .

19 (O , I , J) معين في المستوي

1) عيّن النقاط $A\left(2,-\frac{5}{2}\right)$ و $B\left(-\frac{5}{2},2\right)$ و $C\left(\frac{5}{2},-2\right)$

2) لتكن نقطة D إحداثياها (x , y) في المعين (O , I , J) .

أ) أوجد y ليكون المستقيم (DB) موازيا للمستقيم(OI) .

ب) أوجد x ليكون المستقيم (AD) موازيا للمستقيم(OJ) .

3) F نقطة من المستقيم المار من C والموازي للمستقيم(OI) . أوجد z ترتيبة F .

20 ارسم معينا(O , I , J) في المستوي والنقاط A(3 , 2) و B(0 , −2) و C(−4 , 1)

ولتكن M منتصف [AB]

1) أوجد إحداثيات M واستنتج أن M تنتمي إلى (OI) .

2)عين النقطة D بحيث يكون ACBD متوازي الأضلاع .

أوجد إحداثيات النقطة D في المعين (O , I , J) .

21 (O , I , J) معين في المستوي بحيث (OJ) ⊥ (OI)

عين النقاط A(−3 , 2) و B(4 , 1) و C(3 , −2)

1) بين أن O منتصف [AC] .

2) عين D مناظرة Bبالنسبة لـ O . أوجد إحداثياتها .

3) لتكن Mمنتصف[AB] و E مناظرة D بالنسبة لـ M.

أ) أوجد إحداثيات M و E .

ب) بين أن B و C و E على استقامة واحدة .

22 ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB ≠ AC

1) ما إحداثيات كلّ من النقط A و B و C في المعين (A ,C , B) .

2) عين النقطتين H(√2,1) و K(−2 ; 3+√2) ثم بين أن (BH)//(AC) .

3) أ) ما مجموعة نقاط المستوي التي فاصلتها √2 في المعين (A ,C , B)

ب) ما مجموعة نقاط المستوي التي ترتيبها 3+√2 في المعين (A ,C , B)

ج) ما مجموعة نقاط المستوي M(x , y) بحيث y = 1 و 0 ≤ x ≤ √2

4) حدد إحداثيات النقاط H' مناظرة H بالنسبة لـ(AC) و K'مناظرة Kبالنسبة لـ(AB)

و O مناظرة K بالنسبة لـ A

5) ارسم B' المسقط العمودي لـ H' على (AB). حدد إحداثيات B' في المعين (A ,C , B)

ثم بين أن HBB'H' مستطيل .

23* (O , I , J) معين في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$

1) أ) عيّن النقاط $A\left(2, \frac{7}{2}\right)$ و $B(4 , 0)$ و $C(2 , -2)$

ب) بين أن $(OI) \perp (AC)$

ج) المستقيم (AC) يقطع (OI) في K بين أن OA = BA

2) ابن النقطة D بحيث تكون C منتصف [BD] . أوجد إحداثيات D.

3) أ) حدّد (E) مجموعة النقاط M(x , y) حيث $x = 0$ و $-4 \leq y \leq 0$

ب) حدّد (F) مجموعة النقاط M(x , y) حيث $1 \leq x \leq 4$ و $y = 0$

ج) حدّد (G) مجموعة النقاط M(x , y) حيث $-2 \leq y \leq \frac{7}{2}$ و $x = 2$

24* (O , I , J) معين في المستوي متعامد المحورين .

1) أ) ارسم Δ مجموعة النقاط M(x , y) حيث $y = 3$ و $x \in \mathbb{R}$.

ب) ارسم Δ' مجموعة النقاط M(x , y) حيث $x = 2$ و $y \in \mathbb{R}$.

2) Δ يقطع (OJ) في M و Δ' يقطع (OI) في R ، Δ و Δ' يتقاطعان في A .

أ) ما هي إحداثيات كلّ من النقط R و A و M ؟

ب) بين أن OMAR مستطيل .

3) أ) عين النقطة N مناظرة النقطة M بالنسبة لـ A وأوجد إحداثياتها.

ب) استنتج أن ANRO متوازي الأضلاع وأن RN = RM.

4) (NR) يقطع (OJ) في P . بين أن O منتصف [MP] وأوجد إحداثيات P .

25* (O , I , J) معين في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$ و M(−2,−4) و N(4,4)

1) أ) ابن النقطة K مناظرة J بالنسبة إلى I وأوجد إحداثياتها.

ب) بين أن الرباعي MKNJ متوازي الأضلاع .

2) المستقيم المار من M والموازي لـ(JK) يقطع (JN) في L ولتكن S منتصف[JM] .

أ) بين أن S منتصف [KL] .

ب) أوجد إحداثيات S.

ج) استنتج إحداثيات L.

26* (O , I , J) معين في المستوي بحيث (OI) ⊥ (OJ) و A(−3,2) .

1) أوجد إحداثيات K منتصف [OA] .

2) أ) ارسم B المسقط العمودي لـ A على (OI). ما هي إحداثيات B ؟

ب) أوجد إحداثيات U بحيث تكون K منتصف.[BU]

ج) استنتج أن ABOU مستطيل.

3) بين أن (AU) // (KJ) .

4) لتكن L مناظرة K بالنسبة لـ J. بين أن KULO معيَّن.

27* (O , I , J) معين في المستوي بحيث (OI) ⊥ (OJ)

والنقاط A(π , -2) و B(3 , √5) و C(0 , -π) و D(3,−√5) .

E(π , -√5) و F(π , 0) و G(−3 , −√5) و H(π,2) .

ضع علامة "X" أمام كل إجابة صحيحة .

☐ A و H متناظرتان بالنسبة لـ(OI)	☐ O منتصف [EG]	☐ (AB) // (OJ)
☐ F و C متناظرتان بالنسبة لـO	☐ O منتصف [BG]	☐ (CF) // (OI)
☐ D و G متناظرتان بالنسبة لـ (OJ)	☐ O منتصف [GD]	☐ (AF) // (OJ)

☐ مجموعة النقاط التي فاصلتها π هي [AF] ☐ B∈(EG)

☐ مجموعة النقاط التي ترتيبها √5 هي (BG) ☐ F∈(AH)

مبرهنة طالس و تطبيقاتها

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر في حالة عدم ذكرها)

1* ABC مثلث ارتفاعه AH=3 و I و J نقطتان من [BC] بحيث BI = IJ = JC. لتكن S_1 مساحة المثلث AIB و S_2 مساحة المثلث AIJ و S_3 مساحة المثلث AJC و S مساحة المثلث ABC .

1) بين أن $S_1 = S_2 = S_3$.

2) استنتج أن $\frac{S_1}{S} = \frac{S_2}{S} = \frac{S_3}{S} = \frac{1}{3}$.

2* ارسم مثلثا EFG قائم الزاوية في E بحيث EF = 6 و EG = 8 وعين I منتصف[FG] والنقطتان M و N من [EF] بحيث EM = MN = NF . احسب قيس مساحة المثلث IMN.

3* 1) ABCD مستطيل بحيث AB = 4 و AD = 3 . احسب مساحته S.

2) عين نقطة M على [AD] ، نضع AM = x .المستقيم المار من M والموازي لـ(AB) يقطع (BC) في N.

أ) ماهي طبيعة الرباعي ABNM ؟

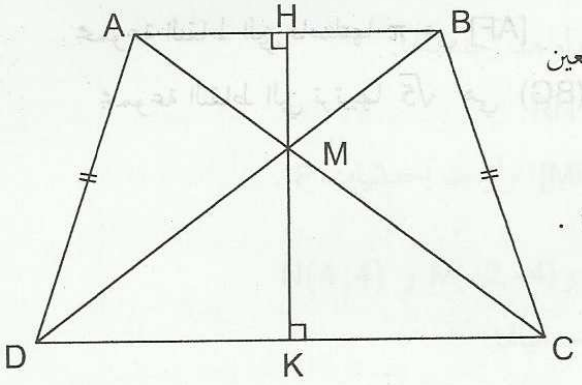
ب) احسب مساحته 'S بدلالة x .

ج) بين أن $\frac{S}{S'} = \frac{AM}{AD}$.

4** يمثل الرسم المقابل شبه منحرف ABCD متقايس الضلعين

قاعدتاه [AB] و[CD] وارتفاعه HK= 8

حيث MH = 3 و MK = 5 . نضع AB = x و CD = y .



1) أ) احسب بدلالة x مساحات كل من المثلثات

ABD وABC وACD و AMB.

ب) استنتج أن مساحة كل من المثلثين MBC و MAD تساوي $\frac{5}{2}x$.

2) احسب بدلالة y مساحة المثلث MCD.

3) أ) احسب بطريقتين مساحة شبه المنحرف ABCD .

ب) استنتج أن $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$.

5** 1) Δ و Δ' مستقيمان متوازيان و M و N نقطتان من Δ و P و K نقطتان من Δ'.

بين أن مساحة المثلث MPK تساوي مساحة المثلث NPK.

2) نعتبر مثلثا ABC و D نقطة من [AB] و E نقطة من [AC] بحيث (DE) // (BC)

و F نقطة من [BC] بحيث (EF) // (AB) . S_1 مساحة المثلث ABE و S_2 مساحة المثلث ACD

و S_3 مساحة المثلث ABF و S مساحة المثلث ABC .

أ) بين أن $S_1 = S_3$.

ب) a_1 مساحة المثلث BDE و a_2 مساحة المثلث CED و a مساحة المثلث ADE . بين أن $a_1 = a_2$.

ج) استنتج أن $S_1 = S_2$.

3) أ) بين أن $\frac{S_1}{S} = \frac{AE}{AC}$ و أن $\frac{S_2}{S} = \frac{AD}{AB}$ و أن $\frac{S_3}{S} = \frac{BF}{BC}$.

ب) استنتج أن $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

مبرهنة طالس في المثلث

6* EFG مثلث قائم الزاوية في E بحيث $EF = 2$ و $FG = 3$ و M نقطة من [GF] بحيث $GM = 8$ و N المسقط العمودي لـ M على (EG).

1) احسب $\frac{MN}{EF}$.

2) احسب MN.

7* ارسم متوازي الأضلاع ABCD بحيث $AD = 4$ و $AB = 5$ ثم عين النقطة O على [CD] بحيث $OD = 2$ المستقيم (OA) يقطع (BC) في E. احسب EC و EB.

8* MNP مثلث بحيث $MN = 6$ و $MP = 5$ و $NP = 8$ و A نقطة من NP بحيث $AN = 3$.

B و C مسقطا A على التوالي على (MN) وفقا لمنحى (MP) وعلى (MP) وفقا لمنحى (MN)

احسب قيس محيط الرباعي MBAC.

9** ABC مثلث بحيث $AB = 4$ و $AC = 3$ و $BC = 2$ و E نقطة من [AB]. الموازي لـ (BC) المار من E يقطع (AC) في D. نضع $BE = x$ و $CD = y$ و $ED = z$

1) بين أن $y = \frac{3}{4}x$ و $z = 2 - \frac{1}{2}x$

2) احسب y و z إذا اعتبرنا $x = 1,5$

10** ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]. و O نقطة تقاطع (AC) و (BD) والمستقيم الموازي لـ (AB) والمار من O يقطع (AD) في M و (BC) في N.

1) بيّن أنّ $\frac{AM}{AD}=\frac{OM}{CD}$ وأنّ $\frac{BN}{BC}=\frac{ON}{CD}$

2) استنتج أن O منتصف [MN].

