2018/2017

إختبارات تقييميّة نموذجيّة في الرّياضيّات

هذا العمل من إعداد الأستاذ أحمد بن عبد القادر

السّنوات التّاسعة أساسي

التاسعة نموذجي 1 + 2 مدة الاختبار: ساعتان أحمد بنعبدالقادر	اختبار تقييمي عدد 1 في مادة الرياضيات	معهد ابن الجزار بقبلي 2015 / 04

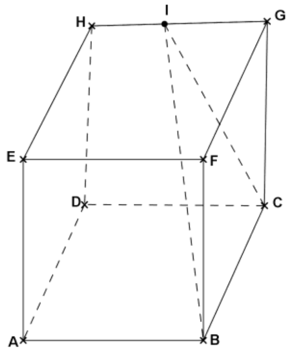
تمرين عدد 1: (3 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.
أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) يكون العدد 7b8a حيث a وb رقمان، قابلا للقسمة على 15 في حالة:
أ/ a = 0 و b = 1 ب/ a = 3 و b = 3 ج/ a = 5 و b = 1.

2) عدد الأعداد الفردية ذات ثلاثة أرقام مختلفة من بين: 6 و 7 و 8 و 9 هو:
أ/ 6 ب/ 12 ج/ 24

3) عدد حلول المعادلة $\frac{\sqrt{2}}{x}=\frac{x}{\sqrt{2}}$ في R هو:
أ/ 0 ب/ 1 ج/ 2



4) إذا كان ABCDEFGH مكعّبا و I = H*G فإنّ المثلّث IBC
أ/ متقايس الأضلاع ب/ متقايس الضلعين
ج/ قائم الزاوية

تمرين عدد 2: (3.5 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين: $a=\left(2+\sqrt{3}\right)^2$ و $b=3-4\left(\sqrt{3}+1\right)\left(2-\sqrt{3}\right)$.

1) أ/ بيّن أنّ : $a=7+4\sqrt{3}$ و $b=7-4\sqrt{3}$
ب/ قارن بين 7 و $4\sqrt{3}$ واستنتج علامة العدد b.

2) أ/ بيّن أنّ b هو مقلوب العدد a وأنّ a + b = 14
ب/ استنتج أنّ $\sqrt{a}+\sqrt{b}=4$

3) ليكن العدد $c=\sqrt{b}-\sqrt{a}$
أ/ بيّن أنّ c عدد سالب
ب/ أحسب c^2 واستنتج c.

تمرين عدد 3: (4.5 نقاط)

لتكن العبارة : $A = x^2 - 40x + 384$ حيث x عدد حقيقي

1) أحسب القيمة العددية للعبارة A في كلّ من الحالتين التاليتين:
أ/ x = 20 ب/ x = 16

2) أ/ أنشر واختصر العبارة $(x – 20)^2$
ب/ أستنتج أنّ: $A = (x – 20)^2 - 16$
ج/ فكّك العبارة A إلى جذاء عوامل
د/ حلّ في R المعادلة: A = 0

3) (وحدة قيس الطول هي المتر)
في هذا السؤال نريد البحث عن بعدي مستطيل محيطه 80 م ومساحته 384م².

أ/ ليكن a أحد بعدي هذا المستطيل. تحقق أنّ $40 - a$ هو البعد الثاني
ب/ بيّن أنّ a هو حل المعادلة $x^2 - 40x + 384 = 0$
ج/ استنتج بعدي المستطيل.

تمرين عدد 4: (5 نقاط)

1) ابن مثلثا ABC حيث $B\hat{A}C = 45°$ و $AB = AC = 6$.
2) ليكن I المسقط العمودي لـB على (AC)
أ/ ما هي طبيعة المثلث ABI؟ علّل جوابك.
ب/ استنتج أنّ $AI = BI = 3\sqrt{2}$
ج/ أحسب BC.
3) ليكن J المسقط العمودي لـC على (AB). ولتكن H نقطة تقاطع (BI) و (CJ).
أ/ بيّن أنّ (IJ) موازي لـ(BC)
ب/ برهن أنّ $\frac{IJ}{BC} = \frac{HI}{HB}$ وأنّ $\frac{IJ}{BC} = \frac{AI}{AC}$ واستنتج أنّ : $\frac{BI}{2+\sqrt{2}} = \frac{HB}{2} = \frac{HI}{\sqrt{2}}$.
ج/ بيّن أنّ $AH = 6\sqrt{2-\sqrt{2}}$
4) المستقيم الموازي لـ (BI) والمار من J يقطع (AH) في O ويقطع (AC) في K.
أ/ بيّن أنّ K منتصف [AC]
ب/ برهن أنّ O هي مركز الدائرة ζ المحيطة بالمثلث ABC.
ج/ بيّن أنّ $\frac{AO}{AH} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ واستنتج قيس شعاع الدائرة ζ المحيطة بالمثلث ABC.

تمرين عدد 5: (4 نقاط)

الجدول التالي يقدّم توزيع عمال شركة حسب أجورهم الشهرية

الأجر الشهري	[400, 500[	[500, 600[	[600, 700[	[700, 800[
عدد العمّال	40	20	30	10

1) أ/ مثّل السلسلة الإحصائيّة بمخطّط المستطيلات ثمّ أرسم مضلّع التكرارات.
ب/ أحسب معدّل الأجر الشهري للعامل في هذه الشركة.
2) أ/ كوّن جدولا يحوي التكرارات التراكمية الصاعدة والتواترات التراكمية الصاعدة.
ب/ أرسم مضلّع التواترات التراكمية الصاعدة.
ج/ جد قيمة تقريبية لموسّط هذه السلسلة الإحصائيّة.
3) إذا اخترنا عاملا بصورة عشوائية في هذه الشركة ما هو إحتمال أن يكون أجره الشهري محصورا بين 500 و 700 دينارا.

التاسعة أساسي — إصلاح إختبار السداسي — عدد 1 — ابن الجزار بقليبية

أحمد بنعبد القادر. 2015/04

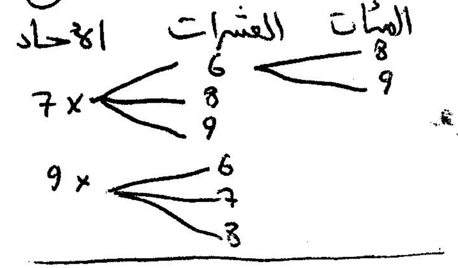
تمرين عدد 1 :

1) ج. 7180 لا يقبل القسمة على 3 لأن مجموع أرقامه 16

7383 لا يقبل القسمة على 5 .

7185 يقبل القسمة على 3 وعلى 5 لإذن يقبل القسمة على 15

2) ب)



$2 \times 3 \times 2 = 12$

3) ج. $\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{x}$ يعني $x^2 = 2$ يعني $x = \sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$

4) ج. $(BC) \perp (DCG)$ و $(IC) \subset (DCG)$ إذن $(BC) \perp (IC)$.

تمرين عدد 2:

1) أ) $a = (2+\sqrt{3})^2 = 2^2 + 2\times 2\times\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3$

$= 7 + 4\sqrt{3}$

$b = 3 - 4(\sqrt{3}+1)(2-\sqrt{3}) = 3 - 4(2\sqrt{3} - 3 + 2 - \sqrt{3})$

$= 3 - 4(\sqrt{3}-1) = 3 - 4\sqrt{3} + 4 = 7 - 4\sqrt{3}.$

ب) $7^2 = 49$ و $(4\sqrt{3})^2 = 48$

بما أن $7^2 > (4\sqrt{3})^2$ وبما أن العددان $4\sqrt{3}$ و 7 موجبان

فإن $7 > 4\sqrt{3}$

وبالتالي $7 - 4\sqrt{3} > 0$ يعني b عدد موجب

2) أ) $ab = (7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3}) = 7^2 - (4\sqrt{3})^2 = 49 - 48 = 1$

إذن b هو مقلوب العدد a .

ب) $a+b = 7 + \cancel{4\sqrt{3}} + 7 - \cancel{4\sqrt{3}} = 7 + 7 = 14.$

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{a}\sqrt{b} = a + b + 2\sqrt{ab}$

$= 14 + 2\times 1 = 16$

وبالتالي $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{16} = 4$

3) أ) $a - b = 7 + 4\sqrt{3} - (7 - 4\sqrt{3}) = 7 + 4\sqrt{3} - 7 + 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

إذن $a > b$ وبالتالي $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ومنه أن

$C = \sqrt{b} - \sqrt{a} < 0$ عدد سالب

ب) $C^2 = (\sqrt{b} - \sqrt{a})^2 = b + a - 2\sqrt{ab} = 14 - 2 = 12$

إذن $|C| = \sqrt{C^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

وبما أن C عدد سالب فإن $C = -2\sqrt{3}$

تمرين عدد 3 :

1) أ) من أجل $x = 20$.

$A = 20^2 - 40\times 20 + 384$

$= 400 - 800 + 384 = -16$

ومن أجل $x = 16$

$A = 16^2 - 40\times 16 + 384$

$= 256 - 640 + 384 = 640 - 640 = 0.$

2) أ) $(x-20)^2 = x^2 - 2\times 20\times x + 20^2 = x^2 - 40x + 400$

ب) بما أن $(x-20)^2 = x^2 - 40x + 400$ فإن $x^2 - 40x = (x-20)^2 - 400$

وبالتالي

$A = x^2 - 40x + 384$

$= (x-20)^2 - 400 + 384 = (x-20)^2 - 16$

ج) $A=(x-20)^2-16 = (x-20)^2-4^2$

$= (x-20-4)(x-20+4)$

$= (x-24)(x-16)$.

د) $A=0$ يعني $(x-24)(x-16)=0$

يعني $x-16=0$ أو $x-24=0$

يعني $x=16$ أو $x=24$.

إذن $S_R=\{16,24\}$.

3) أ) بما أن محيط المستطيل يساوي 80 إذن مجموع بعدي المستطيل يساوي 40 وبما أن a هو البعد الأول فإن البعد الثاني $40-a$.

