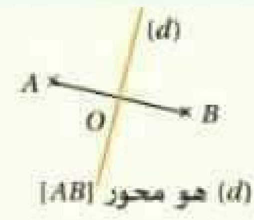
اهم القواعد في الهندسة

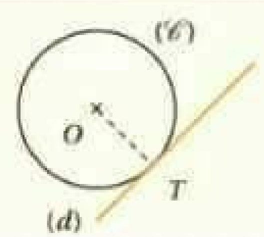
وفقك الله تعالى

خاصية 18 محور قطعة مستقيم هو مستقيم يعامدها (في المنتصف).



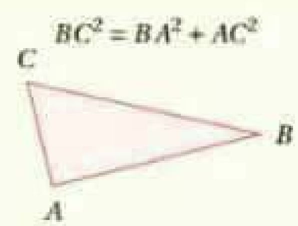
بما أنّ (d) هو محور $[AB]$ فإنّ $(d) \perp (AB)$.

خاصية 19 المماس لدائرة في نقطة منها يعامد المستقيم القطري الذي يمرّ من هذه النقطة.



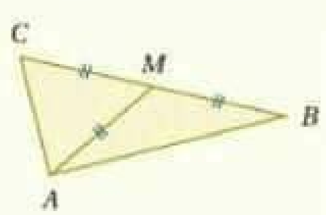
بما أنّ (d) هو المماس في النقطة T للدائرة $(\mathscr{C})$ التي مركزها O فإنّ $(d) \perp (OT)$.

خاصية 20 عكس نظرية فيتاغورس في مثلث ABC ، إذا كان $[BC]$ هو الضلع الأطول بحيث $BC^2 = BA^2 + AC^2$ فإنّ المثلث ABC قائم و وتره هو الضلع $[BC]$.



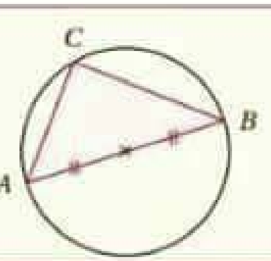
بما أنّ $BC^2 = BA^2 + AC^2$ فحسب النظرية العكسية لنظرية فيتاغورس نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في A أي $(AB) \perp (AC)$.

خاصية 21 في مثلث، إذا كان طول المتوسط المتعلق بأحد الأضلاع يساوي نصف طول هذا الضلع فإن هذا المثلث قائم و وتره هو ذلك الضلع.



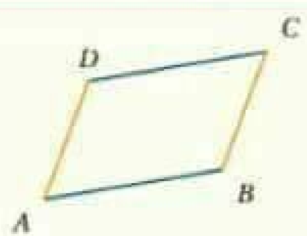
بما أنّ $[AM]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ بحيث $AM = BC \div 2$ فإنّ المثلث ABC قائم في A أي $(AB) \perp (AC)$.

خاصية 22 إذا كان أحد أضلاع مثلث قطراً للدائرة المحيطة به فإن هذا المثلث قائم و وتره هو ذلك الضلع.



بما أنّ الرأس C ينتمي إلى الدائرة التي قطرها $[AB]$ فإنّ المثلث ABC قائم في C أي $(AC) \perp (BC)$.

خاصية 23 إذا كان في رباعي كل ضلعين متقابلين حاملاهما متوازيان فإنّ هذا الرباعي متوازي الأضلاع.



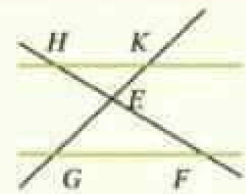
بما أنّ :
$(AB)//(DC)$ و $(AD)//(BC)$
فإنّ $ABCD$ متوازي الأضلاع.

وقفة تأمل

cc BY SA

خاصية 50 نظرية طاليس

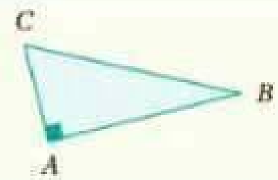
إذا كانت $M \in (AB)$ و $N \in (BC)$ بحيث $(BC)//(MN)$ فإنّ : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$.