11** OBC مثلث بحيث $OB=4$ و $OC=3$ و $BC=5$ والنقطتان A و D مناظرتا C و B على التوالي بالنسبة إلى O و E النقطة من [OB] بحيث $OE=3$ و F مسقط E على (AC) وفقا لمنحى (BC).

1) بين أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.

2) احسب OF و EF.

3) M نقطة من [AD] بحيث $DM=3$ و (OM) يقطع (EF) في N ويقطع (BC) في P.

أ) بين أن O منتصف [MP].

ب) أثبت أن $\frac{ON}{OM}=\frac{3}{4}$

ج) احسب NE.

12** ABCD مستطيل بحيث $AD=4$ و $AB=6$ و I النقطة من [AB] بحيث $IB=4$. (CI) و (AD) يتقاطعان في E

1) احسب AE ثم استنتج ED.

2) المستقيم المار من E والموازي لـ (AB) يقطع (ID) في F. احسب EF.

3) المستقيم المار من F والموازي لـ (AD) يقطع (CD) في M و (EC) في N.

أ) احسب DM.

ب) بيّن أنّ N منتصف [EC].

13** ارسم مثلثا ABC بحيث $AB=3,5$ و $AC=4$ و $BC=5$ وعين نقطة M على [BC] بحيث $CM=2$ و المستقيم المار من M والموازي لـ (AB) يقطع (AC) في N.

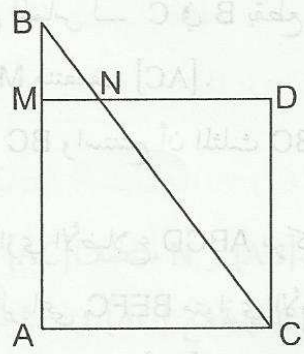
1) احسب CN و MN.

2) عين نقطة E مناظرة C بالنسبة إلى M. المستقيم (MN) يقطع (AE) في F.

أ) احسب FM و FN.

ب) بين أن $AE=\frac{1}{2}EF$

14** في الشكل المقابل AMDC مربّع $AB=4$ و $AC=3$ و $BC=5$ و $BM=1$



1) أ) احسب BN و MN .

ب) استنتج ND و NC .

2) (AD) و (BC) يتقاطعان في O .

أ) بين أن $\frac{ON}{OC}=\frac{3}{4}$.

ب) بين أن $\frac{OC}{OB}=\frac{3}{4}$.

ج) استنتج أن $\frac{ON}{OB}=\frac{9}{16}$.

15** ABCD مستطيل حيث $AB=6$ و $AD=4$ و N النقطة من [DA] بحيث $DN=6$.

1) (NC) يقطع (AB) في M. احسب AM.

2) (NC) يقطع (BD) في O.

أ) بين أنّ $\frac{OC}{ON}=\frac{OB}{OD}$ وأن $\frac{OB}{OD}=\frac{OM}{OC}$

ب) استنتج أنّ $OC^2=OM\times ON$

ج) احسب $\frac{OB}{OD}$

3) (DM) يقطع (BC) في P. احسب BP.

قطعة المستقيم التي تصل بين منتصفي ضلعي مثلث

16* ارسم مثلثا EFG بحيث $EF=5$ و $EG=3$ و $FG=6$ وعيّن النقطتين M منتصف [EF] و N منتصف [EG] .

1) احسب قيس محيط المثلث EMN.

2) عين النقطة H المسقط العمودي لـ E على (FG) و (MN) يقطع [EH] في K.

أ) بيّن أن K منتصف [EH]

ب) استنتج أن (MN) هو الموسط العمودي لـ [EH] .

17 * ارسم قطعة مستقيم [AB] بحيث $AB=5$ و الدائرة C مركزها O و قطرها [AB]

الموسط العمودي Δ لـ [AB] يقطع الدائرة C في نقطتين إحداهما M.

1) المستقيم المماس لـ C في B يقطع (AM) في C .

بيّن أنّ M منتصف [AC].

2) احسب BC واستنتج أن المثلث ABC متقايس الضلعين.

18** ارسم متوازي الأضلاع ABCD مركزه O وعين النقطة E منتصف [AB]. (EO) يقطع (CD) في F.

أ) بين أن الرباعي BEFC متوازي الأضلاع.

ب) بين أن O منتصف [EF].

19** ABC مثلث قائم الزاوية في B والنقطة E مناظرة A بالنسبة إلى C

والنقطة D مناظرة A بالنسبة إلى B. المستقيم الموازي لـ (DE) والمار من A يقطع (CD) في F.

أثبت أن الرباعي AFED مستطيل.

20** ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD] بحيث $AB=3$ و $AD=4$ و $CD=9$

1) عيّن النقطة E منتصف [AD] وارسم المستقيم المار من E والموازي لـ (AB) الذي يقطع (BC) في F و (BD) في G. احسب EG و FG.

2) ابن النقطة H مسقط F على (BD) وفقا لمنحى (AD) (HF) يقطع (CD) في I.

أ) احسب HF و HI واستنتج أنّ المثلث EFH متقايس الضلعين.

ب) بيّن أنّ $HG=3\cdot GD$

21** ابن متوازي الأضلاع MNPQ مركزه I بحيث $MN=3$ و $MP=5$ و $PN=4$ و $E\in[MI]$ بحيث $ME=1$ المستقيم (NE) يقطع (MQ) في F و (PQ) في G.

1) احسب MF .

2) احسب GP .

3) أثبت أنّ $EN^2=EF\times FG$.

4) H مسقط I على (NG) وفقا لمنحى (GQ). احسب IH.

22** ABC مثلث بحيث $AC=3$ ، E و F نقطتان من [AC] بحيث $AE=CF=1$ و G منتصف [BC].

1) بين أن (BE)//(GF).

2) (AG) يقطع (BE) في I. بيّن أن I منتصف [AG].

3) بين أن $EI=\frac{1}{4}BE$

تطبيق على شبه المنحرف

23* ABC مثلث بحيث $BC=5$ و $AC=AB=4$ و M منتصف [AB] و N منتصف [AC]. عيّن نقطة E على [AB] بحيث $AE=3$. المستقيم المار من E والموازي لـ (BC) يقطع [AC] في F. احسب AF و EF.

24* ارسم شبه منحرف ABCD قاعدتاه [AB] و [CD] بحيث $AB=3$ و $CD=5$

1) ابن النقطة E مناظرة B بالنسبة إلى C و النقطة F مناظرة A بالنسبة إلى D.

(FB) و (CD) يتقطعان في I. بيّن أنّ I منتصف [BF].

2) احسب EF.

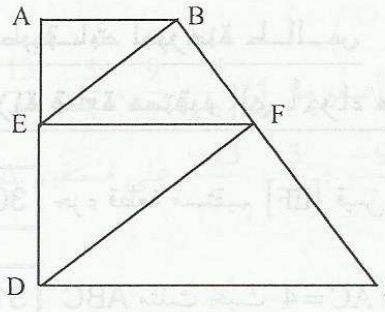
25** ارسم شبه منحرف EFGH قاعدتاه [EF] و [GH] بحيث $GH>EF$ وM منتصف [EH]. وQ منتصف [FG]

1) (MQ) يقطع (EG) في P و (HF) في N. نضع $EF=x$ و $HG=y$ و $NP=a$. بيّن أن $a=\frac{y-x}{2}$

2) احسب a إذا كان $MN=1,5$ و $y=7$

مبرهنة طالس والمستقيمات المتوازية

26* نعتبر الرسم المقابل حيث (AB)//(EF)//(CD) و (BE)//(DF) و $AE=2$ و $AD=5$ و $BF=2,5$



1) احسب FC و BC.

2) المستقيم المار من A والموازي لـ (EB) يقطع (BC) في G.

أ) أوجد النسبة $\frac{GB}{GF}$.

ب) احسب GB و GC.

3) المستقيم المار من G والموازي لـ (AB) يقطع (AD) في K.

أ) أوجد النسبة $\frac{KA}{GB}$.

ب) احسب KD.

27* ارسم معينا ABCD مركزه O بحيث $AC=4$ و $BD=2$

عيّن النقطة E منتصف [AO] و F مسقط D على (AC) وفقا لمنحى (BE).

أ) أثبت أنّ O منتصف [EF]

ب) استنتج أن الرباعي BEDF مربّعا.

28* ارسم مثلثا ABC بحيث $AB=2$ و $AC=6$ و $BC=7,5$

منصّف الزاوية[AB,AC] يقطع [BC] فيD والمستقيم المار من C والموازي لـ(AD) يقطع (AB) في E.

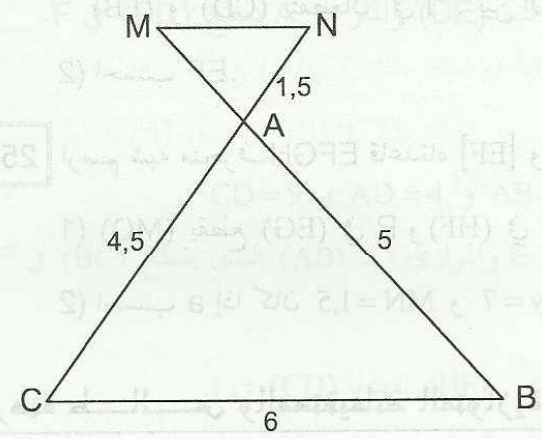
1) أثبت أنّ المثلث ACE متقايس الضلعين.

2) برهن على أن $DB=\frac{1}{3}DC$

3) احسب BD و DC.

29** نعتبر الرسم المقابل حيث $(BC)//(MN)$

و $BC=6$ و $AC=4,5$ و $AN=1,5$ و $AB=5$



1) احسب AM وبين أن $MN=2$.

2) المستقيم المار من A والموازي لـ (BC) يقطع (MC) في E ويقطع (NB) في F .

أ) بين أن $\frac{MA}{MB}=\frac{AE}{BC}$ وأن $\frac{NA}{NB}=\frac{AF}{BC}$.

ب) استنتج أن A منتصف [EF] .

3) لتكن I منتصف[EC] و J منتصف [BF] . احسب IJ.

تطبيقات لمبرهنة طالس

تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة:

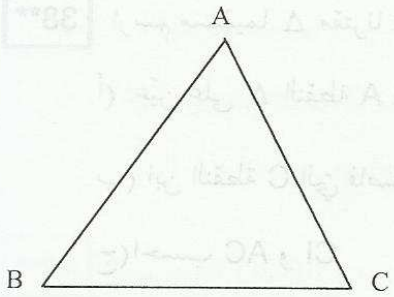
30* جزء قطعة مستقيم [EF] قيس طولها 3,5 إلى أربعة أجزاء متقايسة

31* ABC مثلث بحيث $AB=AC=4$ و $BC=5$.

أ) جزّء كل من AB و AC إلى 5 أجزاء متقايسة.

ب) احسب قيس طول كلّ جزء.

32** ارسم مثلثا ABC بحيث: $BC = 4$



1) ابن النقطتين M و N على [BC] بحيث $BM = MN = NC$

2) ليكن [AH] ارتفاع المثلث ABC بين أن مساحات المثلثات ABM و AMN و ACN متقايسة.

33** جزء مستطيلا EFGH قطره 5 إلى 25 مستطيلا متقايسة.

تعيين نقطة تقسم قطعة مستقيم حسب نسبة معينة:

34* ارسم قطعة مستقيم [EF] قيس طولها 11 صم.