ب) مساحة المستطيل تساوي 384

يعني $a(40-a)=384$ يعني $40a-a^2=384$

يعني $a^2-40a+384=0$

إذن a يحقق المعادلة $x^2-40x+384=0$

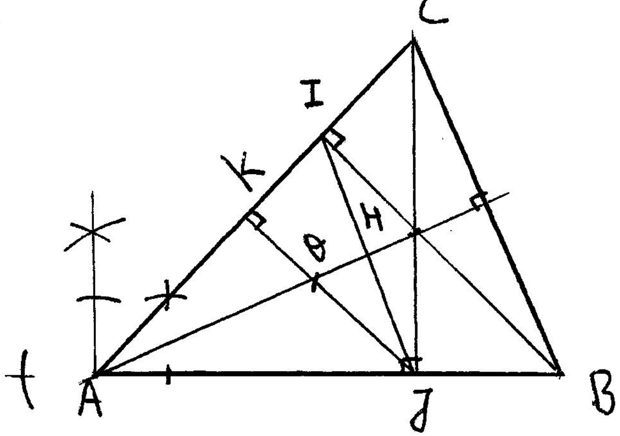
ج) في حالة $a=16$ فإن $40-a=24$

في حالة $a=24$ إذن $40-a=16$

نستنتج أن بعدي المستطيل هما 16 و 24.

تمرين عدد 4:

1)



2) أ) في المثلث ABI لدينا: $\widehat{ABI}=180-(90+45)=0$

إذن $\widehat{ABI}=\widehat{BAI}$

وبالتالي المثلث ABI متقايس الضلعين وقائم الزاوية في I

ب) لدينا $IA=IB$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في IAB: $IA^2+IB^2=AB^2$

يعني $2IA^2=6^2$

يعني $IA^2=18$

يعني $IA=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

ج) بما أن I تنتمي إلى [AC] فإن $IC=AC-AI=6-3\sqrt{2}$.

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم IBC:

$BC^2=IC^2+IB^2$

$=(6-3\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2$

$=36-36\sqrt{2}+18+18=72-36\sqrt{2}=36(2-\sqrt{2})$

إذن $BC=\sqrt{36(2-\sqrt{2})}=6\sqrt{2-\sqrt{2}}$

3) أ) المثلث AJC متقايس الضلعين وقائم الزاوية في J

إذن $AJ=x=3\sqrt{2}$

← $AI=AJ=3\sqrt{2}$ وبالتالي المثلث AIJ متقايس الضلعين قمته الرئيسية A إذن $\widehat{AJI}=\frac{180-45}{2}=\frac{135}{2}$.

في المثلث ABC لدينا: $\widehat{ABC}=\frac{180-45}{2}=\frac{135}{2}$

المستقيمان (IJ) و (BC) يقطعهما المستقيم (AB) ينتج عنه زاويتين متماثلتين متقايستين إذن (IJ) // (BC).

ب) * في المثلث HIJ لدينا : B من (HI) و C من (HJ) و (IJ) موازي لـ (BC) إذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{HI}{HB} = \frac{IJ}{BC} \quad (1)$$

* في المثلث ABC لدينا : I من (AC) و J من (AB) و (IJ)//(BC) إذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{AI}{AC} = \frac{IJ}{BC} \quad (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن

$$\frac{HI}{HB} = \frac{AI}{AC}$$

يعني

$$\frac{HI}{HB} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

يعني

$$\frac{HI}{\sqrt{2}} = \frac{HB}{2} = \frac{HI+HB}{\sqrt{2}+2}$$

إذن

$$\frac{HI}{\sqrt{2}} = \frac{HB}{2} = \frac{BI}{2+\sqrt{2}}$$

ج) $\frac{HI}{\sqrt{2}} = \frac{BI}{2+\sqrt{2}}$ إذن $HI = \frac{\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ ← $HI = \frac{6}{2+\sqrt{2}}$

$$= \frac{6(2-\sqrt{2})}{2^2-\sqrt{2}^2} = \frac{6(2-\sqrt{2})}{2} = 3(2-\sqrt{2})$$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم AHI :

$$AH^2 = AI^2 + IH^2$$

$$= (3\sqrt{2})^2 + (3(2-\sqrt{2}))^2 = 18 + 9(4-4\sqrt{2}+2)$$

$$= 18+54-36\sqrt{2} = 72-36\sqrt{2} = 36(2-\sqrt{2})$$

وبالتالي :

$$AH = 6\sqrt{2-\sqrt{2}}$$

4) أ) في المثلث AIB لدينا K من (AI) و J من (AB) و (BJ) موازي لـ (JK) إذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{AK}{AI} = \frac{AJ}{AB}$$

إذن

$$\frac{AK}{3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{6}$$

وبالتالي

$$AK = \frac{(3\sqrt{2})^2}{6} = 3 .$$

K تنتمي لـ [AC] وتحقق $AK = \frac{AC}{2}$ إذن $K = A*C$

ب) المستقيم (KJ) عمودي على القطعة [AC] في منتصفها إذن (KJ) هو الموسط العمودي لـ [AC].

في المثلث المتقايس الضلعين ABC ، H هو المركز القائم (تقاطع الارتفاعين (BI) و (CJ)) إذن (AH) يحمل الارتفاع الصادر من A وبالتالي (AH) هو الموسط العمودي لـ [BC].

نستنتج أن النقطة O تقاطع (KJ) و (AH) هي مركز الدائرة المحيطة بـ ABC

ج) في المثلث AIH لدينا K من (AI) و O من (AH) و (OK) // (IH) إذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{AO}{AH} = \frac{AK}{AI}$$

$$\frac{AO}{AH} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

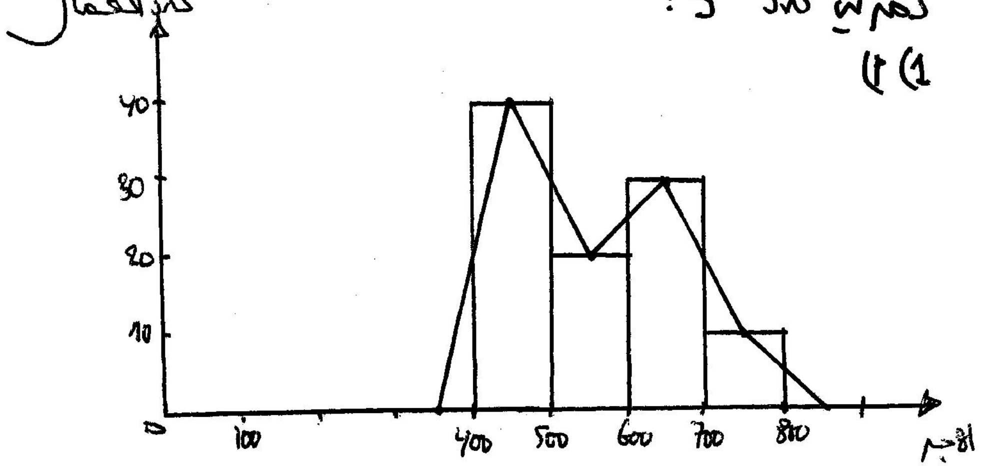
$AO = \frac{\sqrt{2}}{2}\times AH$ ⊛ إذن شعاع الدائرة المحيطة بـ ABC هو

$$OA = \frac{\sqrt{2}}{2}\times 6\sqrt{2-\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$$

$$= 3\sqrt{4-2\sqrt{2}}$$

تمرين عدد 5 :

1) أ)



ب) معدل الأجر الشهري للعامل في هذه الشركة :

$$\overline{x} = \frac{40\times 450 + 20\times 550 + 30\times 650 + 10\times 750}{100}$$

$$= \frac{18000 + 11000 + 19500 + 7500}{100} = 560^{D}.$$

2) أ)

الأجر الشهري	[400,500[	[500,600[	[600,700[	[700,800[
عدد العمال	40	20	30	10
التكرار التراكمي الصاعد	40	60	90	100
التواتر التراكمي الصاعد	40%	60%	90%	100%

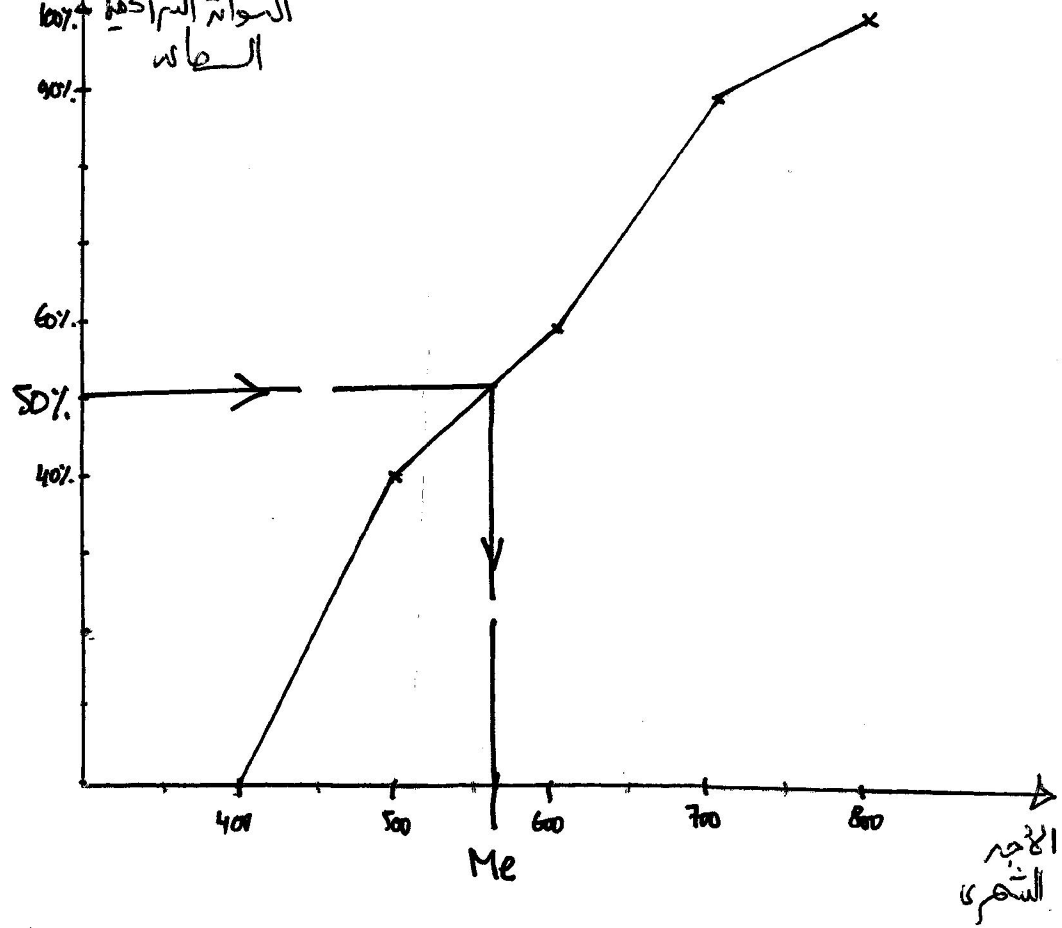
ب)