بما أنّ $H \in (EF)$ و $K \in (EG)$ بحيث $(HK)//(GF)$ فحسب نظرية طاليس نستنتج أنّ : $\frac{EF}{EH} = \frac{EG}{EK} = \frac{GF}{HK}$.

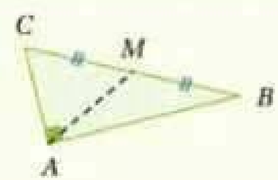
خاصية 51 نظرية فيثاغورس

في المثلث القائم، مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعيْ طوليْ الضلعين القائمين.



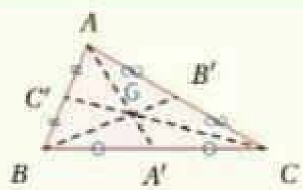
بما أنّ المثلث ABC قائم في A فحسب نظرية فيثاغورس نستنتج أنّ : $BC^2 = BA^2 + AC^2$.

خاصية 52 في المثلث القائم، طول المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر (نظرية طول المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم).



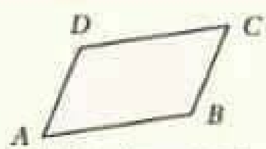
المثلث ABC قائم في A و M منتصف الوتر $[BC]$ فحسب نظرية طول المتوسط المتعلق بالوتر نستنتج أنّ : $AM = BC \div 2$.

خاصية 53 مركز ثقل المثلث (نقطة تلاقي المتوسطات) يبعد عن كل رأس بثُلثيْ طول المتوسط الذي يشمل هذا الرأس.



النقطة G هي مركز ثقل المثلث ABC و $[AA']$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ و بالتالي : $AG = \frac{2}{3}AA'$.

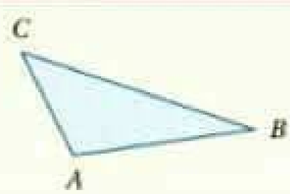
خاصية 54 في متوازي الأضلاع (كيفي، معين، مستطيل، مربع)، كل زاويتين متقابلتين متقايستان.



$ABCD$ متوازي الأضلاع

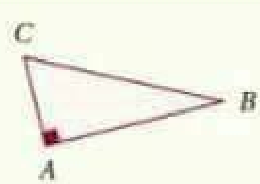
بما أنّ $ABCD$ متوازي الأضلاع فإنّ $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ و $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$.

خاصية 55 مجموع أقياس زوايا المثلث يساوي $180°$.



في المثلث ABC لدينا : $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$.

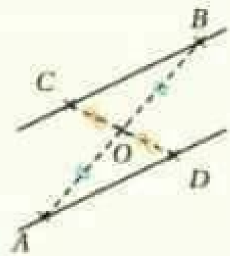
خاصية 56 في المثلث القائم، الزاويتان الحادتان متتامتان (مجموعهما يساوي $90°$).



بما أنّ المثلث ABC قائم في A فإنّ : $\widehat{B} + \widehat{C} = 90°$.

©2014 Sésamath

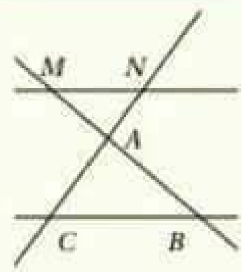
خاصية 13 المستقيمان المتناظران بالنسبة إلى نقطة هما مستقيمان متوازيان.



بما أنّ (AD) و (BC) متناظران بالنسبة إلى O فإنّ $(AD)//(BC)$.

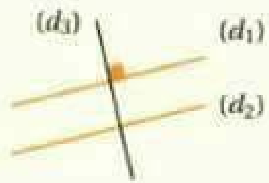
خاصية 14 عكس نظرية طاليس

إذا كانت النقط A ، B ، M من جهة و النقط A ، C ، N من جهة أخرى على استقامة واحدة و بنفس الترتيب بحيث $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$ فإنّ المستقيمين (BC) و (MN) متوازيان.