1) أ) ابن عليها النقطة M بحيث $EM = \frac{3}{7}EF$

ب) احسب EM.

2) أ) ابن عليها النقطة N بحيث $\frac{EN}{EF} = \frac{5}{7}$ ب) احسب MN.

35* [AB] قطعة مستقيم بحيث $AB = 8$

1) عيّن عليها نقطة C بحيث $AC = \frac{2}{3}AB$ ثم احسب AC.

2) عيّن على [AC] نقطة D بحيث $AD = \frac{2}{5}AC$. احسب AD و احسب CD.

36* ABC مثلث بحيث $AB = 6$ و $AC = 8$ و $BC = 9$

1) عيّن النقطة M على [AB] بحيث $AM = \frac{4}{5}AB$ وعيّن على [AC] النقطة N بحيث $AN = \frac{3}{5}AC$.

2) بيّن أنّ المثلث AMN متقايس الضلعين.

37* أ) اكتب الأعداد التالية في شكل مجموع عدد صحيح وعدد كسري أصغر من 1: $\frac{5}{3}$ ، $\frac{9}{7}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{13}{6}$

ب) عيّن النقاط A و B و C و D التي فاصلاتها على التوالي: $\frac{5}{3}$ ، $\frac{-9}{7}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{-13}{6}$ على مستقيم Δ مقترن بمعيّن (O,I) حيث $OI = 2$.

ج) احسب AB ، BC و CD

د) أوجد x_M فاصلة M منتصف [AD].

38** ارسم مستقيما Δ مقترنا بمعيّن (O,I) حيث: $OI=4$

أ) عيّن على Δ النقطة A بحيث $x_A=-\frac{3}{7}$ والنقطة B بحيث $x_B=-1$

ب) ابن النقطة C التي فاصلتها $\frac{-10}{7}$

ج) احسب AC و CI

د) أوجد x_D فاصلة D بحيث $AD=\frac{9}{7}$ و $D\in[AC]$

39** (O,I,J) معيّن في المستوي بحيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ=4$

1) عيّن النقط $A\left(\frac{3}{5},0\right)$ ، $B\left(0,\frac{4}{5}\right)$ ، $C\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$

2) استنتج بناء النقط $A'\left(-\frac{3}{5},0\right)$ ، $B'\left(0,-\frac{4}{5}\right)$ و $C'\left(\frac{-3}{5},\frac{-4}{5}\right)$

3) ما هي طبيعة الرباعي $A'C'AC$ ؟ علّل جوابك.

40** نعتبر المعين (O,I,J) حيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=5$ و $OJ=4$

1) عيّن النقطتين $A\left(\frac{3}{5},-\frac{2}{3}\right)$ و $B\left(-1,\frac{2}{3}\right)$

2) أوجد إحداثيات النقاط C و D و E بحيث C مناظرة A بالنسبة إلى (OI)

و D مناظرة B بالنسبة إلى (OJ) و E مناظرة A بالنسبة إلى O

41** 1) ارسم مستقيما Δ وعين عليه 3 نقاط A و B و C بحيث $\frac{AB}{AC}=\frac{1}{2}$. (اعط كل الإمكانيات)

2) E و F و G ثلاث نقاط من مستقيم Δ' بحيث $\frac{EF}{EG}=1$. بيّن أن E منتصف $[FG]$.

42** OAB مثلث بحيث $AB=OA=4$ و $OB=3$

1) عيّن النقطتين I و J على $[OB]$ و $[OA]$ على التوالي بحيث $OI=\frac{2}{3}OB$ و $OJ=\frac{4}{5}OA$

2) أ) ابن النقطة C بحيث يكون الرباعي OACB متوازي الأضلاع.

ب) بيّن أن المثلث ABC متقايس الضلعين.

3) ما هي إحداثيات النقاط O و A و B و C و I و J في المعيّن (O,A,B)؟

4) ما هي إحداثيات النقط O و I و J و A و B و C في المعيّن (O,I,J)؟

تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متناسبة مع أبعاد مقدمة:

43* [AB] قطعة مستقيم قيس طولها 8 صم.

1) عيّن النقاط M و N و P بحيث $\frac{AM}{2} = MN = NP = \frac{PB}{5}$

2) احسب AM و NP و BP.

44* [AB] قطعة مستقيم قيس طولها 7 صم.

أ) عيّن النقطتين M و N من [AB] بحيث $\frac{AM}{AB} = \frac{4}{5}$ و $\frac{AN}{3} = \frac{NB}{2}$

ب) احسب AM و NB.

45** [EF] قطعة مستقيم قيس طولها بالصنتمتر 7

1) عيّن النقاط G و H و K بحيث تكون الأبعاد EG و GH و HK و KF متناسبة مع 2 و 3 و 1 و 4.

2) احسب GK و HF.

مسائل

46** ABC مثلث بحيث $AB = \frac{9}{2}$ و $BC = 4$ و $AC = 3$.

1) أ) عيّن النقطة E على [AB] بحيث $AE = \frac{2}{3}AB$.

ب) بيّن أن المثلث AEC متقايس الضلعين.

2) المستقيم المار من E والموازي لـ (BC) يقطع (AC) في M.

بيّن أن $AM = \frac{2}{3}AC$ ثم احسب AM.

3) المستقيم المار من M والموازي لـ (EC) يقطع (AB) في F.

أ) بيّن أن $\frac{AF}{AE} = \frac{AE}{AB}$.

ب) استنتج أن $AE^2 = AF \times BA$

ج) احسب AF.

47** 1) EFGH مستطيل. ارسم النقطة A من [EF] بحيث $EA=\frac{5}{8}EF$ والنقطة B من [EH] بحيث $\frac{EB}{EH}=\frac{4}{5}$

2) أ) ارسم النقطة C بحيث يكون الرباعي EACB مستطيل.

ب) بيّن أن قيس مساحة المستطيل EACB تساوي نصف قيس مساحة المستطيل EFGH.

48** ارسم مربّعا ABCD وعين النقط E على [AB] بحيث $AE=\frac{2}{3}AB$

G على [AD] بحيث $\frac{DG}{AD}=\frac{1}{3}$ و K مسقط E على (AC) وفقا لمنحى (BC)

1) أ) بين أنّ $EK=AG$

ب) استنتج أن AEKG مربّع وأن (GK)//(DC)

2) احسب قيس مساحة المربّع AEKG إذا علمت أن $AB=\sqrt{27}$.

49** ABCD شبه منحرف قائم في A و D بحيث $AB=3$ و $AD=2$ و $CD=5$

1) أ) عيّن النقطة E من [CD] بحيث $DE=\frac{3}{5}DC$

ب) احسب DE واستنتج أنّ ABED مستطيل.

2) أ) عيّن النقطة F من [CD] بحيث $CF=\frac{4}{5}CD$ ثم عيّن النقطة G بحيث E منتصف [BG].

ب) بيّن أن BCGF معيّن واحسب قيس مساحته.

50** ارسم مثلثا ABC بحيث AB =6 cm و AC =8 cm و BC =9 cm ثم عيّن النقطة E على [AB] بحيث AE = 4 cm. المستقيم المار من E والموازي لـ (BC) يقطع (AC) في F

1) احسب EF وبيّن أنّ $FC=\frac{8}{3}$

2) عيّن M منتصف [AE] . المستقيم المار من M والموازي لـ (AC) يقطع (EF) في I ويقطع (BC) في N .

أ) بيّن أن I منتصف [EF] واحسب MI

ب) احسب IN واستنتج أن MENF متوازي الأضلاع

3) (AN) يقطع (EF) في O

أ) بيّن أن $\frac{OF}{OE}=\frac{1}{2}$ واستنتج أنّ $EF=3\times OF$

ب) احسب OF

51** ارسم شبه منحرف ABCD قاعدتاه [AB] و[CD] حيث $AB = 6cm$ و $AD = 4cm$ و $BC = 5cm$

1) عين النقطة M على [AD] بحيث $AM = 1cm$ و N مسقط M على (BC) وفقا لمنحى (AD) ،

احسب BN و NC .

2) لتكن E منتصف [AB]. المستقيم (DE) يقطع [MN] في F .

أ) احسب MF

ب) بين أن $\frac{EF}{FD} = \frac{1}{3}$

3) (AF) و (DC) يتقاطعان في G . بين أن $\frac{FG}{FA} = 3$ ثم احسب DG .

52** ارسم متوازي الأضلاع ABCD بحيث $AB = 6$ و $AD = 4$ وعين النقطة M من[AB] بحيث $AM = 4$.

1) المستقيم(DM) يقطع (BC) في N ويقطع (AC) في النقطة O . احسب BN و استنتج CN

2) ارسم النقطة H مسقط النقطة O على (CD) وفقا لمنحى (AD) .

أ) بيّن أنّ $\frac{OH}{CN} = \frac{DH}{DC}$ واستنتج أن المثلث ODH متقايس الضلعين .

ب) بيّن أنّ $\frac{OH}{AD} = \frac{CH}{DC}$

ج) استنتج أن $\frac{OH}{AD} + \frac{OH}{CN} = 1$

د) احسب OH

53** ارسم شبه منحرف ABCD قاعدتاه [AB] و [CD] بحيث $AB = 4$ و $AD = 5$ و $CD = 6$

و عين نقطة Mعلى [AD] بحيث$DM = 3\ cm$ و ارسم المستقيم Δ المار من M والموازي لـــ(AB) Δ يقطع (BD) في O و (BC) في N .

1) أ) احسب MO .

ب) بين أن $\frac{BO}{BD} = \frac{2}{5}$.

ج) احسب ON و MN .

2) ارسم المستقيم المار من B والموازي لـــ(AO) فيقطع (AD) في E .

أ) بين أن $DA^2 = DE \times DM$.

ب) احسب DE .

54** ارسم متوازي الأضلاع ABCD بحيث $AB=6$ و $BC=4$ و $AC=5$ وعين نقطة M على [AC] بحيث $AM=2$ ، المستقيم المار من M والموازي لـ (AD) يقطع (AB) في N ويقطع (CD) في P.

1) أ) احسب AN و MN .

ب) استنتج MP و PC .

2) (CN) يقطع (AD) في E .

أ) احسب النسبة $\frac{AE}{BC}$.

ب) استنتج البعد AE .

55** (O,I,J) معيّن في المستوي بحيث $OI=OJ=4$ و $(OI)\perp(OJ)$

1) عيّن النقطتين $A\left(\frac{6}{5},0\right)$ و $B\left(0,-\frac{3}{5}\right)$ و P منتصف [AB]

2) لتكن M المسقط العمودي لـ P على (OI) و N المسقط العمودي لـ P على (OJ).

أ) بيّن أن M منتصف [OA] وأنّ N منتصف [OB].

ب) أوجد إحداثيات P في المعين (O,I,J).

3) لتكن D مناظرة B بالنسبة لـ M. بيّن أن $(OB)//(AD)$.

4) لتكن C المسقط العمودي لـ D على (OJ). بيّن أن OADC مستطيل واستنتج إحداثيات D.

56*** ارسم مثلثا AMN بحيث $MN=2,5$ و $AM=6$ و $AN=4,5$

1) ابن النقطة B مناظرة A بالنسبة لـ N والنقطة C مناظرة A بالنسبة لـ M .

أثبت أن $(MN)//(BC)$ واحسب BC.

2) ارسم نقطة E على [AM] بحيث $AE=4$ و المستقيم المار من A والموازي لـ (MN) يتقاطع مع (NE) في P.