ج) من خلال الرسم السابق قيمة تقريبية الموسط هي

$Me \simeq 560^{D}.$

3) احتمال أن يكون أجره الشهري محصورا بين 500 و 700 هو

$\frac{20+30}{100} = 50\%$



التاسعة نموذجي 1 + 2 مدة الاختبار: ساعتان أحمد بنعبدالقادر	اختبار تقييمي عدد 2 في مادة الرياضيات	معهد ابن الجزار بقبلي 2015 / 04

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.
أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) العدد $7^{2013} - 7^{2015}$ يقبل القسمة على:

أ/ 15 ب/ 9 ج/ 12

2) عدد قواسم العدد $a^2 \times b^3$: حيث a و b عددان أوليان هو:

أ/ 5 ب/ 6 ج/ 12

3) الجدول التالي يقدّم درجات الحرارة المسجلة بإحدى المدن خلال شهر جوان:

درجة الحرارة	35	36	38	40	41
عدد الأيام	7	6	4	6	7

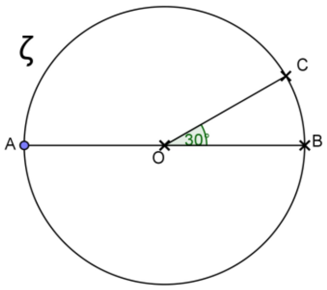
موسّط هذه السلسلة الإحصائية يساوي:

أ/ 36 ب/ 37 ج/ 38

4) يحتوي صندوق على 3 كويرات حمراء مرقمة: 1 – 2 – 3 و 3 كويرات زرقاء مرقمة 4 – 5 – 6.
نقوم بسحب عشوائي لكويرتين في آن واحد من الصندوق. إحتمال سحب كويرتين لهما نفس اللون:

أ/ $\frac{1}{3}$ ب/ $\frac{1}{2}$ ج/ $\frac{2}{5}$

تمرين عدد 2: (4.5 نقاط)



1) نعتبر العددين الحقيقيين: $a = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$ و $b = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$

أ/ أحسب ab و a + b

ب/ برهن أنّ $a^2 = 2+\sqrt{3}$ و $b^2 = 2-\sqrt{3}$

ج/ استنتج أنّ $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ هو عدد صحيح طبيعي

2) في الرسم المقابل: ζ دائرة مركزها O وشعاعها 1 و [AB] قطر لها.
الهدف في هذا السؤال حساب BC و AC.
المستقيم العمودي على (AB) والمار من C يقطع (AB) في H ويقطع ζ في D.

أ/ ما هي طبيعة المثلث OCD؟ علّل جوابك.

ب/ استنتج أنّ $HC = \frac{1}{2}$ و أنّ $OH = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ج/ بيّن أنّ BC = b

د/ بيّن أنّ ABC قائم الزاوية واستنتج أنّ AC = a.

تمرين عدد 3: (3 نقاط)

نعتبر العبارة: $A=-\frac{2}{3}(3x-6)-x-1$ حيث x عدد حقيقي.

1) أ/ بيّن أنّ $A = -3x + 3$.

ب/ حلّ في R المتراجحة $A \geq 0$.

2) لتكن العبارة $B=x^2-\left(1+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}$ حيث x عدد حقيقي.

أ/ أحسب القيمة العددية للعبارة B في حالة $x=\sqrt{3}$.

ب/ بيّن أنّ: $B=(x-1)\left(x-\sqrt{3}\right)$.

3) أ/ بيّن أنّ: $B-A=(x-1)\left(x-\sqrt{3}+3\right)$

ب/ أوجد الأعداد الحقيقية x بحيث $A = B$

تمرين عدد 4: (5.5 نقاط)

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) أرسم معيّنا متعامدا في المستوي (O, I, J) حيث $OI = OJ$ وعيّن النقاط:
$A(3 ; -1)$ و$B(0 ; 5)$ و$C(-2 ; -1)$.

2) أ/ بيّن أنّ (AC) و (OB) متعامدان

ب/ استنتج أنّ $AB=3\sqrt{5}$ و أنّ $BC=2\sqrt{10}$

3) لتكن النقطة $D(2 ; 1)$ و H المسقط العمودي لـD على (AC).

أ/ ما هي طبيعة المثلث BJD؟ علّل جوابك.

ب/ استنتج أن $BD=2\sqrt{5}$

ج/ بيّن أنّ $AH = 1$ و $DH = 2$ واستنتج أنّ $AD=\sqrt{5}$

د/ برهن أنّ النقاط A و D و B هي على استقامة واحدة.

4) أ/ بيّن أنّ $CH = 4$ واستنتج أنّ $CD=2\sqrt{5}$

ب/ برهن أنّ المثلث BCD قائم الزاوية في D.

5) أ/ ماذا تمثل O بالنسبة للمثلث ABC؟ علّل جوابك.

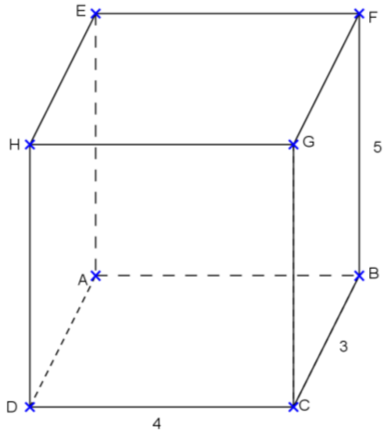
ب/ استنتج أنّ (OA) و (BC) متعامدان.

6) المستقيم الموازي لـ(OA) والمار من D والمستقيم الموازي لـ(CD) والمار من B يتقاطعان في E.

أ/ برهن أنّ EBDC مربع.

ب/ أحسب إحداثيات النقطة E.

تمرين عدد 5: (4 نقاط)



في الرسم المقابل ABCDEFGH متوازي مستطيلات

حيث $AB = 4$; $AD = 3$ و $AE = 5$

1) أ/ بين أن المستقيم (AE) عمودي على المستوي (ABC)

ب/ استنتج أنّ المثلث EAC قائم الزاوية في A.

ج/ بيّن أنّ $AC = 5$ واستنتج أنّ $EC=5\sqrt{2}$

2) ليكن I منتصف [AC] و J منتصف [EC].

أ/ بيّن أنّ (IJ) موازي لـ(AE) ثمّ أحسب IJ.

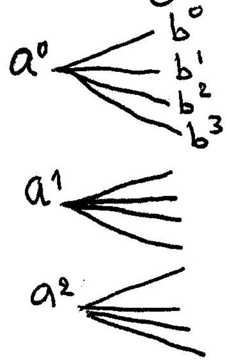
ب/ برهن أنّ المستقيم (IJ) عمودي على المستوي (ABC)

تمرين عدد 1 :

1) ج.

$$7^{2015} - 7^{2013} = 7^{2013} \times (7^2 - 1) = 48 \times 7^{2013}$$
$$= 12 \times 4 \times 7^{2013}.$$

2) ج. قواسم العدد $a^2 \times b^3$ هي على الشكل $a^n \times b^m$ حيث $0 \leq n \leq 2$
$0 \leq m \leq 3$



أو باستعمال جدول ساغوز

$\times$	$a^0 = 1$	$a^1 = a$	a^2
b^0			
b^1			
b^2			
b^3			

$$3 \times 4 = 12$$

3) ج.

$$\underbrace{35 - \cdots - 35}_{7\text{ مرات}} - \underbrace{36 - \cdots - 36}_{6\text{ مرات}} - \underbrace{38 - \cdots - 38}_{4\text{ مرات}}$$

لدينا $N = 30$ زوجي إذن الرتب الوسطى : $\frac{N}{2} = 15$ توافقها 38 .

$\frac{N}{2} + 1 = 16$ توافقها 38

الموسط = $Me = \frac{38+38}{2} = 38$

4) ج. فضاء جميع الإمكانيات :

$\Omega = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{1,5\}, \{1,6\}$
$\{2,3\}, \{2,4\}; \{2,5\}; \{2,6\},$
$\{3,4\} \{3,5\}; \{3,6\}, \{4,5\}; \{4,6\}; \{5,6\}\}.$

$card\ \Omega = 15.$

$A = \{\{1,2\}, \{1,3\}; \{2,3\}; \{4,5\}; \{4,6\}; \{5,6\}\}.$

$card\ A = 6$

إحتمال الحدث A :
$$P(A) = \frac{card A}{card \Omega} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 40\%$$

تمرين عدد 2 :

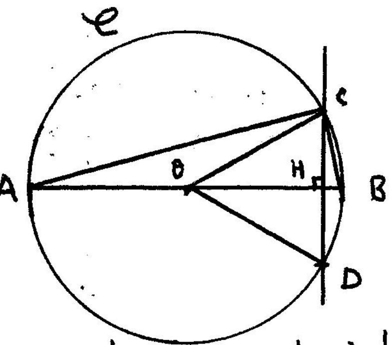
1) أ)
$$ab = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}^2 - 1^2}{\sqrt{2}^2} = \frac{3-1}{2} = 1.$$

ب)
$$a+b = \frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{6}.$$

ج.
$$a^2 = \left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3+2\sqrt{3}+1}{2} = \frac{4+2\sqrt{3}}{2} = 2+\sqrt{3}$$
$$b^2 = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3-2\sqrt{3}+1}{2} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}.$$
$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{1} = 4.$$

إذن $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ هو عدد صحيح طبيعي.

2) أ) في المثلث OHC لدينا :



$$\widehat{OCH} = 180 - (90+30) = 60^\circ$$

في المثلث OCD لدينا :

$OC = OD = 1$ و $\widehat{OCD} = 60^\circ$

إذن OCD مثلث متقايس الأضلاع.

ب) في المثلث OCD المتقايس الأضلاع لدينا [OH] هو الإرتفاع الصادر من O إذن $H = C * D$ وبالتالي
$$HC = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}.$$
و
$$OH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times OC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

ج) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث HBC القائم في H :
$$BC^2 = HC^2 + HB^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + 1 - \sqrt{3} + \frac{3}{4} = 2 - \sqrt{3}.$$

إذن $BC^2 = b^2$ وبالتالي $BC = b$

ج) في المثلث ABC لدينا O تنتمي للضلع [AB] وتحقق $OA = OB = OC = 1$
إذن ABC قائم الزاوية وتره [AB].

بصياغة أخرى:

المثلث ABC يقبل الإرتسام في دائرة قطرها أحد أضلاعه [BA] إذن ABC قائم الزاوية وتره [AB].