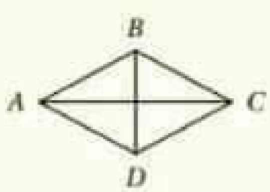
النقط M ، A ، B من جهة و النقط N ، A ، C من جهة أخرى على استقامة واحدة و بهذا الترتيب مع $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ فحسب النظرية العكسية لنظرية طاليس نستنتج أنّ $(MN)//(BC)$.

خاصية 15 إذا عامد مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يعامد الآخر.



بما أنّ $(d_1)//(d_2)$ و $(d_1)\perp(d_3)$ فإنّ $(d_2)\perp(d_3)$.

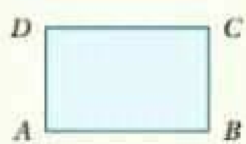
خاصية 16 قُطرا المعيّن (أو المربع) متعامدان.



$ABCD$ معيّن

بما أنّ $ABCD$ معيّن فإنّ قطرَيه متعامدان أي $(AC)\perp(BD)$.

خاصية 17 في المستطيل (أو المربع)، كل ضلعين متتاليين حاملاهما متعامدان.



$ABCD$ مستطيل

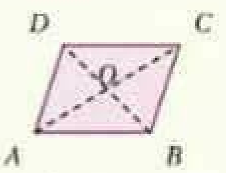
بما أنّ $ABCD$ مستطيل فإنّ $(AB)\perp(AD)$ ، $(AD)\perp(DC)$ ، $(DC)\perp(BC)$ و $(BC)\perp(AB)$.

CC BY SA

خاصية 1 إذا انتمت نقطة إلى قطعة مستقيمة و كانت متساوية البعد عن طرفيها فإنّ هذه النقطة هي منتصف القطعة.

النقطة O تنتمي إلى القطعة $[AB]$ و $OA = OB$ (أو $OA = \frac{1}{2}AB$) و بالتالي O هي منتصف $[AB]$.

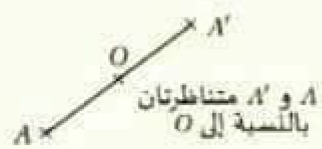
خاصية 2 في متوازي الأضلاع (كيفي، مستطيل، مربع، معين) ، القطران متناصفان (يتقاطعان في منتصفيهما).



$ABCD$ متوازي أضلاع

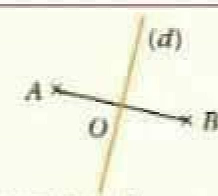
بما أنّ $ABCD$ متوازي الأضلاع فإنّ قطريه متناصفان و بالتالي O منتصف $[AC]$ و أيضا O منتصف $[BD]$.

خاصية 3 إذا كانت A و A' متناظرتين بالنسبة إلى O فإنّ O هي منتصف القطعة $[AA']$.



بما أنّ A' نظيرة A بالنسبة إلى O فإنّ O هي منتصف القطعة $[AA']$.

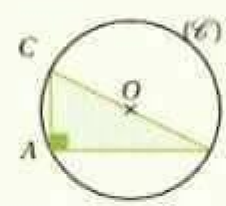
خاصية 4 محور قطعة مستقيم هو المستقيم العمودي على هذه القطعة في منتصفها.



(d) هو محور القطعة $[AB]$

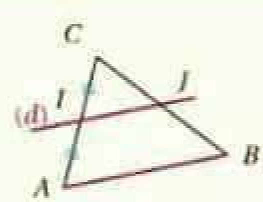
بما أنّ المستقيم (d) محور القطعة $[AB]$ يقطعها في O فإنّ O منتصف $[AB]$.

خاصية 5 مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم هو منتصف الوتر.