أ) أثبت أن $\frac{EN}{EP}=\frac{NM}{AP}=\frac{1}{2}$

ب) استنتج AP.

ج) ما هي طبيعة الرباعي APCB ؟ علل جوابك.

3) المستقيم (NE) يقطع (BC) في F.

أ) أثبت أن $\frac{EP}{EF}=\frac{EA}{EC}=\frac{AP}{FC}$

ب) احسب FC واستنتج أن B منتصف [FC].

ج) أثبت أن $\frac{EP}{EF}=\frac{1}{2}$.

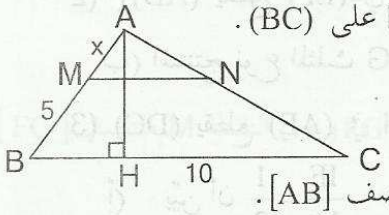
د) استنتج أن $EP^2 = EN \times EF$

57* نعتبر المثلث ABC المقابل حيث $AB=5$ و $BC=10$ و $AH=4$ حيث [AH] ارتفاعه الصادر من A

عين نقطة M على [AB]، نضع أن $AM=x$. النقطة N مسقط M على (AC) وفقا لمنحى (BC)

1) احسب BM و MN بدلالة (بواسطة) x.

2) ابن النقطتين K و P المسقطتين العموديين على التوالي لـ M و N على (BC).



أ) احسب MK بدلالة x.

ب) بين أن MNPK مستطيل.

ج) احسب قيس محيط المستطيل MNPK في حالة تكون M منتصف [AB].

د) أوجد العدد x بحيث يكون الرباعي MNPK مربّعا.

58* نعتبر مثلثا ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية C بحيث $AB=6$ و $CA=5$

و M النقطة من [BC] بحيث $BM=4$. المستقيم المار من M والموازي لـ (AC) يقطع (AB) في N.

1) احسب BN و MN.

2) ابن النقطة D بحيث يكون ABCD متوازي الأضلاع. بيّن أن $AC=AD$.

3) لتكن E منتصف [CD] و المستقيم المار من E والموازي لـ (AD) يقطع (AC) في F ويقطع (MN) في I.

بيّن أن F منتصف [AC] ثم احسب EF.

4) المستقيم (MN) يقطع (AE) في L و (CD) في K.

أ) بيّن أن $\frac{EC}{EK}=\frac{FC}{IK}$ وأنّ $\frac{EA}{EL}=\frac{FA}{IL}$

ب) استنتج أنّ $\frac{FA}{IL}=\frac{FC}{IK}$

ج) بيّن أن I منتصف [KL]

59* ABCD معيّن مركزه O بحيث $AB = 5$ و $AO = 4$

1) ابن النقط E مناظرة O بالنسبة لـ D و F مناظرة O بالنسبة لـ C

والنقطة H مسقط F على (BD) وفقا لمنحى (BC).

أ) بين أن $EF = 2CD$.

ب) بيّن أن المثلث HEF متقايس الضلعين.

2) أ) (AD) يقطع (EF) في G . احسب FG و DG.

ب) استنتج نوع المثلث AFG.

3) (DC) يقطع (AE) في I.

أ) بيّن أن $\frac{IE}{IA} = \frac{1}{2}$.

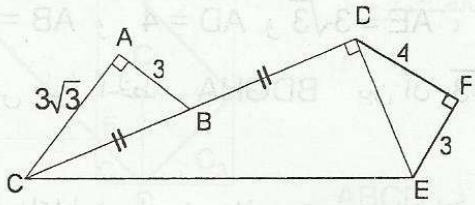
ب) احسب ID.

العلاقات القياسية في المثلث القائم

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر في حال عدم ذكرها)

نظرية بيتاغور:

1* تأمل الرسم المقابل واحسب EC



2* [AB] قطعة مستقيم قيس طولها 5 و Δ الموسط العمودي لـ [AB] ويقطع (AB) في C و D نقطة من Δ بحيث $CD = \frac{7}{2}$. احسب AD.

3** ارسم مثلثا EFG متقايس الضلعين قمته الرئيسية E بحيث $EF = 5$ و $FG = 6$ وعين النقطة M منتصف [FG] .

1) أ) احسب EM.

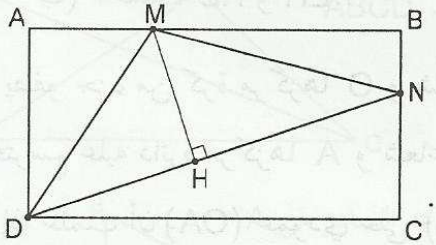
ب) استنتج مساحة المثلث EFG

2) ارسم H المسقط العمودي لـ F على (EG)

أ) احسب FH

ب) استنتج EH و HG .

4** يمثل الرسم المصاحب مستطيلا ABCD حيث $AB = 6$ و $AD = 3$ و $M \in [AB]$ و $N \in [BC]$ بحيث $AM = 2$ و $BN = 1$



1) أ) احسب محيط المثلث MND

ب) احسب مساحة المثلث MND .

2) لتكن H المسقط العمودي M لـ على (DN) ، استنتج MH .

5** ارسم معينا ABCD مركزه O بحيث $AB = AC = 5$.

1) احسب BD.

2) الدائرة التي قطرها [AC] تقطع (BD) في نقطتين إحداهما I. احسب AI.

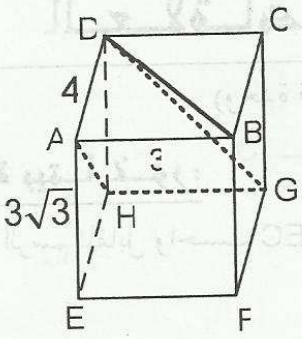
6** ارسم مثلثا ABO متقايس الأضلاع بحيث $AB = 3{,}5$ cm ، و C مناظرة O بالنسبة إلى A .

بين أن المثلث OBC قائم الزاوية في B و احسب BC.

7** MNP مثلث قائم الزاوية في M بحيث $NP = 8$ و $\widehat{MNP} = 60°$ و O منتصف [NP]

1) بين أن المثلث MNO متقايس الأضلاع.

2) احسب MP.

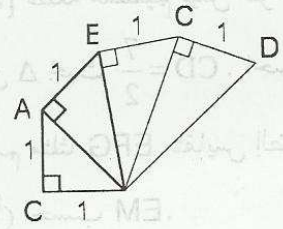


8** يمثل الرسم المقابل متوازي المستطيلات ABCDEFGH

حيث $AB = 3$ و $AD = 4$ و $AE = 3\sqrt{3}$ ،

ليكن $\mathscr{L}$ قيس طول الخط BDGHA بين أن $\mathscr{L} = 14 + \sqrt{43}$.

9** نعتبر الرسم المقابل(حلزون بيتاغور).



1) احسب AI و BI و CI و DI .

2) ارسم نقطة E بحيث يكون المثلث DEI قائم الزاوية في D و $DE = 1$ و E ليست من جهة C بالنسبة إلى (DI). احسب EI .

3) أوجد طريقة لرسم قطعة مستقيم [GK] قيس طولها $\sqrt{19}$.

10** ارسم شبه منحرف EFGH قائم الزاوية في F و G بحيث $EF = 2{,}5$ و $HG = 5$ و $FG = 4$

1) احسب EG و FH.

2) (EH) و (FG) يتقاطعان في D.

أ) بيّن أن F منتصف [DG] وأنّ E منتصف [DH].

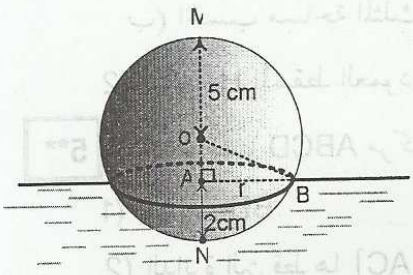
ب) احسب HD و EH.

11** يطفو جزء من كرة مركزها O و شعاعها 5 cm فوق سطح الماء

فترسم عليه دائرة مركزها A و شعاعها r كما يوضح الشكل المقابل

إذا علمت أن (OA) عمودي على (AB)

وأن A و O و M و N على استقامة واحدة

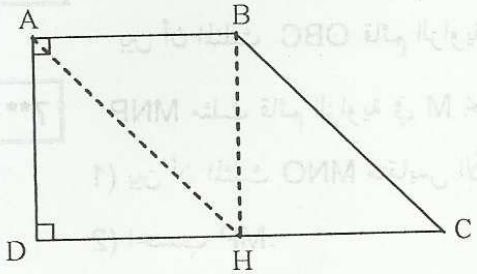


1) احسب r .

2) استنتج البعدين BM و BN .

قطر مربع وارتفاع مثلث متقايس الأضلاع:

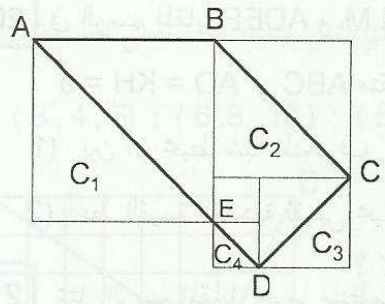
12* يمثل الشكل المقابل شبه منحرف ABCD .



احسب P قيس محيطه إذا علمت أن $AB = 3$

و ABHD مربع و ABCH متوازي الأضلاع.

13* نعتبر الرسم المصاحب حيث C_1 و C_2 و C_3 و C_4 مربعات أقيسة أضلاعها على التوالي 4 و 3 و 2 و 1 بالصنتمتر و A و E و D على استقامة واحدة.



1) بين أن المثلثين BCD و ACD قائما الزاوية .

2) أ) احسب قيس محيط و قيس مساحة شبه المنحرف ABCD .

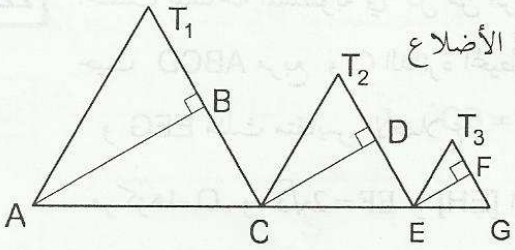
ب) احسب BD و AC .

14* ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس ضلعه a وقيس ارتفاعه h أكمل الجدول المقابل .

		$2\sqrt{3}$	3	5	a
$\sqrt{6}$	2				h

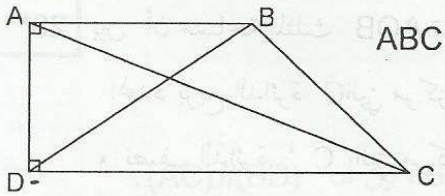
15* احسب A قيس مساحة مثلث MNP متقايس الأضلاع حيث $MN = 8$.

16** نعتبر الرسم التالي حيث T_1 و T_2 و T_3 مثلثات متقايسة الأضلاع أقيسة أضلاعها على التوالي 6 و 4 و 2 وارتفاعاتها على التوالي [AB] و [CD] و [EF] .

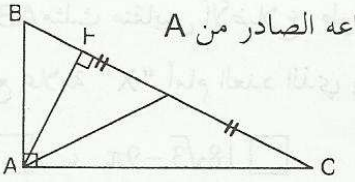


احسب طول الخط ABCDEFG.

17** أعط قيمة تقريبية (استعمل الآلة الحاسبة) لمساحة شبه المنحرف ABCD الممثل بالرسم المقابل حيث $AC = 11,3$ cm $DB = 7,4$ cm و $AD = 4,1$ cm .