أو: بما أن [AB] قطر للدائرة $\mathscr{C}$ والنقطة C تنتمي لـ $\mathscr{C}$ فإن ABC مثلث قائم الزاوية في C.

⊛ بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABC القائم في C:

$$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 2^2 - b^2 = 4-(2-\sqrt{3}) = 2+\sqrt{3} = a^2$$

إذن $AC = a$.

تمرين عدد 3:

1) أ)
$$A = -\frac{2}{3}(3x-6) - x - 1 = -\frac{2}{3}\times 3x + \frac{2}{3}\times 6 - x - 1$$
$$= -2x + 4 - x - 1$$
$$= -3x+3.$$

ب) $A \geq 0$ يعني $-3x+3 \geq 0$ يعني $-3x \geq -3$ يعني $x \leq 1$

إذن $S_{\mathbb{R}} =]-\infty, 1]$

2) أ) في حالة $x = \sqrt{3}$

$$B = (\sqrt{3})^2 - (1+\sqrt{3})\times\sqrt{3} + \sqrt{3}$$
$$= 3 - \sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} = 0$$

ب) $(x-1)(x-\sqrt{3}) = x^2 - \sqrt{3}x - x + \sqrt{3} = x^2 - (\sqrt{3}+1)x + \sqrt{3} = B$

بطريقة أخرى:

$$B = x^2 - (1+\sqrt{3})x + \sqrt{3}$$
$$= x^2 - x - \sqrt{3}x + \sqrt{3}$$
$$= x(x-1) - \sqrt{3}(x-1)$$
$$= (x-1)(x-\sqrt{3})$$

3) أ)
$$B - A = (x-1)(x-\sqrt{3}) - (-3x+3)$$
$$= (x-1)(x-\sqrt{3}) + 3x - 3$$
$$= (x-1)(x-\sqrt{3}) + 3(x-1)$$
$$= (x-1)(x-\sqrt{3}+3).$$

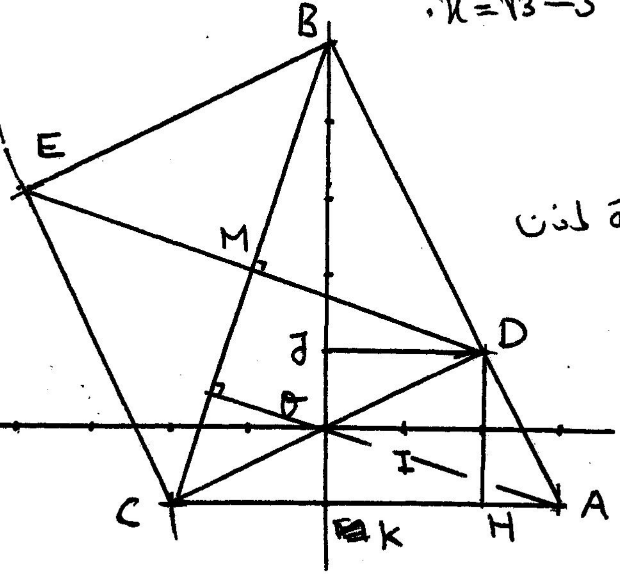
ب) $A = B$ يعني $B - A = 0$ يعني $(x-1)(x-\sqrt{3}+3) = 0$

يعني $x-1=0$ أو $x-\sqrt{3}+3=0$

يعني $x=1$ أو $x=\sqrt{3}-3$.

تمرين عدد 4:

1)



2) أ) A و C لهما نفس الترتيبة إذن $(AC) \parallel (OI)$ وبما أن $(OI) \perp (OJ)$

فإن $(AC) \perp (OJ)$

وبما أن $x_B = 0$ فإن $B \in (OJ)$

وبالتالي $(AC) \perp (OB)$

ب) لتكن K نقطة تقاطع (AC) و (OJ) إذن $K(0,-1)$

بما أن $y_K = y_A$ فإن: $AK = |x_K - x_A| = |0-3| = 3.$

بما أن $y_K = y_C$ فإن $CK = |x_K - x_C| = |0-(-2)| = 2$

بما أن $x_B = x_K$ فإن $BK = |y_K - y_B| = |-1-5| = 6$

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم ABK:

$$AB^2 = AK^2 + BK^2 = 3^2 + 6^2 = 45$$

إذن $AB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم KBC :

$BC^2 = KB^2 + KC^2 = 6^2 + 2^2 = 40$

إذن $BC = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

3) أ) $y_D = y_J = 1$ إذن $(JD) // (OI)$ وبما أن $(OJ) \perp (OI)$ فإن $(JD) \perp (OJ)$

وبالتالي BJD مثلث قائم الزاوية في J

ب) بما أن $x_B = x_J$ فإن $BJ = |y_B - y_J| = |5-1| = 4$

بما أن $y_J = y_D$ فإن $JD = |x_J - x_D| = |0-2| = 2$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم BJD :

$BD^2 = BJ^2 + JD^2 = 2^2 + 4^2 = 4+16 = 20$

إذن $BD = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

ج) * H تنتمي لـ (AC) و (AC) موازي لـ (OI) اذن $y_H = y_A = -1$

* $(DH) \perp (AC)$ و $(OJ) \perp (AC)$ اذن $(DH) // (OJ)$ وبالتالي $x_H = x_D = 2$

نستنتج أن $H(2;-1)$

$y_A = y_H = -1$ إذن $AH = |x_H - x_A| = |3-2| = 1$

* $x_D = x_H$ إذن $DH = |y_H - y_D| = |-1-1| = 2$ ،

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ADH القائم في H :

$AD^2 = AH^2 + DH^2 = 2^2 + 1 = 5$ ،

إذن $AD = \sqrt{5}$ ،

د) لدينا :

$AD + BD = \sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5} = AB$

اذن النقاط A و B و D هي على استقامة واحدة.

4) $y_C = y_H = -1$ إذن $HC = |x_C - x_H| = |-2-2| = 4$ ،

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم HDC :

$CD^2 = HD^2 + HC^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

إذن $CD = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

ب) $BD = 2\sqrt{5}$; $CD = 2\sqrt{5}$; $BC = 2\sqrt{10}$

$CD^2 + BD^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 20 + 20 = 40$

و $BC^2 = (2\sqrt{10})^2 = 4\times10 = 40$

حسب عكس مبرهنة بيتاغور نستنتج أن المثلث BCD قائم الزاوية في D.

5) أ) في المثلث ABC :

$(CD) \perp (AB)$ اذن (CD) حامل الإرتفاع الصادر من C

$(OB) \perp (AC)$ إذن (OB) تحمل الإرتفاع الصادر من B.

بما أن $C(-2,-1)$ و $D(2,1)$ فإن C و D متناظرتان بالنسبة لـ O إذن O تنتمي لـ (CD)

← (OB) و (CD) متقاطعان في O

وبالتالي O هو المركز القائم للمثلث ABC.

ب) بما أن O هو المركز القائم للمثلث ABC فإن (OA) تحمل الإرتفاع الصادر من A وبالتالي $(OA) \perp (BC)$

6) أ) $BD = BC$ و $(DE) \perp (BC)$ إذن (DE) هو الموسط العمودي لـ [BC]

← (DE) يقطع [BC] في منتصفه ، لنكن M=B*C

في المثلث MCD : $B\in(MC)$ و $E\in(MD)$ و $(EB)//(CD)$

اذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{MD}{ME}=\frac{MC}{MB}=1 .$$

اذن $M=E*D$

← $E*D=B*C$

← EBDC متوازي أضلاع ،

وبما ان $(ED)\perp(BC)$ و $\widehat{BDC}=90°$ فإن EBDC مربع

ب) $M=B*C$ ← $x_M=\frac{0+(-2)}{2}=-1$ و $y_M=\frac{5+(-1)}{2}=2$

اذن $M(-1,2)$

و $M=E*D$ ←

$x_M=\frac{x_E+x_D}{2} \longrightarrow x_E=2x_M-x_D=-2-2=-4$,

$y_M=\frac{y_E+y_D}{2} \longrightarrow y_E=2y_M-y_D=4-1=3$

أي أن $E(-4,3)$

تمرين عدد 5:

1) أ) (AE) عمودي على (AB) .

(AE) عمودي على (AD).

(AB) و (AD) مستقيمان متقاطعان ومحتويان في المستوي (ABC)

اذن (AE) عمودي على (ABC) ،

ب) بما ان $(AE)\perp(ABC)$ فإن (AE) عمودي على جميع المستقيمات المحتواة في (ABC) والمارة من A.

بما ان (AC) محتوى في (ABC) ويمر من A فإن $(AE)\perp(AC)$

والمثلث AEC قائم الزاوية في A.

ج) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم ABC :

$AC^2=AB^2+BC^2=4^2+3^2=16+9=25$

اذن $AC=\sqrt{25}=5$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم AEC:

$EC^2=AE^2+AC^2=5^2+5^2=50$

اذن $EC=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

2) أ) في المثلث AEC لدينا : $I=A*C$ و $J=E*C$

اذن (IJ) موازي لـ (AE) و $IJ=\frac{1}{2}AE=\frac{5}{2}$

ب) $(AE)\perp(ABC)$ و $(IJ)//(AE)$ اذن $(IJ)\perp(ABC)$.

توزيع النقاط:

تمرين عدد 1: $(0,75)\times4=(3)$

تمرين عدد 2:

1) أ) 0,5 + 0,5
ب) 0,5 + 0,5
ج) 0,5
2) أ) 0,5
ب) 0,25 + 0,25
ج) 0,5
د) 0,25 + 0,25

تمرين عدد 3

1) أ) 0,5
ب) 0,5
2) أ) 0,5
ب) 0,5
3) أ) 0,5
ب) 0,5

تمرين عدد 4:

1) 0,5
2) أ) 0,5
ب) 0,5
3) أ) 0,25
ب) 0,25
ج) 0,5
د) 0,5
4) أ) 0,5
ب) 0,5
5) أ) 0,5
ب) 0,5
6) أ) 0,25
ب) 0,25

تمرين عدد 5

1) أ) 1
ب) 0,5
ج) 0,5 + 0,5
2) أ) 0,5 + 0,5
ب) 0,5 .