بما أنّ ABC مثلث قائم وتره $[BC]$ و O مركز الدائرة المحيطة به فإنّ O منتصف الوتر $[BC]$.

خاصية 6 في مثلث، المستقيم الذي يشمل منتصف أحد الأضلاع و يوازي ضلعاً ثانيا فإنه يشمل منتصف الضلع الثالث (النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين).

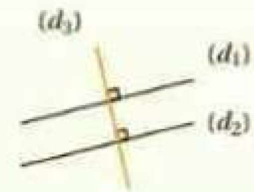


في المثلث ABC ، المستقيم (d) يشمل I ، منتصف $[AC]$ ، و يوازي الضلع $[AB]$ و بالتالي J هي منتصف الضلع $[BC]$.

©2014 Sésamath
http://manuel.sesamath.net
©2017 ترجمة : قرقوس عبد الغني

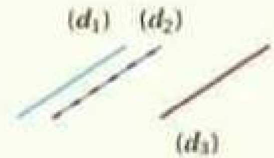
يوزع مجانا و لا يباع

خاصية 7 المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان.



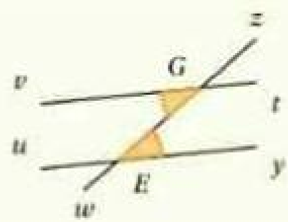
بما أنّ $(d_1) \perp (d_3)$ و $(d_2) \perp (d_3)$ فإنّ $(d_1)//(d_2)$.

خاصية 8 إذا كان مستقيمان متوازيين فإنّ كل مستقيم يوازي أحدهما فهو يوازي الآخر.



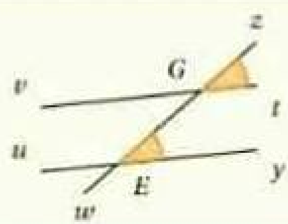
بما أنّ $(d_1)//(d_2)$ و $(d_2)//(d_3)$ فإنّ $(d_1)//(d_3)$.

خاصية 9 حتى يتوازى مستقيمان، يكفي أن يُشكّل معهما قاطع زاويتين متبادلتين داخليا و متقايستين.



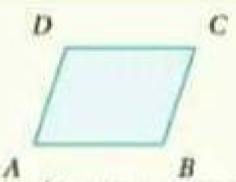
المستقيمان (vt) و (uy) مقطوعان بالقاطع (zw) و الزاويتان $\widehat{vGw}$ و $\widehat{zEy}$ متبادلتان داخليا و متقايستان إذن $(vt)//(uy)$.

خاصية 10 حتى يتوازى مستقيمان، يكفي أن يُشكّل معهما قاطع زاويتين متماثلتين و متقايستين.



المستقيمان (vt) و (uy) مقطوعان بالقاطع (zw) و الزاويتان $\widehat{vGw}$ و $\widehat{zEy}$ متماثلتان و متقايستان إذن $(vt)//(uy)$.

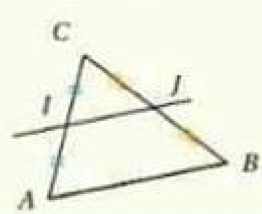
خاصية 11 في متوازي الأضلاع (كيفي، مستطيل، معيّن، مربع) كل ضلعين متقابلين (متقايسان و) حاملاهما متوازيان.



$ABCD$ متوازي الأضلاع

بما أنّ $ABCD$ متوازي الأضلاع فإنّ $(AB)//(CD)$ و $(AD)//(BC)$.

خاصية 12 في مثلث، المستقيم الذي يشمل منتصفيْ ضلعين يوازي حامل الضلع الثالث (نظرية مستقيم المنتصفين).

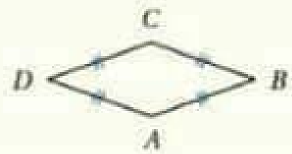


في المثلث ABC لدينا I منتصف $[AC]$ و J منتصف $[BC]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أنّ $(IJ)//(AB)$.