18** في الشكل المقابل ABC مثلث قائم الزاوية في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A و I منتصف[BC] و $AH = 2$ و $HI = 1,5$.



احسب BC و AB و AC .

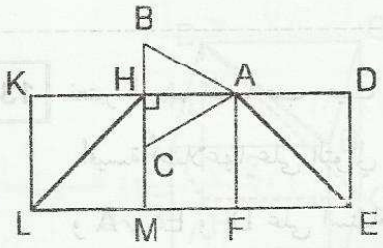
19** EFGH مستطيل بحيث $EF = \frac{9}{2}$ و $E\hat{F}H = 30°$ و Δ الموسط العمودي لـ[HF] .

Δ يقطع (HF) في N و (HE) في M.

1) أثبت أن المثلث MHF متقايس الأضلاع.

2) احسب HF و EH.

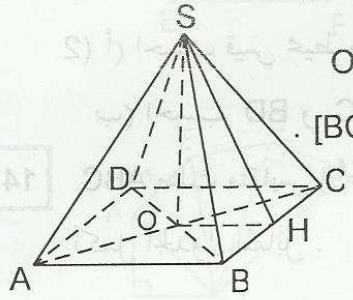
3) بين أن قيس مساحة المثلث MFH يساوي قيس مساحة المستطيل EFGH.



20** في الرسم المقابل ADEF و HKLM مربعان بحيث $AD = KH = a$ و ABC متقايس الأضلاع بحيث $AB = b$

1) بين أن محيط شبه المنحرف AELH يساوي $2a(\sqrt{2}+1)+b\sqrt{3}$

2) أعط القيمة العددية لقيس محيط شبه المحرف إذا علمت أن $a=10(\sqrt{2}-1)$ و $b=3\sqrt{3}$

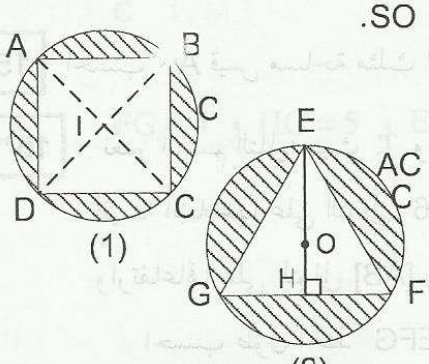


21** يمثل الرسم المقابل هرما منتظما SABCD قاعدته المربع ABCD مركزه O بحيث $AB = 4$ وأوجهه الجانبية مثلثات متقايسة الأضلاع و H منتصف [BC] .

1) احسب BD و OH .

2) احسب SH (عمد الهرم)

3) إذا علمت أن هو SO ارتفاع الهرم وأن $(SO) \perp (OH)$, احسب SO.

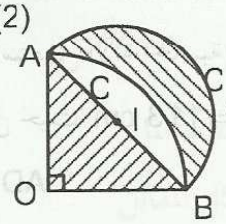


22** احسب المساحة المشطوبة في كل من الرسمين (1) و (2) المقابلين

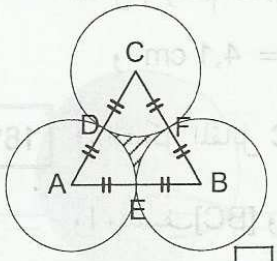
حيث ABCD مربع و C الدائرة المحيطة به مركزها I حيث $AC = 4$

و EFG مثلث متقايس الأضلاع و ' C الدائرة المحيطة به

مركزها O و $EF=2\sqrt{3}$ و [EH] ارتفاعه و $EO=\frac{2}{3}EH$.



23** بين أن مساحة المثلث AOB تساوي قيس مساحة الهلال المحدد بربع الدائرة C التي مركزها O وشعاعها $OA = r$ و نصف الدائرة ' C التي مركزها I منتصف [AB] .



24** ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 6cm .

ضع علامة "X" أمام العدد الذي يساوي قيس المساحة المشطوبة

☐ $6\left(\pi-\sqrt{3}\right)$ ، ☐ $18\sqrt{3}-9\pi$ ، ☐ $9\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)$ ، ☐ 2 ، ☐ $\frac{\pi}{2}-1$

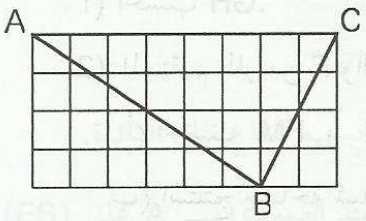
تمرين نظرية بيتاغور:

25* حدّد المثلث القائم الزاوية من بين المثلثات T_1 و T_2 و T_3 و T_4 .

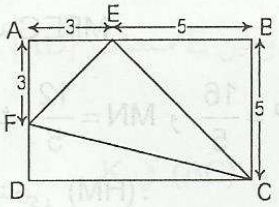
المثلث	T_1	T_2	T_3	T_4
أقيسة أضلاعه (cm)	80 ، 60 ، 100	79 ، 1002 ، 1081	240 ، 180 ، 300	168 ، 7055 ، 7057

26** تمثل كل من الثلاثيات التالية أقيسة أضلاع مثلث .حدد الثلاثيات التي تمثل مثلثات لها نفس الطبيعة

(3 , 4 , 5) ; (6 ,8 ,10) ; (5 ,12 ,13) ; (8 ,15 ,17) ; (20 ,21 , 29) ; (9 ,40 , 41) ; (9 , 50 ,51)



27** اعتمادا على الشبكة حدّد ما إذا كان المثلث ABC قائم الزاوية أم لا ؟



28** ABCD مستطيل

بين أن المثلث EFC قائم في E .

29** ارسم مستطيلا EFGH بحيث $EF = 10$ و $FG = 4,8$ وعيّن على [GH] نقطة M بحيث $MG = 3,6$

1) احسب EM و MF.

2) بين أن المثلث EMF قائم الزاوية.

30** ارسم مثلثا HBC قائم الزاوية في H بحيث $HB = 3$ و $CB = 6$

1) احسب CH.

2) عين على [BH] النقطة A بحيث $BA = 12$

أ) احسب AC.

ب) استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية.

3) لتكن النقطة D على [CH] بحيث $CD = 4\sqrt{3}$. احسب BD وبين أن (AC)//(BD) .

العـــلاقـــة $AB \times AC = AH \times BC$:

31* ABCD معين مركزه O بحيث: $AC = 6$ و $BD = 8$.

1) احسب AB.

2) المستقيم المار من O والعمودي على (AB) يقطع (AB) في H و (CD) في K. احسب KH.

3) استنتج أن $KH \times AB = \frac{BD \times AC}{2}$

32* ارسم دائرة C مركزها O وقطرها $AB = 6$ وعين عليها نقطتين C و D بحيث $AC = AD = 4$

1) بين أن (CD) ⊥ (AB)وأن (BD) ⊥ (AD)

2) لتكن I تقاطع المستقيمين (AB) و (CD). احسب BD و ID.

33** EFG مثلث قائم الزاوية في G بحيث $EG = 3$ و $GF = 6$

و H النقطة بحيث يكون الرباعي EFHG متوازي الأضلاع .

1) احسب GH.

2) المستقيم المار من F والعمودي على (EF) يقطع (GH) في M

أ) احسب FM و MH و MG .

ب) استنتج مساحة شبه المنحرف MFEG .

34** MNP مثلث قائم الزاوية في M بحيث $MN = \frac{12}{5}$ و $MP = \frac{16}{5}$ وارتفاعه [MH]

و A مسقط P على (MN) وفقا لمنحى (HM).

1) احسب NP و HN.

2) بين أن $PA = \frac{16}{3}$ ثم احسب NA.

35** أ) اكتب الأعداد التالية في شكل مجموع مربعين كاملين . 29 ; 34 ; 41 ; 58 ; 61 ; 68

ب) استنتج بناء قطع مستقيمات أطوالها . $\sqrt{29}$; $\sqrt{34}$; $\sqrt{41}$; $\sqrt{58}$; $\sqrt{61}$; $\sqrt{68}$

36** أ) اكتب الأعداد التالية في شكل فارق مربعين كاملين 21 ; 33 ; 35 ; 65 ; 75 ; 77

ب) استنتج بناء قطع مستقيمات أطوالها $\sqrt{21}$; $\sqrt{33}$; $\sqrt{35}$; $\sqrt{65}$; $\sqrt{75}$; $\sqrt{77}$

37*** ABC مثلث قائم الزاوية في A و[AH] ارتفاعه حيث $AB = c$ و $AC = d$ و $AH = h$ و $BH = a$ و $CH = b$

1) بين أن $c^2 + d^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

2) بين أن $c^2 = a^2 + h^2$ و أن $d^2 = b^2 + h^2$.

3) استنتج أن $h^2 = ab$.

مسائل إدماجية:

38** ارسم مثلثا MPQ قائم الزاوية في M بحيث $MQ = \frac{7}{2}$ و $QP = 7$.

1) بين أن $MP = \frac{7}{2}\sqrt{3}$

2) H المسقط العمودي لـ M على (QP) و O منتصف [MP] و N مناظرة H بالنسبة لـ O .

أ) بين أن الرباعي MHPN مستطيل.

ب) احسب NP و MN .

3) لتكن E مناظرة Q بالنسبة لـ M . و (EP) يقطع (MN) في I.

أ) بين أن المثلث QPE متقايس الأضلاع.

ب) أثبت أن I منتصف [EP].

4) أ) بين أن الرباعي INHQ متوازي الأضلاع.

ب) بين أن النقط I و N و P و O تنتمي إلى نفس الدائرة C . ثم أحسب شعاع تلك الدائرة.

39** ارسم مربعا ABCD بحيث AB = 4 وعيّن E منتصف [AD] و H المسقط العمودي لـ A على (EB).

1) احسب EB و AH و HB و HE.

2) المستقيم (AH) يقطع (CD) في F و (BC) في K.

أ) بيّن أن $\frac{AE}{BK} = \frac{HA}{HK} = \frac{1}{4}$

ب) احسب HK و BK و CK.

ج) استنتج أن F منتصف [AK] وأن F منتصف [CD].

د) احسب BF.

40** ABCD مستطيل بحيث AB = 5 و AD = 2 و M نقطة من [CD] بحيث DM = 1.

1) أ) احسب AM و MB.

ب) بين أن المثلث MAB قائم الزاوية في M

2) لتكن H المسقط العمودي لـ C على (MB) . احسب CH و BH .

3) (CH) يقطع (AB) في K . احسب BK.

41** ABCD مستطيل بحيث AB = 6,4 و AD = 4,8 .

1) احسب BD .

2) عين على [DC] نقطة E لا تنتمي إلى [CD] بحيث ED = 10 .

أ) احسب BE .

ب) بين أن المثلث BDE قائم الزاوية .

3) ليكن [CH] ارتفاع المثلث BCE.

أ) احسب CH.

ب) (BE) يقطع (AD) في M. احسب EM.

42 ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB = 3 و AC = 6

1) احسب BC .

2) ارسم H المسقط العمودي لـ A على (BC) . احسب AH وBH .

3) عين M منتصف [BH]و N منتصف [AH] .

أ) احسب MN.

ب) بين أن $(CN) \perp (AM)$.

43 ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB = 3,2 و AC = 2,4 .

1) بين أن BC = 4.

2) ارسم النقطتين D و E مناظرتي النقطة Aبالنسبة لكل من B و C على التوالي .

أ) بين أن (BC) // (DE) واحسب DE.