التاسعة نموذجي 1 + 2 **مدة الاختبار: ساعتان** **أحمد بنعبدالقادر**	**اختبار تقييمي عدد 3** **في مادة الرياضيات**	**معهد ابن الجزار بقبلي** **2015 / 04**

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

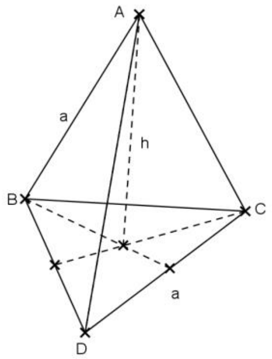
يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات، إحداها فقط صحيحة.
أنقل في كلّ مرّة، على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) العدد: 2 ....2222 حيث الرقم 2 يتكرّر 2016 مرّة، يقبل القسمة على:
أ/ 15 ب/ 12 ج/ 6

2) العدد $\left(1+\sqrt{2}\right)^{-2014}\times\left(1-\sqrt{2}\right)^{-2015}$ يساوي:
أ/ $1+\sqrt{2}$ ب/ $1-\sqrt{2}$ ج/ $-1-\sqrt{2}$

3) عدد حلول المعادلة $\sqrt{\left(x-1\right)^2}=1$ في IR هو:
أ/ 0 ب/ 1 ج/ 2

4) ABCD رباعي أوجه منتظم (قاعدته و أوجهه الجانبية على شكل مثلثات متقايسة الأضلاع) قيس حرفه a. إذن قيس إرتفاعه h يساوي
أ/ $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ب/ $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ ج/ $\frac{\sqrt{3}}{3}a$



تمرين عدد 2: (3.5 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقين $a=9+4\sqrt{5}$ و $b=9-4\sqrt{5}$

1) أ/ بيّن أنّ العدد a مقلوب العدد b
ب/ أحسب a^2 و b^2

2) أ/ بيّن أنّ $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=322$
ب/ استنتج أنّ العدد $c=\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}$ هو عدد صحيح طبيعي

3) ليكن العدد: $d=\left(a+1\right)^{-1}+\left(b+1\right)^{-1}$
أ/ بيّن أنّ $d=\frac{a+b+2}{ab+a+b+1}$
ب/ استنتج أنّ d = 1.

تمرين عدد 3: (4 نقاط)

لتكن العبارة $A=\left(\sqrt{2}+1\right)\left(x-\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)\left(x+\sqrt{2}\right)$ حيث x عدد حقيقي.

1) أ/ أنشر واختصر العبارة A لتبيّن أنّ: A = 2(x – 2).
ب/ حلّ في R المتراجحة: $A\leq\sqrt{2}-2$

2) لتكن العبارة $B=\left(2x-\sqrt{2}\right)^2+4x^2-2$ حيث x عدد حقيقي

أ/ فكّك العبارة B إلى جذاء عوامل لتبيّن أنّ $B = 4x\left(2x-\sqrt{2}\right)$

ب/ حلّ في R المعادلة B = 0 .

3) أوجد الأعداد الحقيقية x بحيث $\frac{B}{A} = -2\sqrt{2}$.

تمرين عدد 4: (5.5 نقاط)

(وحدة قيس الطول هي الصنتميتر)

1) أرسم معيّنا متعامدا في المستوي (O, I, J) حيث OI = OJ = 1. وعيّن النـــــقاط (A(3,-2 و(B(2, 2 و(C(-2, 0.

2) لتكن M و N المسقطات العمودية لـA و B على التوالي (OI).

أ/ بيّن أنّ إحداثيات M و N هي على التوالي (3, 0) و(2, 0).

ب/ استنتج أنّ: MC = 5 ; MA = 2 ; NC = 4 و NB = 2.

ج/ برهن أنّ AMBN متوازي أضلاع واستنتج إحداثيات النقطة K منتصف [AB].

د/ أحسب ثمّ رتّب تصاعديا أقيسة أضلاع المثلّث ABC.

3) أ/ بيّن أنّ $\frac{CI}{CK} = \frac{2}{3}$.

ب/ ماذا تمثّل I بالنسبة للمثلّث ABC.

4) أ/ تحقّق أنّ J هي منتصف [BC].

ب/ استنتج أنّ النقاط A و I و J هي على إستقامة واحدة.

ج/ أحسب IJ واستنتج IA.

تمرين عدد 5: (4 نقاط)

الجدول التالي يقدّم عدد أفراد كل عائلة في عيّنة مكوّنة من 50 عائلة

عدد أفراد العائلة	3	4	5	6	7
عدد العائلات	8	16	14	8	4

1) مثّل السلسة الإحصائية بمخطّط العصيات ثمّ أرسم مضلّع التكرارات.

2) أ/ حدّد منوال ومدى هذه السلسلة الإحصائيّة.

ب/ ما هو معدّل عدد أفراد العائلة الواحدة في هذه العيّنة.

ج/ حدّد موسّط هذه السلسلة الإحصائية.

3) إذا إخترنا من هذه العيّنة إحدى العائلات بصورة عشوائية. ما هو إحتمال أن يكون عدد أفرادها أكبر أو يساوي 5.

التاسعة أساسي — إصلاح الحساب الذهني عدد 3 — ابن أبي الربيعي
أحمد بن عبد القادر.

تمرين عدد 1 :

1) ج) رقم آحاد العدد هو 2 إذن لا يقبل القسمة على 5 ← لا يقبل القسمة على 15.
العدد المكون من رقمي الآحاد والعشرات هو 22 لا يقبل القسمة على 4
← العدد لا يقبل القسمة على 12.

× مجموع أرقام العدد يساوي : $2\times 2016 = 4032$ يقبل القسمة على 3.

2) ج.
$$(1+\sqrt2)^{-2014}\times(1-\sqrt2)^{-2015} = (1+\sqrt2)^{1}\times(1+\sqrt2)^{-2015}\times(1-\sqrt2)^{-2015}$$
$$= (1+\sqrt2)\left[(1+\sqrt2)\times(1-\sqrt2)\right]^{-2015}$$
$$= (1+\sqrt2)(1-2)^{-2015} = (1+\sqrt2)(-1)^{-2015} = -(1+\sqrt2)$$

3) ج. $\sqrt{(x-1)^2}=1$ يعني $|x-1|=1$ يعني $x-1=1$ أو $x-1=-1$
يعني $x=2$ أو $x=0$

4) لتكن O مركز ثقل المثلث BCD.
ب)
$OC = \frac{2}{3}\times\frac{\sqrt3}{2}\,BC = \frac{\sqrt3}{3}a.$

في المثلث AOC القائم في O :
$h^2 = AC^2 - OC^2$
$= a^2 - \left(\frac{\sqrt3}{3}a\right)^2 = \frac{2}{3}a^2 \longrightarrow h = \frac{\sqrt2}{\sqrt3}a = \frac{\sqrt6}{3}a.$

تمرين عدد 2:

1) أ) $ab = (9+4\sqrt5)(9-4\sqrt5) = 9^2-(4\sqrt5)^2 = 81-80 = 1$
إذن العدد a هو مقلوب العدد b.

ب)
$$a^2 = (9+4\sqrt5)^2 = 9^2 + 2\times4\sqrt5\times9 + (4\sqrt5)^2$$
$$= 81 + 72\sqrt5 + 80$$
$$= 161 + 72\sqrt5.$$
$$b^2 = (9-4\sqrt5)^2 = 9^2 - 2\times9\times4\sqrt5 + (4\sqrt5)^2$$
$$= 81 - 72\sqrt5 + 80$$
$$= 161 - 72\sqrt5$$

2) أ)
$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{161+72\sqrt5+161-72\sqrt5}{1} = 322$$

ب)
$$C^2 = \left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 = \frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\sqrt{\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}} = 322+2 = 324.$$
$C=\sqrt{324}=18.$ وبما أن C عدد موجب فإن
إذن C عدد صحيح طبيعي

طريقة أخرى :
$$C = \sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{a^2}{ab}}+\sqrt{\frac{b^2}{ab}}$$
$= |a|+|b| = a+b$ بما أن $9^2>(4\sqrt5)^2$ فإن b موجب
$= 9+4\sqrt5+9-4\sqrt5 = 18.$

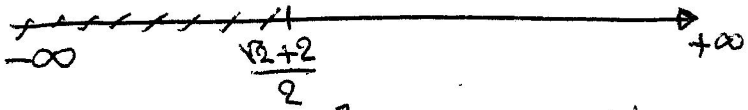
3) أ)
$$d = (a+1)^{-1}+(b+1)^{-1}$$
$$= \frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1} = \frac{b+1+a+1}{(a+1)(b+1)} = \frac{a+b+2}{ab+a+b+1}$$
ب)
$$d = \frac{9+\cancel{4\sqrt5}+9-\cancel{4\sqrt5}+2}{1+9+\cancel{4\sqrt5}+9-\cancel{4\sqrt5}+1} = \frac{20}{20} = 1.$$

تمرين عدد 3:

1) أ)
$$A = (\sqrt2+1)(x-\sqrt2)-(\sqrt2-1)(x+\sqrt2)$$
$$= (\sqrt2+1)x - \sqrt2(\sqrt2+1) - (\sqrt2-1)x - (\sqrt2-1)\times\sqrt2$$
$$= \left[\sqrt2+1-\sqrt2+1\right]x - \sqrt2(\sqrt2+1+\sqrt2-1).$$
$$= 2x-4$$
$$= 2(x-2).$$

ب) $A\leq\sqrt2-2$ يعني $2(x-2)\leq\sqrt2-2$ يعني
$x-2\leq\frac{\sqrt2-2}{2}$
يعني $x\leq\frac{\sqrt2-2}{2}+2$
يعني $x\leq\frac{\sqrt2-2+4}{2}$

يعني $x \leq \frac{\sqrt{2}+2}{2}$



إذن: $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty, \frac{\sqrt{2}+2}{2}\right]$

2) أ)

$$B = (2x-\sqrt{2})^2 + 4x^2 - 2$$
$$= (2x-\sqrt{2})^2 + (2x)^2 - (\sqrt{2})^2$$
$$= (2x-\sqrt{2})^2 + (2x-\sqrt{2})(2x+\sqrt{2})$$
$$= (2x-\sqrt{2})\left[2x-\sqrt{2}+2x+\sqrt{2}\right]$$
$$= 4x(2x-\sqrt{2}).$$

ب) $B=0$ يعني $4x(2x-\sqrt{2})=0$

يعني $2x-\sqrt{2}=0$ أو $4x=0$

يعني $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ أو $x=0$

إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{0\,;\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ج) $\frac{B}{A}=-2\sqrt{2}$ يعني $B=-2\sqrt{2}\cdot A$