©2014 Sésamath
http://manuel.sesamath.net
ترجمة: فرفوس عبدالغني ©2017

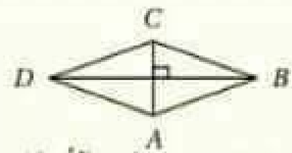
يوزع مجانا ولا يباع

خاصية 30 إذا كان لرباعي أربعة أضلاع متقايسة فإنّ هذا الرباعي معيّن.



بما أنّ $AB = BC = CD = DA$ فإنّ الرباعي $ABCD$ معيّن.

خاصية 31 إذا كان لمتوازي الأضلاع قطران متعامدان فإنه معيّن.



$ABCD$ متوازي الأضلاع

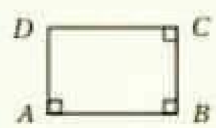
$ABCD$ متوازي الأضلاع بحيث $(AC) \perp (BD)$ (قطراه متعامدان) و بالتالي $ABCD$ معيّن.

خاصية 32 إذا كان لمتوازي الأضلاع ضلعان متتاليان متقايسان فهو معيّن.

$ABCD$ متوازي الأضلاع

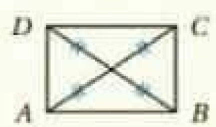
بما أنّ $ABCD$ متوازي الأضلاع و فيه $CD = CB$ فإنّ الرباعي $ABCD$ معيّن.

خاصية 33 إذا كان لرباعي ثلاث زوايا قائمة فإنّ هذا الرباعي مستطيل.



بما أنّ $(AD) \perp (AB)$ ، $(AB) \perp (BC)$ و $(BC) \perp (DC)$ فإنّ الرباعي $ABCD$ مستطيل.

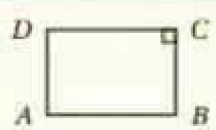
خاصية 34 إذا كان لمتوازي الأضلاع قطران متقايسان فهو مستطيل.



$ABCD$ متوازي الأضلاع

بما أنّ $ABCD$ متوازي الأضلاع بحيث $AC = BD$ (قطراه متقايسان) فإن $ABCD$ مستطيل.

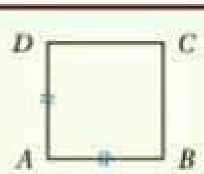
خاصية 35 إذا كان لمتوازي الأضلاع ضلعان متتاليان متعامدان فهو مستطيل.



$ABCD$ متوازي الأضلاع

بما أنّ $ABCD$ متوازي الأضلاع و فيه $(BC) \perp (CD)$ فإنّ $ABCD$ مستطيل.

خاصية 36 إذا كان لمستطيل ضلعان متتاليان متقايسان فهو مربع.



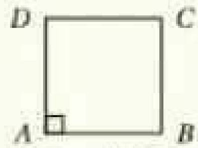
$ABCD$ مستطيل

بما أنّ $ABCD$ مستطيل بحيث $AB = AD$ (ضلعان متتاليان متقايسان) فإنّ $ABCD$ مربع.

©2014 Sésamath
http://manuel.sesamath.net

وفقكم الله تعالى

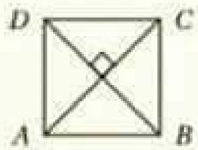
خاصية 37 إذا كان لمعيّن ضلعان متتاليان متعامدان فهو مربّع.



$ABCD$ معيّن

بما أنّ $ABCD$ معيّن بحيث $(AB) \perp (AD)$ (ضلعان متتاليان و متعامدان) فإنّ $ABCD$ مربّع.

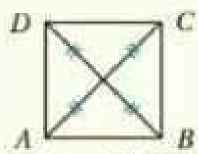
خاصية 38 إذا كان لمستطيل قطران متعامدان فهو مربّع.