3) ارسم H المسقط العمودي لـ A على (ED) . احسب AH ..

4) عين النقطة F بحيث $F \in [DA]$ و DF = 10

أ)احسب EF .

ب) استنتج أن المثلث EDF قائم الزاوية .

5) بين أن الرباعي AHEF شبه منحرف واحسب قيس مساحته .

44 رسم شبه منحرف ABCD قائم في A و D بحيث AB = 4 و AD = 3 و $DC = \frac{25}{4}$.

1) احسب BD .

2) ارسم [AH] الارتفاع الصادر من A للمثلث ABD. احسب AH و BH.

3) ارسم النقطة Kالمسقط العمودي لـ B على (CD) .

أ) احسب KC و BC

ب) بين أن المثلث DBC قائم الزاوية في B.

4) المستقيم(AH) يقطع المستقيم (DC)في M. والمستقيمان (AC) و(BM) يتقاطعان في O .

أ) ما طبيعة الرباعي ABCM .

ب) بين أن النقاط B و M و K تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O وشعاعها OH.

45** ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB = 2 و AC = 4 وعين I منتصف [BC] .

1) بين أن $BC = 2\sqrt{5}$ ثم استنتج IC

2) ابن النقطة D بحيث BD = 5 و $CD = \sqrt{5}$ (D ليست من جهة A بالنسبة لـ (BC)) .

بين أن المثلث BCD قائم الزاوية في C.

3) ارسم [CH] الارتفاع الصادر من C للمثلث BCD. احسب CH وبين أن BH = 4 .

4) المستقيم المار I من والموازي لـ(CD) يقطع (BD) في O و (CH)في K .

أ) بين أن O منتصف [BD] .

ب) احسب OI و OH .

5) أ) بين أن $\frac{OK}{CD} = \frac{3}{2}$.

ب) بين أن $IK = 2\sqrt{5}$.

46** ارسم مربّعا ABCD بحيث AB=6 وG النقطة من[BC] بحيث $BG=\frac{3}{5}BC$ و BEFG مربعا بحيث $E \notin [AB]$

1) احسب BF وبين أن $\frac{BF}{BD} = \frac{3}{5}$

2) بين أن المثلث BFD قائم الزاوية في B واحسب DF.

3) (AC) يقطع (DF) في O و (BD) في I. احسب OI و BO .

47*** ارسم مثلثا ABC متقايس الأضلاع حيث AB = 4 وليكن [BH] ارتفاعه الصادر من B وG مركز ثقله.

1) علما أن $BG = \frac{2}{3}BH$.احسب BG.

2) لتكن النقطة D مناظرة G بالنسبة لـ H .

أ) بين أن الرباعي ADCG معين.

ب) استنتج قيس محيط ADCG و قيس مساحته .

48*** نعتبر معيّنا (O,I,J) في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1cm$ والنقطتين $A(3,6)$ و $B(4,-2)$.

1) لتكن C و D المسقطان العموديان على التوالي لـ A و B على (OI) .

و M و N المسقطان العموديان على التوالي لـ A و B على (OJ)

أ) ما هي طبيعة كل من الرباعيين OCAM و ODBN؟ علّل جوابك.

ب) احسب OC و OD و OM و ON .

ج) احسب OA و OB.

2) (AO) و (BD) يتقاطعان في E.

أ) احسب DE و AE.

ب) بين أن المثلث OBE قائم الزاوية.

ج) K هي المسقط العمودي لـ E على (OJ) أوجد إحداثيات النقطة E في المعين (O,I,J).

49* ارسم شبه منحرف ABCD قائما في A و D بحيث $AB=3,2$ و $AD=2,4$ و $CD=5$

1) احسب BD.

2) لتكن النقطة H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (CD).

أ) أثبت أن الرباعي ABHD مستطيل. ب) احسب BC.

ج) بيّن أن المثلث BCD قائم الزاوية في B.

3) لتكن النقطة K من [AB] بحيث $AK=1,8$.

أ) بين أن AKCH متوازي الأضلاع.

ب) احسب KC و KD واستنتج أن النقاط K و B و C و D تنتمي إلى نفس الدائرة. حدد قطرها.

ج) (BC)و (DK) يتقاطعان في E بيّن تقايس المثلثين KCD و BCD.

د) استنتج أن المثلث ECD متقايس الضلعين.

4) (BD) يقطع (KC) في M و (EM) يقطع (CD) في O.

أ) أثبت أن $(EO)//(BH)$.

ب) احسب EO.

أنشطة حول الرباعيات

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1* ضع "صواب" أو "خطأ" أمام كل جملة

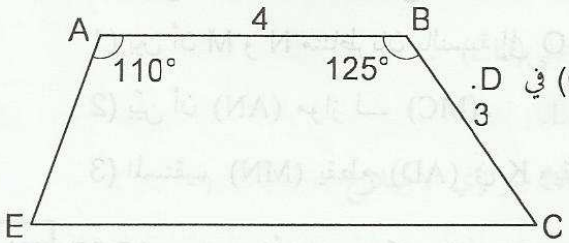
- كل رباعي له ضلعان متوازيان هو متوازي الأضلاع . ☐
- كل رباعي له زاوية قائمة هو مستطيل . ☐
- كل رباعي له 3 زوايا قائمة هو مربع . ☐
- كل رباعي قطراه متعامدان هو معين . ☐
- المربع هو مستطيل قطراه متعامدان . ☐
- المعين هو متوازي الأضلاع قطراه متعامدان . ☐

2* أكمل الجدول التالي بوضع علامة "X" في الخانة المناسبة

	كل ضلعين متقابلين متقايسان	القطران متقايسان	القطران متعامدان	كل الزوايا متقايسة
في كل متوازي الأضلاع				
في كل مستطيل				
في كل معين				
في كل مربع				

3* نعتبر الرسم المقابل حيث ABCE شبه منحرف و $AB = 4$ و $BC = 3$

و $B\hat{A}E = 110°$ و $A\hat{B}C = 125°$



1) ابن [Ax] منصف الزاوية $B\hat{A}E$. [Ax] يقطع (CE) في D.

أ) احسب $B\hat{C}D$ و $A\hat{D}C$.

ب) استنتج أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

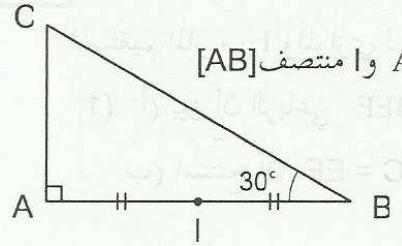
ج) احسب محيط ABCD

2) المستقيمان (AC)و (BD)يتقاطعان في Iوالمستقيم المار من C والموازي ل(AE) يقطع (AB) في F.

أ) بين أن الرباعي AFCE متوازي الأضلاع .

ب) استنتج أن النقاط E و F و I على استقامة واحدة .

4** نعتبر الرسم المقابل حيث ABC مثلث قائم الزاوية في A و $A\hat{B}C = 30°$ وI منتصف[AB]



1)أ) ابن النقطة D بحيث يكون ACBD متوازي الأضلاع .

ب) بين أن $A\hat{B}D = 90°$

2) أ) ابن النقطة E بحيث يكون المثلث BCE متقايس الأضلاع و تكون النقطة E في نصف المستوي المحدد بـــ (BC) والذي لا يحوي A .

ب) أثبت أن النقاط B و D و E على استقامة واحدة.

3) أ)عين على نصف المستقيم[CA] نقطة F بحيث AF = BE.

ب) بين أن DE = FC.

ج) استنتج أن النقاط E و F و I على استقامة واحدة .

د) بين أن المثلث ADF متقايس الأضلاع .

5 ABC مثلث قائم في A و I منتصف [AC]و D مناظرة B بالنسبة لـــ I .

1) بيّن أن (BC)//(AD) وأن (DC)⊥(CA) .

2) المستقيم المارّ من I والعمودي على (BC) يقطع (AB) في E ويقطع (CD) في F.

أ) بيّن تقايس المثلثين IFC و IAE .

ب) استنتج أن الرباعي AECF متوازي الأضلاع.

ج) استنتج أن (BF)//(DE)

6 ABCD متوازي الأضلاع مركزه O و Δ مستقيما يمر من O وغير موازي لـــ (AB) و (AD) .

Δ يقطع (AB) في M ويقطع (CD) في N.

1) بين أن M و N متناظرتان بالنسبة إلى O .

2) بيّن أن (AN) موازٍ لـــ (MC) .

3) المستقيم (MN) يقطع (AD) في K ويقطع (BC) في L. بيّن أنّ BLDK متوازي الأضلاع.

7 ABCD متوازي الأضلاع مركزه O و M منتصف [AB] و N منتصف [CD].

1) بيّن أن AN = MC .

2) بيّن أن O منتصف [MN].

8 ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A و I منتصف [AC]

المستقيم المار من I والموازي لـــ(AB) يقطع(BC) في E ويقطع المستقيم المار من A والموازي لـــ(BC) في F.

1) أ) بين أن الرباعي ABEF متوازي الأضلاع .

ب) استنتج أن AC = EF و أن $A\hat{F}E = A\hat{C}E$.

2) أ) قارن المثلثين AIF و EIC .

ب) استنتج أن الرباعي AFCE مستطيل .

3) بين أن E منتصف [BC]

9* 1) ارسم متوازي الأضلاع ABCD بحيث AB = 6 و AD = 3 و $B\hat{A}D = 100°$

وابن منصف الزاوية $A\hat{D}C$ الذي يقطع (AB) في E.

أ) احسب $A\hat{E}D$.

ب) استنتج أن AD = AE

2) عين النقطة F من [CD] بحيث AD = DF.

أ) بين أن الرباعي AEFD معين .

ب) ما طبيعة الرباعي AECF ؟ علل جوابك .

ج) استنتج أن المثلث DEC قائم الزاوية .

3) ابن النقطة K مناظرة E بالنسبة لـــ F. بين أن EK = 6 وأن $D\hat{K}C = 90°$.

10 1) أ) ارسم مستطيلا BLEU مركزه O بحيث BL = 4 و LE = 3 وعين النقطة N منتصف [BL]

ثم ابن النقطة A بحيث يكون الرباعي LABO متوازي الأضلاع .

ب) بين أن الرباعي LABO معين واحسب محيطه .

ج) استنتج أن المستقيم (AO) يمر من N وعمودي على (EU) .

2) بين أن AO = BU واستنتج مساحة المعين LABO.

3) أ) ارسم النقطة R منتصف [BU] . بين أن NOUR متوازي الأضلاع .

ب) استنتج أن LU = 2. NR.

4) أ) احسب مساحة الرباعي RNLU.

ب) استنتج h البعد بين المستقيمين (RN) و (LU) .

11 ABC مثلث قائم الزاوية في A و BC = 5 و AC = 4 .

1) أ) ابن النقطة D بحيث يكون الرباعي A B CD متوازي الأضلاع

ب) ابن النقطة E بحيث يكون الرباعي AC B E متوازي الأضلاع.

ج) ابن النقطة F بحيث يكون الرباعي A B FC متوازي الأضلاع.

2) بين أن A منتصف[DE] .

3) احسب كلا من محيط ومساحة المثلث DEF .

12** 1) ABCD متوازي الأضلاع و I منتصف[BC] و J منتصف [AD] و E مناظرة A بالنسبة إلى I.

بين أن C و D و E على استقامة واحدة .

2) عين النقطة F مناظرة B بالنسبة لـ A. بين أن C و F و J على استقامة واحدة .