يعني $4x(2x-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}\times 2(x-2)$

يعني: $8x^2-4\sqrt{2}x = -4\sqrt{2}x+8\sqrt{2}$

يعني $8x^2=8\sqrt{2}$

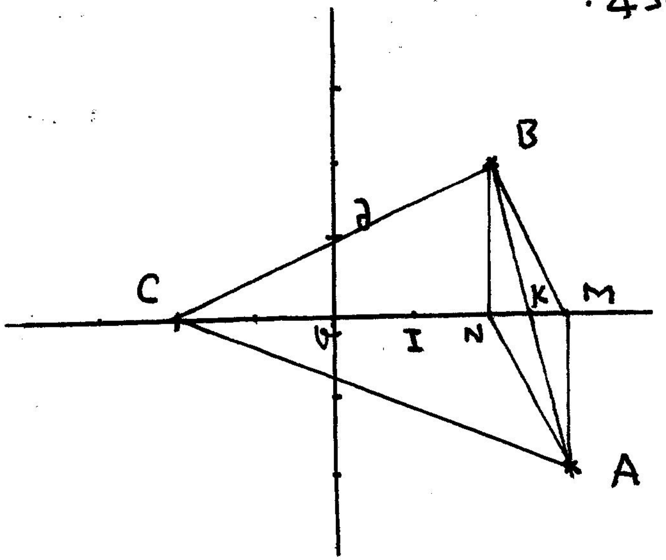
يعني $x^2=\sqrt{2}$

يعني $x=\sqrt{\sqrt{2}}$ أو $x=-\sqrt{\sqrt{2}}$

إذن: $S_{\mathbb{R}}=\left\{\sqrt{\sqrt{2}}\,;-\sqrt{\sqrt{2}}\right\}$

تمرين عدد 4:

1)



2) أ) (AM) عمودي على (OI) ← (AM) موازٍ لـ (OJ)

← $x_M=x_A=3$

وبما أن M تنتمي لـ (OI) فإن $y_M=0$

بالتالي $M(3,0)$

* (BN) عمودي على (OI) ← (BN) موازٍ لـ (OJ)

إذن $x_N=x_B=2$

وبما أن N تنتمي لـ (OI) فإن $y_N=0$

بالتالي $N(2,0)$

ب) . $y_M=y_C$ إذن: $MC=|x_M-x_C|=|3+2|=5$

. $x_A=x_M$ إذن $AM=|y_M-y_A|=|2-0|=2$

. $y_N=y_C$ إذن: $NC=|x_N-x_C|=|-2-2|=4$

. $x_N=x_B$ إذن: $NB=|y_N-y_B|=|2-0|=2$

ج. (BN) و (AM) متوازيان لأنهما عموديان على نفس المستقيم (OI).

و $MA = NB = 2$

إذن الرباعي AMBN متوازي أضلاع.

إذن $K = A * B = M * N$

$$x_K = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{3+2}{2} = 5/2$$

$$y_K = \frac{y_M + y_N}{2} = 0$$

$$\longrightarrow K\left(\frac{5}{2} ; 0\right).$$

د) * بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم BNC في N:

$$BC^2 = BN^2 + NC^2$$
$$= 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

إذن: $BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم AMC في M:

$$AC^2 = AM^2 + MC^2$$
$$= 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

إذن $AC = \sqrt{29}$.

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم BKN في N:

$$BK^2 = BN^2 + NK^2$$
$$= 2^2 + \frac{1}{2} = \frac{17}{4} \longrightarrow BK = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

وبالتالي $AB = 2 \cdot BK = \sqrt{17}$.

نستنتج أن $AC > BC > AB$

لأن $\sqrt{29} > \sqrt{20} > \sqrt{17}$

3) أ) $y_C = y_I = 0 \longleftarrow CI = |x_I - x_C| = |1+2| = 3$

$y_C = y_K = 0 \longleftarrow CK = |x_K - x_C| = \left|\frac{5}{2} + 2\right| = \frac{9}{2}$

إذن: $\frac{CI}{CK} = \frac{3}{\frac{9}{2}} = \frac{3 \times 2}{9} = \frac{2}{3}$

ب) في المثلث ABC لدينا $K = A * B$ إذن [CK] هو الموسط الصادر من C وبما أن I تنتمي لـ [CK] وتحقق $CI = \frac{2}{3} CK$ إذن I هي مركز ثقل المثلث ABC

4) أ)

$$\frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = 0 = x_J$$

و

$$\frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0+2}{2} = 1 = y_J.$$

إذن $J = B * C$.

ب) في المثلث ABC لدينا $J = B * C$ إذن [AJ] هو الموسط الصادر من A. وبما أن I هي مركز ثقل المثلث ABC فإن I تنتمي لـ [AJ]

بالتالي النقاط A و I و J هي على استقامة واحدة.

ج) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث OIJ القائم في O:

$$IJ^2 = OI^2 + OJ^2 = 1 + 1 = 2$$

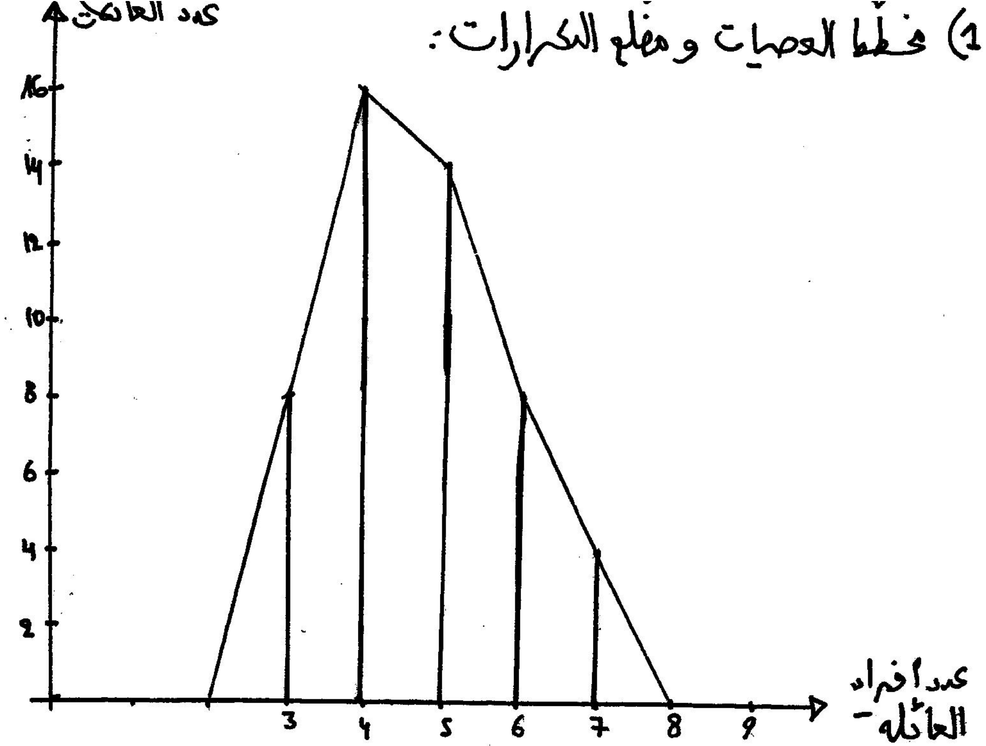
إذن $IJ = \sqrt{2}$.

* بما أن I مركز ثقل ABC و J منتصف [BC].

إذن $AI = \frac{2}{3} AJ$ و $IJ = \frac{1}{3} AJ$ بالتالي $AI = 2 IJ$
$= 2\sqrt{2}$

تمرين عدد 5:

1) مخطط العصيات ومضلع التكرارات:



2) أ) منوال هذه السلسلة الإحصائية = 4.

مدى السلسلة الإحصائية: $7 - 3 = 4$.

ب) معدل عدد أفراد العائلة الواحدة:

$$\frac{3\times8+4\times16+5\times14+6\times8+7\times4}{50} = \frac{24+64+70+48+28}{50}$$

$$= \frac{234}{50} = 4,68$$

ج) التكرار الجملي: $N = 50$ زوجي،

الرتب الوسطى: $\frac{N}{2} = 25$ و $\frac{N}{2}+1 = 26$

دوافعهما: 5 و 5

إذن موسط هذه السلسلة الإحصائية: $\frac{5+5}{2} = 5$.

3) عدد العائلات التي عدد أفرادها أكبر أو ساوي 5:

$4+8+14 = 26$

احتمال أن تكون هذه العائلة عدد أفرادها أكبر أو ساوي 5

$\frac{26}{50} = 52\%$

— توزيع النقاط —

تمرين عدد 1:

$0,75 \times 4 = 3$

تمرين عدد 2:

1) أ) 0,5
ب) 0,5 + 0,5
2) أ) 0,5
ب) 0,5
3) أ) 0,5
ب) 0,5

تمرين عدد 3:

1) أ) 1
ب) 1
2) أ) 1
ب) 0,5
3) 0,5

تمرين عدد 4: (5,5 نقاط)

1) 0,5
2) أ) 0,5
ب) 0,5
ج) 0,25 + 0,25
د) $0,25 \times 3 + 0,25 = 1$
3) أ) 0,5
ب) 0,5
4) أ) 0,5
ب) 0,5
ج) 0,25 + 0,25

تمرين عدد 5: (4 نقاط)

1) 1
2) أ) 1
ب) 0,5
ج) 0,5
3) 1

معهد ابن الجزار بقبلي 2015 / 04	اختبار تقييمي عدد 4 في مادة الرياضيات	التاسعة نموذجي 1 + 2 مدة الاختبار: ساعتان أحمد بنعبدالقادر

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة

أنقل على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له:

1) ليكن (O, I, J) معيّنا في المستوي. النقطتان $A\left(1;\sqrt{2}-1\right)$ و $B=\left(1;1-\sqrt{2}\right)$ متناظرتان بالنسبة لـ:

أ/ (OI) ب/ O ج/ I

2) ABCD مستطيل مركزه O و I منتصف [CD]. احداثيات I في المعيّن (O, A, B) هي الزوج:

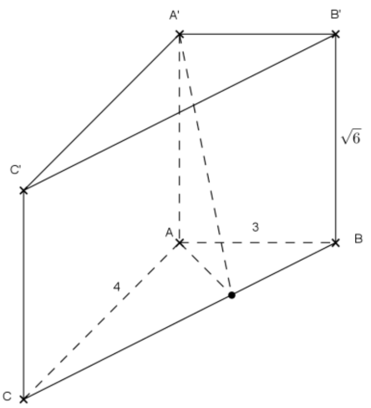
أ/ $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ ب/ $\left(-1;-1\right)$ ج/ $\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$

3) الجدول التالي يقدّم سلسلة إحصائية كمية منقطعة .