$ABCD$ مستطيل

بما أنّ $ABCD$ مستطيل بحيث $(AC) \perp (BD)$ (قطراه متعامدان) فإنّ $ABCD$ مربّع.

خاصية 39 إذا كان لمعيّن قطران متقايسان فهو مربّع.



$ABCD$ معيّن

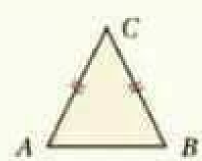
بما أنّ $ABCD$ معيّن بحيث $AC = BD$ (قطراه متقايسان) فإنّ $ABCD$ مربّع.

خاصية 40 منتصف قطعة مستقيم تبعد بنفس المسافة عن طرفيها.

O منتصف $[AA']$

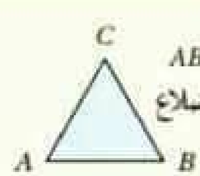
بما أنّ O منتصف القطعة $[AA']$ فإنّ $OA = OA' = AA' \div 2$.

خاصية 41 للمثلث المتساوي الساقين ضلعان متقايسان (لهما نفس الطول)



المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي C و بالتالي $CA = CB$.

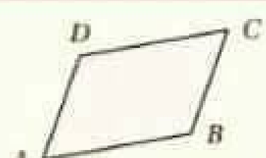
خاصية 42 للمثلث المتقايس الأضلاع ثلاثة أضلاع متقايسة (لها نفس الطول).



المثلث ABC متقايس الأضلاع

المثلث ABC متقايس الأضلاع و بالتالي $AB = BC = CA$.

خاصية 43 في متوازي الأضلاع (كيفي، معيّن، مستطيل، مربّع)، كل ضلعين متقابلين متقايسان.

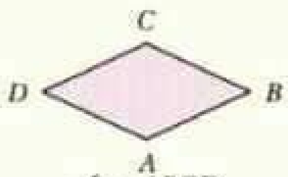
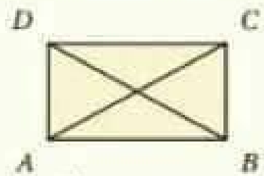
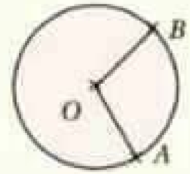
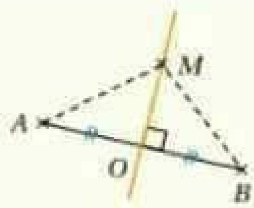
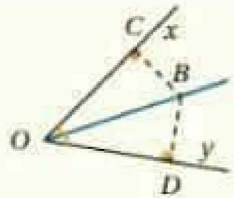
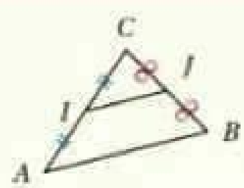


$ABCD$ متوازي الأضلاع

بما أنّ $ABCD$ متوازي الأضلاع فإنّ $AB = DC$ و $AD = BC$.