13** 1) ABCD مستطيل مركزه O بحيث AB = 3 و AD = 2 و E و F مناظرتي A و C على التوالي بالنسبة لـ D.بين أن الرباعي ACEF معين واحسب محيطه

2) أ) بين أن (BD) و (CE) متوازيان .

ب) (EC) يقطع(AB) في G بين أن الرباعي BDCG متوازي الأضلاع واحسب مساحته .

3) عين M منتصف [CG] . بين أن الرباعي OMBC معين واحسب مساحته .

14** ABC مثلث قائم في A بحيث AB = 3 و BC = 5 .

1) احسب AC.

2) لتكن M منتصف [BC] و N منتصف [AC] .احسب MN .

3) المستقيم المار من C والعمودي على(AC) يقطع (BN) في D.

أ) بين أن ABCD متوازي الأضلاع .

ب) احسب BD.

4) لتكن Eالمسقط العمودي لـ B على(CD) .

أ) بين أن ABECمستطيل .

ب) استنتج أن A و M و E على استقامة واحدة وأن C منتصف [DE] .

15** EFGH معين مركزه O بحيث EF = 3 و $E\hat{F}G = 60°$.

1) احسب مساحته

2) لتكن K مناظرة E بالنسبة لـ F.بين أن المثلث EGK قائم الزاوية في G واحسب GK

3) عين Iمنتصف[KG] . بين أن FIGOمستطيل واحسب محيطه .

4) و ابن L مناظرة G بالنسبة لـ F. بين أن EGKL مستطيل واستنتج أن (KL) ⊥ (FH) .

16* ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB = 6 و AC = 8 و I منتصف [BC]
و [AH] ارتفاعه الصادر من A ولتكن النقطة J المسقط العمودي لـ I على (AB)
و K مسقط I على (AC) وفقا لمنحى (AH) . المستقيمان (IJ) و (AH) يتقاطعان في S.

1) ما طبيعة الرباعي AKIS ؟

2) احسب كلا من محيطه ومساحته .

17 C دائرة مركزها O و[AC] و [BD] قطران متعامدان .

1) بيّن أن ABCD مربّع.

2) المماسان للدائرة C في A و B يتقاطعان في E.

أ) بيّن أن OAEB مربّع.

ب) استنتج أن OEBC متوازي الأضلاع.

18 EFGH مستطيل بحيث EF = 2EH و I منتصف [EF] و J منتصف [GH]

1) بيّن أن EIJH مربع.

2) بين أن IFGJ مربّع.

3) لتكن B مركز المربع IFGJ و A مركز EIJH. بيّن أن الرباعي IAJB مربّع.

19 ABCD شبه منحرف قائم في A و D قاعدتاه [AB] و [CD] بحيث AB=AD=3 و CD = 6 و امنتصف [CD] .

1) أ) بيّن أن ABID مربّع.

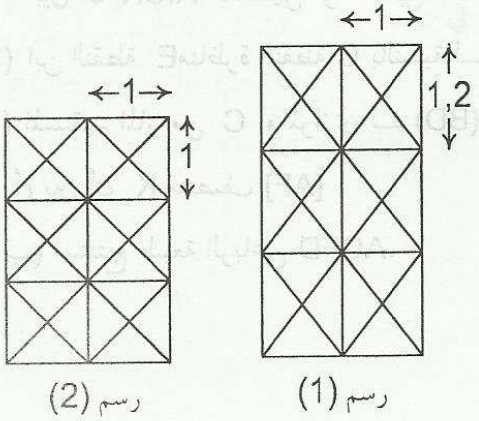
ب) استنتج أن المثلث BCD قائم ومتقايس الضلعين.

2) لتكن E مناظرة B بالنسبة إلى I .

أ) بيّن أن BCED مربع واحسب قيس مساحته.

ب) استنتج أن $BC = \sqrt{18}$.

20 احسب عدد المستطيلات وعدد المعينات في الرسم (1)
و احسب عدد المستطيلات وعدد المعينات
وعدد المربعات في الرسم (2) .



رسم (1) رسم (2)

21 1) أوجد x ليكون محيط متوازي الأضلاع ضلعاه x و x+1 مساويا لـ 26 حيث x عدد حقيقي موجب .

2) متوازي الأضلاع بعداه $4\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}$ والارتفاعين h و h' الموافقان لهما على التوالي .

أوجد h و h' إذا علمت أن مساحته $24cm^2$.

3) ABCD معين مركزه O و AB = AC = a حيث a عدد حقيقي موجب .

أ) عبر بدلالة a عن طول [BD].

ب) أوجد a إذا علمت أن مساحة ABCD تساوي $50\sqrt{3}cm^2$.

4) احسب مساحة مستطيل ABCD بحيث AB = 5cm وطول قطره 7cm .

5) احسب بدلالة a مساحة مربع طول قطره 2a و استنتج طول ضلعه بدلالة a.

مسـائل

22 ABCD متوازي الأضلاع بحيث AB = 6 و AD= 4 و $B\hat{A}D$ زاوية منفرجة وعين I منتصف [AD] و H المسقط العمودي لـ A على (CD) و K مناظرة H بالنسبة لـ I.

1) أ) بين أن AHDK مستطيل .

ب) استنتج أن النقاط A و B و K على استقامة واحدة

2) عين نقطة L من [AB] بحيث BL = HC. و M مناظرة H بالنسبة إلى A ، بين أن KMLH معين .

23 ارسم مثلثا ABC متقايس الضلعين في A بحيث AB = 5 و BC = 6 و D مناظرة B بالنسبة لـ A و I منتصف [BC].

1) بين أن المثلث BCD قائم الزاوية واحسب CD.

2) عين K المسقط العمودي لـ A على (CD).

بين أن AICK مستطيل واحسب كلا من محيطه ومساحته .

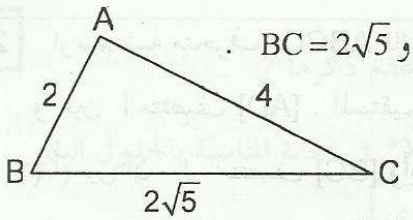
3) ابن النقطة E مناظرة النقطة C بالنسبة لـ A . بين أن BCDE مستطيل .

4) المستقيم المار من C والموازي لـ (BD) يقطع (AK) في F.

أ) بين أن K منتصف [AF] .

ب) استنتج طبيعة الرباعي ACFD.

24* يمثل الرسم المقابل مثلثا ABC بحيث AB = 2 و AC = 4 و $BC = 2\sqrt{5}$.



1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

2) عين على نصف المستقيم [AB] نقطة E بحيث BE=4

و لتكن H المسقط العمودي لـ A على (EC). احسب EC و AH .

3) عين O منتصف [AE] . المستقيم المار من O والموازي لـ (AC) يقطع (EC) في I ويقطع (BC) في J.

أ) بين أن I منتصف [EC] واحسب OI.

ب) بين أن $\frac{JO}{AC} = \frac{1}{2}$ واستنتج أن O منتصف [IJ] .

4) أ) بين أن ACIJ متوازي الأضلاع واحسب مساحته .

ب)بين أن AIEJ معين واحسب محيطه .

5) أ) بين أن AJEC شبه منحرف .

ب) احسب مساحة AJEC.

25* ارسم شبه منحرف ABCD قائم في A و D بحيث AB= AD =3 و CD = 6

و E المسقط العمودي لـ B على(DC) و I منتصف[BC] .

1) أ) بين أن ABED مربع .

ب) احسب BD و BC

ج) بين أن المثلث BCD قائم و متقايس الضلعين .

2) ابن النقطة F مناظرة E بالنسبة لـ I .

أ) بين أن النقاط A و B و F على استقامة واحدة .

ب) بين أن AFCD مستطيل .

3) المستقيم المار من C والعمودي على (BC)يقطع(BE) في K.

أ) بين تقايس المثلثين BDE و CKE .

ب) استنتج أن BCKD مربع واحسب محيطه .

26* ارسم شبه منحرف ABCD قائم في A و D بحيث AB = 4 وAD = 6 وCD = 13

و عين I منتصف [AD] . المستقيم المار من I والموازي لـ(CD) يقطع (BC) في J ويقطع (BD)في O.

1) أ) بين أن J منتصف [BC] وأن O منتصف[BD] .

ب) احسب IJ.

2) عين النقطة Eعلى [CD]بحيث DE = 4.

أ) بين أن ABEDمستطيل .

ب) احسب BD و BC.

ج) استنتج أن المثلث BCD قائم الزاوية في B.

د) احسب كل من مساحة ومحيط شبه المنحرف IJCD.

3) عين K منتصف [CD] . بين أن OBJK مستطيل .

4) المستقيمان (AB)و(OK) يتقاطعان في F . بيّن أن الرباعي BFDK معيّن واحسب مساحته .

27* ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB = 4 و AC = 8 و [AH] ارتفاعه الصادر من A .

1) احسب BC و AH و BH .

2) الدائرة C التي مركزها Hو شعاعها AHتقطع (AB) في نقطة ثانية D وتقطع (AC)في نقطة ثانية E.

بين أن النقاط D و E و H على استقامة واحدة .

3) المستقيم(AH) يقطع C في نقطة ثانية F . بين أن ADFE مستطيل .

4) أ)عين G مناظرة B بالنسبة لـ H. بيّن أن الرباعي ABFG معيّن .

ب) استنتج أن النقاط E و F و G على استقامة واحدة .

5) أ) احسب CG.

ب) بين أن $\frac{CG}{CB}=\frac{GE}{AB}$.

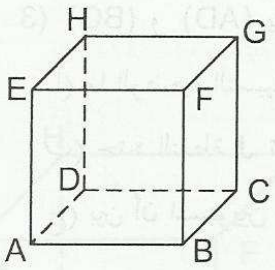
ج) استنتج AE و GE.

د) احسب مساحة المستطيل AEFD

التعامـــــد في الفضـــــاء

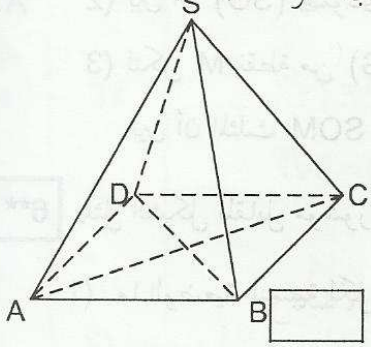
(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر في حالة عدم ذكرها)

1* نعتبر المكعب ABCDEFGH الممثل بالرسم المقابل، ضع علامة "X" في الخانة المناسبة بالجدول التالي



	متقطعان	متوازيان	غير محتويين في نفس المستوي
(GE)و (HE)			
(AB)و (EF)			
(AB)و (HG)			
(BC)و (HD)			
(AC)و (EC)			
(AC)و (HF)			

2* نعتبر هرما SABCD قاعدته متوازي الأضلاع ABCD أكمل بـــ "صواب " أو "خطأ"



(AD) و (SBC) متوازيان ☐

(SAD) و (AB) متقاطعان ☐

(AC) و (ABD) متقاطعان ☐

(AC) محتوٍ في (BCD) ☐

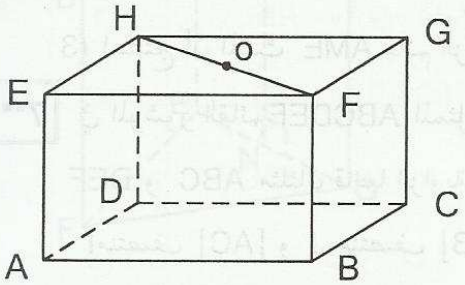
(SD) محتوٍ في (SBC) ☐ ، (CD) و (SAB) متقاطعان ☐

3* يمثل الشكل المقابل متوازي المستطيلات ABCDEFGH و O منتصف [FH] .