المتغيّر	10	20	30
التواتر التراكمي الصاعد بالنسبة المائوية	20%	80%	100%

المعدّل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية هو:

أ/ 20 ب/ 22 ج/ 25



4) ABCA'B'C' موشور قائم قاعدته ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث:

AB = 3 و AC = 4 وارتفاعه $AA'=\sqrt{6}$ إذا كان I منتصف [BC] فإن

قيس IA' يساوي:

أ/ $\frac{7}{2}$ ب/ $3\sqrt{5}$ ج/ $4\sqrt{5}$

تمرين عدد 2: (3.5 نقاط)

1) نعتبر العددين الحقيقيين $a=5\sqrt{2}-4\sqrt{3}$ و $b=5\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

أ/ حدّد علامة العدد a.

ب/ برهن أنّ ab = 2 و $a+b=10\sqrt{2}$ و $b-a=8\sqrt{3}$

2) ليكن العددان: $X = a^2 + b^2$ و $Y = b^2 - a^2$

استنتج من السؤال السابق أنّ: X = 196 و $Y=80\sqrt{6}$

3) ليكن العدد الحقيقي: $Z=\left(3a+2b\right)^2+\left(2a-3b\right)^2$

بين أنّ Z = 13X واستنتج القيمة العددية لـZ.

تمرين عدد 3: (3.5 نقاط)

نعتبر العبارة $A = 3x^2 + 8$ حيث x عدد حقيقي.

1) أحسب القيمة العددية للعبارة A في كلّ من الحالتين التاليتين:
أ/ $x = 0$ ب/ $x = \sqrt{2} - 1$
2) أ/ بيّن أنّ: $A - 875 = 3(x - 17)(x + 17)$
ب/ استنتج العدد الصحيح الطبيعي x بحيث $A = 875$.
3) أ/ بيّن أنّ: $A = (x - 2)^2 + x^2 + (x + 2)^2$
ب/ استنتج ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية فردية متتالية مجموع مربعاتها 875.

تمرين عدد 4: (4 نقاط)

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) أ/ أرسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A حيث $AB = 3$ و $AC = 4$.
ب/ أحسب BC.
2) الدائرة ζ التي مركزها B وشعاعها BC تقطع المستقيم (AB) في نقطتين E و F. حيث E تنتمي الى نصف المستقيم $[BA)$.
أ/ بيّن أنّ $AE = 2$ و $AF = 8$.
ب/ أحسب CF.
ج/ بيّن أنّ المثلّث EFC قائم الزاوية في C.
3) أ/ لتكن K منتصف قطعة المستقيم $[CF]$.
بيّن أنّ المستقيم (BK) موازٍ للمستقيم (EC) وأنّ $BK = \frac{1}{2}EC$.
ب/ المستقيم (BK) يقطع المستقيم (AC) في نقطة H.
بيّن أنّ النقطة H هي المركز القائم للمثلث BCF.
4) أ/ بيّن أنّ $\frac{BH}{EC} = \frac{AB}{AE}$ واستنتج أنّ $BH = \frac{3}{2}EC$.
ب/ بيّن أنّ $BH = 3BK$
5) لتكن النقطة G صورة النقطة K بالتناظر المركزي S_B.
بيّن أنّ النقطة G هي مركز ثقل المثلث HEF.

تمرين عدد 5: (4 نقاط)

يحتوي كيس على 3 كويرات تحمل الرقم 5 وكويرتين تحمل الرقم 3.

نعتبر التجربة العشوائية التالية: نقوم بسحب كويرة من الكيس، تسجيل الرقم المتحصل عليه في خانة الآحاد ودون إرجاعها نقوم بسحب كويرة ثانية وتسجيل الرقم المتحصل عليه في خانة العشرات لنتحصل على عدد مكوّن من رقمين.

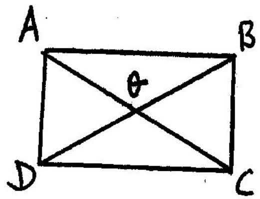
1) بإستعمال شجرة اختيارات بيّن أنّ عدد جميع الامكانيات يساوي 20.
2) ما هو احتمال أن يكون العدد المتحصل عليه قابلا للقسمة على 3.
3) ما هو احتمال أن يكون العدد المتحصّل عليه قابلا للقسمة على 5.
4) ما هو احتمال أن يكون العدد المتحصل عليه قابلا للقسمة على 15.

تمرين عدد 1:

1) ج.

$$\frac{x_A+x_B}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 = x_I$$
$$\frac{y_A+y_B}{2} = \frac{\sqrt{2}-1+1-\sqrt{2}}{2} = 0 = y_I$$
$\longrightarrow A*B=I$ معه

2) ج. في المعيّن (O,A,B) لدينا:



$C(-1,0)$
$D(0,-1)$

و $I=C*D$ إذن $I(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$.

3) أ)

x_i	10	20	30
F_i	20%	80%	100%
f_i	20%	60%	20%

$$\bar{x} = 10\times\frac{20}{100} + 20\times\frac{60}{100} + 30\times\frac{20}{100} = 2+12+6 = 20$$

4) أ) ABC قائم في A إذن حسب مبرهنة بيتاغور:
$BC^2 = 3^2+4^2 = 25 \longrightarrow BC = 5.$

ABC قائم في A و $I=B*C$ إذن:
$IA = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}.$

(AA') عمودي على (AC) وعلى (AB) إذن (AA') عمودي على (ABC) في A وبما أن (AI) محتوى في (ABC) ويمر من A إذن $(AA')\perp(AI)$ وبالتالي AIA' قائم في A

تطبيق مبرهنة بيتاغور:
$$IA'^2 = AA'^2 + AI^2$$
$$= 6 + \frac{25}{4} = \frac{49}{4} \longrightarrow IA' = \frac{7}{2}.$$

تمرين عدد 2:

1) أ) $(5\sqrt{2})^2 = 25\times2 = 50$ و $(4\sqrt{3})^2 = 16\times3 = 48$

بما أن العددين $5\sqrt{2}$ و $4\sqrt{3}$ موجبين و $(5\sqrt{2})^2 > (4\sqrt{3})^2$
فإن: $5\sqrt{2} > 4\sqrt{3}$.
إذن
$a = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$
وبالتالي a عدد موجب.

ب)
$$ab = (5\sqrt{2}-4\sqrt{3})(5\sqrt{2}+4\sqrt{3})$$
$$= (5\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{3})^2 = 50-48 = 2.$$
$$a+b = 5\sqrt{2} - \cancel{4\sqrt{3}} + 5\sqrt{2} + \cancel{4\sqrt{3}} = 10\sqrt{2}$$
$$b-a = 5\sqrt{2}+4\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

2)
$$X = a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$
$$= (10\sqrt{2})^2 - 2\times2 = 100\times2-4 = 196.$$
$$Y = b^2-a^2 = (b-a)(b+a) = 8\sqrt{3}\times10\sqrt{2} = 80\sqrt{6}.$$

3)
$$Z = (3a+2b)^2 + (2a-3b)^2$$
$$= 9a^2 + 12ab + 4b^2 + 4a^2 - 12ab + 9b^2$$
$$= 13a^2 + 13b^2$$
$$= 13(a^2+b^2)$$
$$= 13X.$$

بما أن $X=196$ فإن:
$$Z = 13\times196$$
$$= 13\times(200-4) = 2600-52 = 2548.$$

تمرين عدد 3:

1) $A = 3x^2+8.$

أ) في حالة $x=0$: $A = 3\times 0^2+8 = 0+8 = 8.$

ب) في حالة $x=\sqrt{2}-1$:
$$A = 3\times(\sqrt{2}-1)^2+8$$
$$= 3(2-2\sqrt{2}+1)+8 = 9-6\sqrt{2}+8 = 17-6\sqrt{2}.$$

2) أ)
$$A-875 = 3x^2+8-875 = 3x^2-867$$
$$= 3(x^2-289) = 3(x^2-17^2)$$
$$= 3(x-17)(x+17).$$

ب) $A=875$ يعني $A-875=0$ يعني $3(x-17)(x+17)=0$

يعني $x+17=0$ أو $x-17=0$

يعني $x=-17$ أو $x=17$.

بما أن x عدد صحيح طبيعي فإن $x=17$.

3) أ)
$$(x-2)^2+x^2+(x+2)^2$$
$$= x^2-\cancel{4x}+4+x^2+x^2+\cancel{4x}+4$$
$$= 3x^2+8$$
$$= A.$$

ب) نرمز بـ x للعدد الأوسط.

إذن العددان الآخران: $x-2$ و $x+2$

و x تحقق المعادلة $(x-2)^2+x^2+(x+2)^2=875$

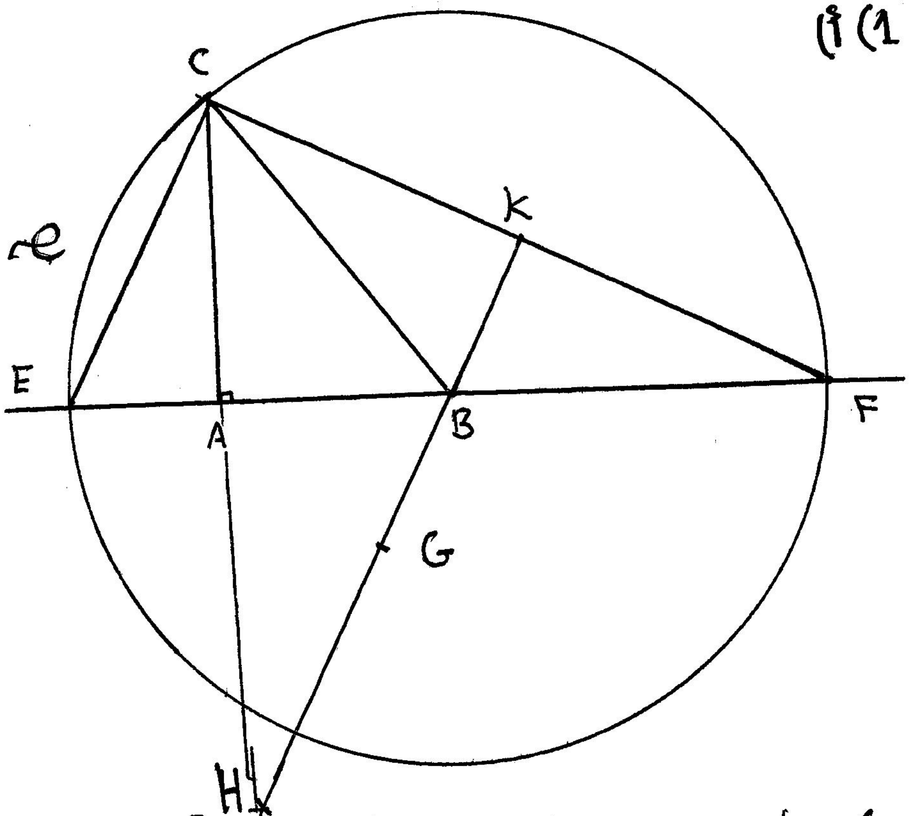
يعني $A = 875$

إذن حسب ب/2: x يساوي 17.