وفقك الله تعالى

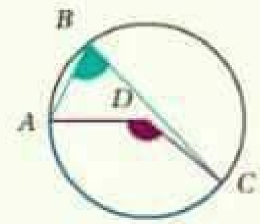
cc BY SA

خاصية 44 الأضلاع الأربعة للمعيّن (أو المربع) متقايسة (لها نفس الطول).	 $ABCD$ معيّن	بما أنّ $ABCD$ معيّن فإنّ أضلاعه الأربعة متقايسة أي $AB = BC = CD = DA$.
خاصية 45 قطرا المستطيل متقايسان (لهما نفس الطول).	 $ABCD$ مستطيل	بما أنّ $ABCD$ مستطيل فإنّ قطريه متقايسان أي $AC = BD$.
خاصية 46 إذا انتمت نقطتان إلى نفس الدائرة فإنهما تبعدان بنفس المسافة عن مركزها.		النقطتان A و B تنتميان إلى الدائرة التي مركزها O إذاً $OA = OB$.
خاصية 47 إذا انتمت نقطة إلى محور قطعة مستقيم فإنها تبعد بنفس المسافة عن طرفيها.		النقطة M تنتمي إلى محور القطعة $[AB]$ إذاً فهي تبعد بنفس المسافة عن طرفيها أي $MA = MB$
خاصية 48 إذا انتمت نقطة إلى منصّف زاوية فإنها تبعد بنفس المسافة عن ضلعيها.		B تنتمي إلى منصف الزاوية $\widehat{xOy}$ مع $(BD) \perp (OD)$ و $(BC) \perp (OC)$ إذاً فهي تبعد بنفس المسافة عن ضلعيها أي $BC = BD$.
خاصية 49 في مثلث، طول القطعة الواصلة بين منتصفيْ ضلعين يساوي نصف طول الضلع الثالث (نظرية مستقيم المنتصفين).		في المثلث ABC لدينا : I منتصف $[AC]$ و J منتصف $[BC]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أنّ $IJ = AB + 2$.

CC BY SA

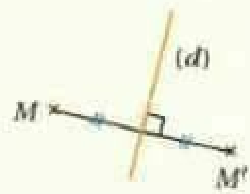
وقفة تأمل

خاصية 62 قيس زاوية محيطية في دائرة يساوي نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر نفس القوس معها.



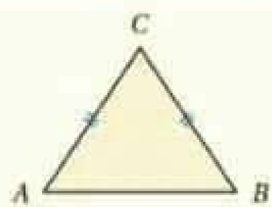
الزاوية المحيطية $\widehat{ABC}$ و الزاوية المركزية $\widehat{ADC}$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AC}$ و بالتالي :
$\widehat{ADC} = 2\widehat{ABC}$.

خاصية 63 إذا كانت نقطتان متناظرتين بالنسبة إلى مستقيم فإنّ هذا المستقيم هو محور القطعة الواصلة بين النقطتين.



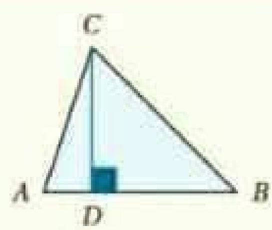
النقطتان M و M' متناظرتان بالنسبة إلى المستقيم (d) إذاً (d) هو محور القطعة $[MM']$.

خاصية 64 كل نقطة متساوية المسافة عن طرفَيْ قطعة مستقيم هي نقطة تنتمي إلى محور هذه القطعة.



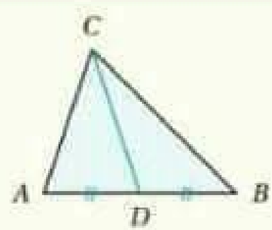
بما أنّ $CA = CB$ فإنّ النقطة C تنتمي إلى محور القطعة $[AB]$.

خاصية 65 المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس مثلث و يعامد حامل الضلع المقابل لهذا الرأس هو الارتفاع المتعلق بهذا الضلع.



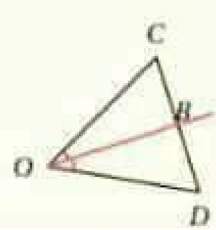
بما أنّ $(CD) \perp (AB)$ فإنّ المستقيم (CD) هو الارتفاع المتعلق بالضلع $[AB]$ في المثلث ABC.

خاصية 66 القطعة التي طرفاها أحد رؤوس مثلث و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس هي المتوسط المتعلق بهذا الضلع.



بما أنّ النقطة D هي منتصف الضلع $[AB]$ فإنّ القطعة $[CD]$ هي المتوسط المتعلق بالضلع $[AB]$ في المثلث ABC.

خاصية 67 المستقيم الذي يقسم زاوية إلى زاويتين متقايستين هو منصف هذه الزاوية.