1) أكمل بأحد الرموز التالية : ∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄ .

F ....(BC) ، (EF) ....(BCG) ، A .....(BCD) ، (AF) ....(AEB)

O ....(EFG) ، O ....(AEG) ، (OC) ....(EGC)



2) أكمل بـــ "صواب" أو "خطأ " .

أ) (BEF) و (DCG) متوازيان ☐

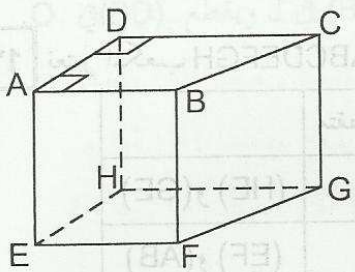
ب) (BEF) و (FBH) متوازيان ☐

ج) (BEF) و (ABE) منطبقان ☐

د) (BFH) و (ABD) متقاطعان ☐

هـ) (CGH) و (ABE) متوازيان ☐

4** يمثل الشكل المقابل موشورا قائما قاعدته شبه منحرف ABCD قائم الزاوية في A و D .



1) بيّن أن كلّ من المستقيمين (AB) و (BF) موازٍ للمستوي (DCG) .

2) استنتج أن المستويين (DCG) و (ABF) متوازيان .

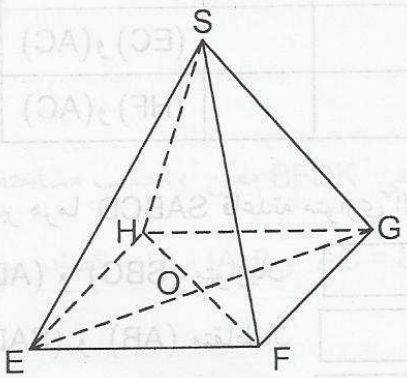
3) (BC) و (AD) يتقاطعان في نقطة I .

أ) ما الوضعية النسبية لـ (BC) و (ADH) .

ب) حدد النقطة J تقاطع (FG) و (ADH) .

ج) بين أن المستويين (ADH) و (BCG) متقاطعان وحدد مستقيم تقاطعهما .

5** الشكل المقابل يمثل هرما حيث $SE = SG$ و $SH = SF$



و قاعدته معين EFGH مركزه O .

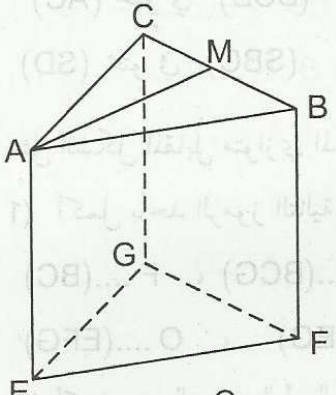
1) بين أن (SO) عمودي على (EG) .

2) بين أن (SO) عمودي على (EFG) .

3) لتكن M نقطة من [FG] لا تنتمي إلى [FG] .

بين أن المثلث SOM قائم الزاوية .

6** يمثل الشكل المقابل موشورا قائما قاعدتاه مثلثان ABC و EFG ، M نقطة من [BC] مختلفة عن B و C



1) ما الوضعية النسبية لكل من أ) (AE) و (BC) .

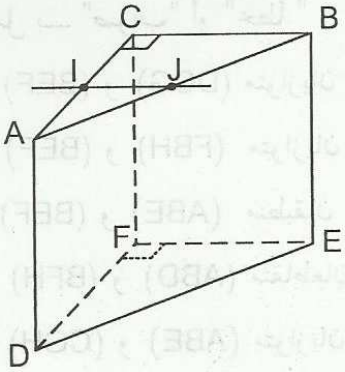
ب) (ABC) و (GEF) .

ج) (BE) و (ACE) .

2) بين أن (EFG) و (AE) متعامدان .

3) استنتج أن المثلث AME قائم الزاوية .

7** في الموشور القائم ABCDEF الممثل بالرسم المقابل ،



DEF و ABC مثلثان قائما الزاوية على التوالي في F و C

I منتصف [AC] و J منتصف [AB] .

1) بين أن (BC) و (IJ) متوازيان .

2) استنتج أن (BCD) و (IJ) متوازيان .

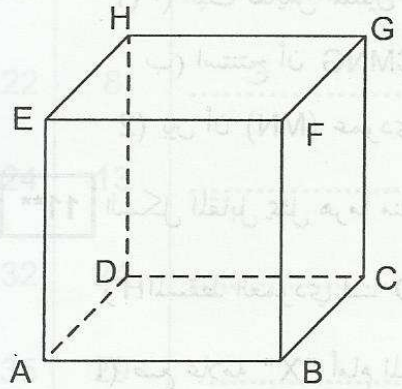
3) أ) بين أن (BC) عمودي على (ADC) .

ب) بين أن (IJ) عمودي على (ADC) .

ج) استنتج طبيعة المثلث IFJ .

4) إذا علمت أن $DA = EF = 4$ و $DF = 3$ احسب FJ .

8 نعتبر مكعبا ABCDEFGH ممثلا بالشكل المقابل .



1) أ) بين أن (CG) عمودي على (ABC) .

ب) بين أن الرباعي AEGC مستطيل .

2) لتكن O مركز المربع ABCD و Δ المستقيم المار من O و العمودي على (ABC) . Δ يقطع (EFG) في I .

أ) بين أن Δ عمودي على (EFG) .

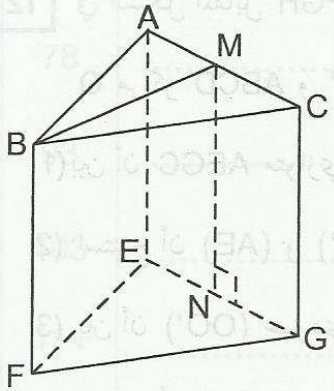
ب) بين أن I تنتمي إلى المستوي (ACG) .

ج) استنتج أن النقط E و G و I على استقامة واحدة .

3) أ) بين أن I منتصف [EG] .

ب) بين أن (GI) عمودي على (IFO) .

9 يمثل الشكل المقابل موشورا قائما قاعدتاه مثلثان ABC و EFG متقايسا الأضلاع و M منتصف [AC] و N المسقط العمودي لـ M على (EG) و $AB = BF = 4$.



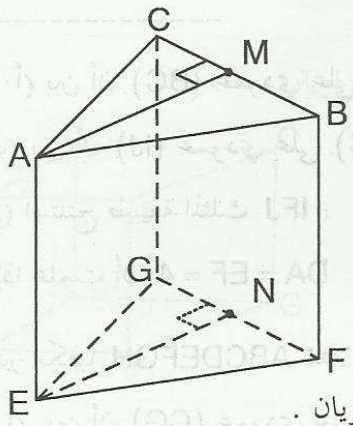
1) بين أن النقط B و M و N و F تنتمي إلى نفس المستوي .

2) بين أن (AC) عمودي على (BMN) .

3) لتكن I منتصف [FN] .

أ) بين أن المثلث CIM قائم الزاوية .

ب) احسب البعد IM واستنتج البعد CI .



10** يمثل الشكل المقابل موشورا قائما ثلاثيا ABCEFG

حيث ABC مثلث غير قائم الزاوية .

M المسقط العمودي لـ A على (BC)

N المسقط العمودي لـ E على (FG) .

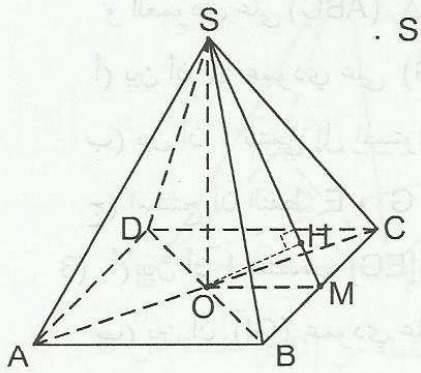
1) أ) أثبت تقايس المثلثين ACM و EGN .

ب) استنتج أن CMNG مستطيل ثم (AE) و (MN) متوازيان .

2) بين أن (MN) عمودي على (ABC) و أن (MN) عمودي على (EFG) .

11** الشكل المقابل يمثل هرما منتظما قاعدته مربع ABCD مركزه O و M منتصف [BC]

و H المسقط العمودي لـ O على (SM) و $BC = 12$ و $SM = 8$.



1) ضع علامة "X" أمام المساواة الصحيحة :

☐ $OH = \sqrt{2}$ ☐ $SO = 7\sqrt{2}$

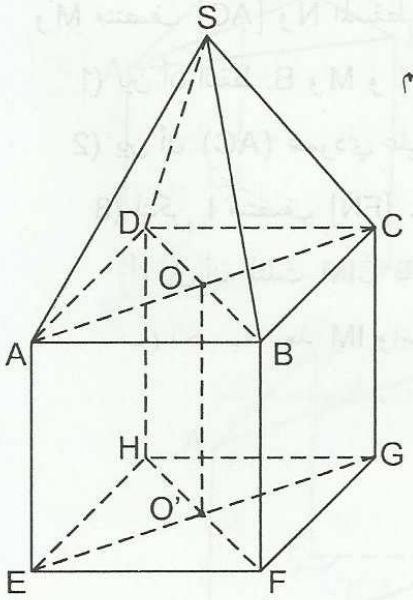
☐ $OH = \frac{3}{2}\sqrt{7}$ ☐ $SO = 2\sqrt{7}$

☐ $OH = 7$ ☐ $SO = 14$

2) احسب HM و BH .

12*** في الشكل المقابل ABCDEFGH مكعب و SABCD هرم منتظم

O مركز ABCD و O' مركز EFGH .



1) بين أن AEGC متوازي الأضلاع .

2) استنتج أن (AE) و (OO') متوازيان .

3) بين أن (OO') عمودي على (ABC).

4) استنتج أن النقط O و O' و S على استقامة واحدة .

الفهـــــرس

		تمارين	حلول
1)	التعـــداد و الحســـــاب	3	118
2)	مجموعـــــــة الأعـــداد الحقيقية	8	122
3)	العمليات في مجموعـــة الأعـــداد الحقيقية.....	13	124
4)	القـــوى في مجموعـــة الأعـداد الحقيقية.....	24	132
5)	التـــرتيـــب والمقـــارنة.....	29	135
6)	الجذاءات المعتبرة والعبارات الجبرية.....	37	140
7)	المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.....	47	147
8)	الإحـــــصاء والاحتمـــــالات	61	159
9)	التعيـــن في المستـــوي	70	168
10)	مبرهنة طالـــــس وتطبيقاتها.....	78	174
11)	العلاقات القياسية في المثلث القائـــو.....	93	185
12)	أنشطة حول الرباعيـــات	103	194
13)	التعامـد في الفـــــضاء.....	111	201

يتضمن هذا الكتاب مجموعة من تمارين الرياضيات للسنة التاسعة من التعليم الأساسي مرفقة بحلول لها مفصلة وكاملة وفق البرنامج الرسمي الجديد.

ISBN: 9973-41-526-4

مطبعة سوجيك صفاقس
الهاتف : 74 242 634

الثمن : 6.500 د