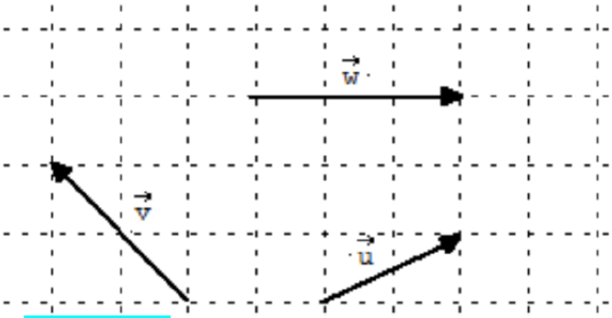
Serie N°2 : Calcul vectoriel

Exercice 1 :

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs

Construire les vecteurs $\vec{x}$, $\vec{y}$ et $\vec{z}$ tels que :

$\vec{x}=\vec{u}+\vec{v}$; $\vec{y}=\vec{u}-\vec{v}$; $\vec{z}=\vec{u}+\vec{v}+2\vec{w}$



Exercice 2 :

Soient A , B et C trois points du plan. Construire M , N et P tels que :

$\overrightarrow{AN}=-2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AM}$

Exercice 3 :

Soient A , B et C trois points du plan; simplifier :

$\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}$; $\vec{v}=\overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{CA}-\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}\right)$;

$\vec{w}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$

Exercice 4 :

Soient A , B , C et O quatre points du plan tels que : $2\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$

Montrer que C est le milieu du segment $[AB]$

Exercice 5 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme . E et F deux points du plan définis par : $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DF}=2\overrightarrow{DC}$

Montrer que le point B est le milieu du segment $[EF]$

Exercice 6 :

Soient A , B et C trois points non alignés du plan

1) Construire les points D et E tels que $\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
2) Montrer que les deux droites (BC) et (DE) sont parallèles

Exercices 7 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme , E et F deux points tels que $\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$

Et G le point tel que $AEGF$ soit un parallélogramme

1) Construire les points E , F et G
2) Montrer que les points A , C et G sont alignés

Exercice 8 :

A, B, C, D sont quatre points. Démontrer que :

1. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}-(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BA})=\overrightarrow{DA}$
2. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$.

Exercice 9 :

Soit ABC un triangle . E et F deux points tels que $\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) Construire les points E et F
2) Montrer que : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$
3) En déduire que les points A , E et F sont alignés

Exercice 10 :

ABC est un triangle. Les points N et P sont tels que :

$\overrightarrow{AN}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AP}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.

1. Placer les points N et P.
2. Exprimer $\overrightarrow{AP}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.
3. En déduire un réel k tel que $\overrightarrow{AN}=k\overrightarrow{AP}$.

Exercice 11 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme. Et E,F,G et H des points tels que :

$\overrightarrow{DE}=\frac{4}{3}\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AF}=\frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BG}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CH}=\frac{5}{4}\overrightarrow{CD}$

1. Construire les points E,F,G et H
2. Montrer que $EFGH$ est un parallélogramme

Exercice 12 :

Soit ABC un triangle et $k\in\mathbb{R}$ et M un point tel que : $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}+(1-k)\overrightarrow{AC}$

Montrer que quel que soit le réel k , les points B , M et C sont alignés .