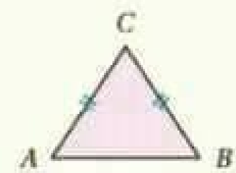


المستقيم (OB) يقسم الزاوية $\widehat{COD}$ إلى زاويتين متقايستين إذاً (OB) هو منصف الزاوية $\widehat{COD}$.

©2014 Sésamath

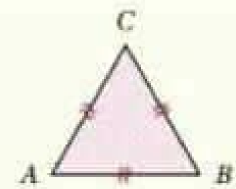
وقفة للتعلّم

خاصية 57 في المثلث المتساوي الساقين، زاويتا القاعدة متقايستان.



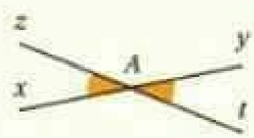
بما أنّ المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي C فإنّ : $\widehat{A} = \widehat{B}$.

خاصية 58 للمثلث المتقايس الأضلاع ثلاث زوايا متقايسة و قيس كل منها يساوي $60°$.



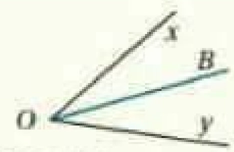
بما أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع فإنّ : $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60°$.

خاصية 59 الزاويتان المتقابلتان بالرأس متقايستان.



الزاويتان $\widehat{xAz}$ و $\widehat{yAt}$ متقابلتان بالرأس إذاً : $\widehat{xAz} = \widehat{yAt}$.

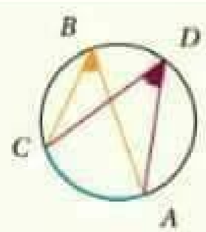
خاصية 60 منصّف زاوية يقسمها إلى زاويتين متجاورتين و متقايستين (لهما نفس القيس).



منصف الزاوية

بما أنّ $[OB)$ هو منصّف الزاوية $\widehat{xOy}$ فإنّ : $\widehat{xOB} = \widehat{BOy} = \widehat{xOy} \div 2$.

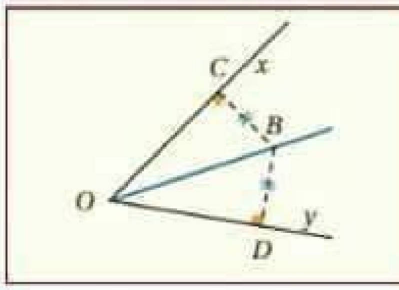
خاصية 61 الزاويتان المرسومتان داخل دائرة و اللتان تحصران نفس القوس هما زاويتان متقايستان.



الزاويتان $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ADC}$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AC}$ و بالتالي فهما متقايستان أي : $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.

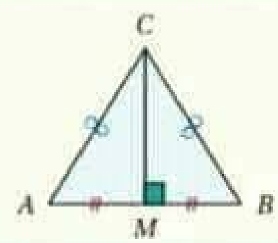
وقف لله تعالى

خاصية 68 كل نقطة متساوية البعد عن ضلعيْ زاوية هي نقطة تنتمي إلى منصف هذه الزاوية.



بما أنّ $BC = BD$ ، $(OC) \perp (BC)$ و $(BD) \perp (OD)$ فإنّ النقطة O تنتمي إلى منصف الزاوية $\widehat{COD}$ (إذاً نصف المستقيم $[OB)$ هو منصف الزاوية $\widehat{COD}$).

خاصية 69 محور قاعدة المثلث المتساوي الساقين هو أيضا الارتفاع المتعلق بهذه القاعدة، المتوسط المتعلق بها و منصف زاوية الرأس الأساسي.



بماا أنّ المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي C ، M منتصف $[AB]$ و $(CM) \perp (AB)$ فإنّ (CM) هو : المتوسط المتعلق بالقاعدة $[AB]$ ، محور القاعدة $[AB]$ ، الارتفاع المتعلق بالقاعدة $[AB]$ و منصف الزاوية $\widehat{ACB}$.