التحقق: $15^2+17^2+19^2=225+289+361=875$

تمرين عدد 4:

1) أ)



ب) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABC القائم في A:
$$BC^2 = AC^2+AB^2$$
$$= 4^2+3^2 = 16+9 = 25$$
إذن: $BC=\sqrt{25}=5$.

2) أ)
$$EA = BE - AB = 5-3 = 2$$
$$AF = AB+BF = 5+3 = 8$$

ب) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ACF القائم في A:

$CF^2 = AC^2 + AF^2$

$= 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$

إذن $CF = \sqrt{80} = \sqrt{16\times5} = 4\sqrt5$

ج) في المثلث ECF لدينا B تنتمي للضلع [EF] وتحقق

$BE = BF = BC$

إذن المثلث ECF قائم الزاوية في C.

ملاحظة أخرى: المثلث ECF يقبل إرتسام في الدائرة ة ص التي قطرها [EF] أحد أضلاعه إذن ECF قائم وتره [EF]

3) أ) في المثلث ECF لدينا $B = E*F$ و $K = C*F$

إذن (BK) موازٍ لـ (EC)

و $BK = \frac{1}{2} EC$.

ب) في المثلث BCF:

(BK) عمودي على (CF) إذن (BK) تحمل الإرتفاع الصادر من B

(AC) عمودي على (BF) إذن (AC) تحمل الإرتفاع الصادر من C.

إذن نقطة تقاطعهما H هي المركز القائم للمثلث BCF.

4) أ) في المثلث ABH لدينا C على (AH) و E على (AB) و

(EC) موازي لـ (BH) (عموديان على (CF))

إذن حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BH}{EC}$$

$$\longrightarrow \frac{BH}{EC} = \frac{3}{2}$$

إذن $BH = \frac{3}{2} EC$.

ب) بما أن $BK = \frac{1}{2} EC$ فإن $EC = 2BK$

إذن $BH = \frac{3}{2} \times 2BK = 3BK$.

5) لدينا $BH = 3BK$ إذن $BK = \frac{1}{3} BH$.

لدينا $G = S_B(K)$ إذن $BG = BK = \frac{1}{3} BH$

وبما أن G تنتمي لـ [BH] فإن: $HG = HB - BG$

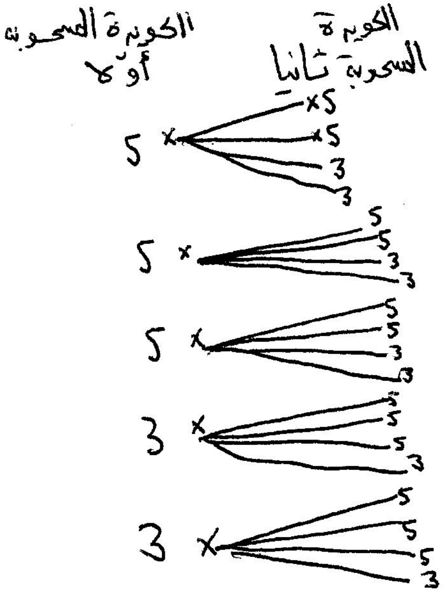
$= HB - \frac{1}{3} HB = \frac{2}{3} HB$.

⊛ في المثلث EHF لدينا $B = E*F$ إذن [BH] هو الموسط الصادر من H. و G تنتمي لـ [BH] وتحقق $HG = \frac{2}{3} HB$

إذن G هو مركز ثقل المثلث EHF.

تمرين عدد 5:

1)



باستعمال مبدأ الضرب (شجرة إختيارات)

$5 \times 4 = 20$

عدد جميع الإمكانيات يساوي 20

2) الأعداد التي يمكن تكوينها خلال هذه التجربة هي:

33 ؛ 53 ؛ 55 ؛ 35.

نتحصل على عدد يقبل القسمة على 3 في حالة أن العدد المكون 33
يعني سحب كوية تحمل رقم 3 ثم سحب كوية تحمل رقم 3

عدد الإمكانيات: $2 \times 1 = 2$

إذن الاحتمال: $\frac{2}{20} = 10\%$

3) نتحصل على عدد يقبل القسمة على 5 في حالة العددين: 35 و 55.

عدد الإمكانيات: $3\times 2 + 3\times 2 = 12$

الاحتمال: $\frac{12}{20} = 60\%$

4) جميع الأعداد 33 - 53 - 35 - 55 لا تقبل القسمة على 15
إذن تكوين عدد يقبل القسمة على 15 حادث مستحيل احتمال وقوعه 0%.

- توزيع النقاط -

تمرين عدد 1:

$0,75 \times 4 = 3$

تمرين عدد 2:

1) أ) 0,5
ب) 0,5 + 0,25 + 0,25

2) 0,5 + 0,5

3) 0,5 + 0,5

تمرين عدد 3:

1) أ) 0,5
ب) 0,5

2) أ) 1
ب) 0,5

3) أ) 0,5
ب) 0,5

تمرين عدد 4:

1) أ) 0,25
ب) 0,25

2) أ) 0,25 + 0,25
ب) 0,25
ج) 0,5

3) أ) 0,25 + 0,25
ب) 0,5

4) أ) 0,25 + 0,25
ب) 0,25

5) 0,5

تمرين عدد 5:

1) 1
2) 1
3) 1
4) 1

التاسعة نموذجي 1 + 2 **مدة الاختبار: ساعتان** **أحمد بنعبدالقادر**	**اختبار تقييمي عدد 5** **في مادة الرياضيات**	**معهد ابن الجزار بقبلي** **2015 / 04**

تمرين عدد 1 : (3 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة
أنقل على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له:

1) العدد 8b426a يقبل القسمة على 12 إذا كان:
أ/ a = 0 و b = 1 ب/ a = 2 و b = 1 ج/ a = 4 و b = 4

2) لتكن A و B نقطتان من مستقيم مدرّج فاصلتهما $1+\sqrt{2}$ و $2\sqrt{2}$ فإنّ البعد AB يساوي:
أ/ $1-\sqrt{2}$ ب/ $\sqrt{2}-1$ ج/ $1+\sqrt{2}$

3) ليكن (O, I, J) معيّنا في المستوي. والنقطة$A\left(1;\sqrt{3}-1\right)$. اذن إحداثيات النقطة B مناظرة A بالنسبة لـJ هي الزوج:
أ/ $\left(1;1-\sqrt{3}\right)$ ب/ $\left(-1,1-\sqrt{3}\right)$ ج/ $\left(-1;3-\sqrt{3}\right)$

4) الجدول التالي يقدّم سلسلة احصائية كميّة منقطعة حيث x عدد صحيح طبيعي

المتغيّر	4	6	7
التكرار	x	2	2

إذا كان المعدّل الحسابي لهذه السلسلة يساوي 5 فإنّ موسّطها يساوي
أ/ 4 ب/ 5 ج/ 6

تمرين عدد 2: (4 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين: $a=\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)-\left(1+2\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)$ و $b=\left(2+\sqrt{3}\right)^2$

1) أ/ بيّن أنّ $a=7-4\sqrt{3}$ و $b=7+4\sqrt{3}$
ب/ بيّن أنّ a مقلوب العدد b واستنتج علامة العدد a.

2) ليكن العدد الحقيقي: $c=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$
أ/ بيّن أنّ $c = (a + b)^2 - 2ab$.
ب/ استنتج القيمة العددية لـ c.

3) ليكن العدد الحقيقي: $d=\sqrt{a}+\sqrt{b}$
أ/ بيّن أنّ $d^2 = a + b + 2$.
ب/ استنتج d ثمّ $\sqrt{a}$.

تمرين عدد 3: (4 نقاط)

وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)
ليكن ABC مثلثا حيث AB = 4 ; $AC=4\sqrt{3}$ و BC = 8.

1) بيّن أنّ المثلث ABC قائم الزاوية في A.
2) لتكن M نقطة على [AB] حيث BM = x (x عدد حقيقي يحقق 0 < x < 4)

المستقيم المار من M والعمودي على (AB) يقطع (BC) في N.
أ/ أنجز الرّسم.
ب/ بيّن أنّ: $MN = \sqrt{3}.x$
ج/ لتكن a مساحة المثلث AMN. بيّن أنّ $a = \frac{\sqrt{3}}{2}x(4-x)$

3) أ/ بيّن أنّ: $2\sqrt{3} - a = \frac{\sqrt{3}}{2}(x-2)^2$
ب/ استنتج أنّ $0 < a \leq 2\sqrt{3}$

4) أ/ جد قيمة العدد x ليكون قيس مساحة المثلث AMN بالصنتمتر مربع مساويا لـ $2\sqrt{3}$
ب/ حدّد في هذه الحالة موقع النقطة M على [AB] وموقع النقطة N على [BC].

تمرين عدد 4: (4 نقاط)

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

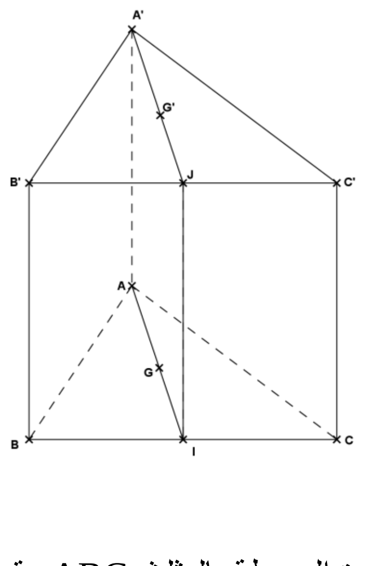
1) أ/ أرسم قطعة مستقيم [AB] حيث AB = 4.
ب/ ابن Δ الموسط العمودي لـ [AB] وعيّن O منتصف [AB] ثم نقطة C على Δ حيث OC = 3.

2) أ/ ابن D مناظرة A بالنسبة لـC.
ب/ المستقيم (OD) يقطع (BC) في G. برهن أنّ G هي مركز ثقل المثلث ABD.
ج/ (AG) يقطع (BD) في E. برهن أنّ E هي منتصف [BD].

3) أ/ برهن أنّ المستقيمين (AB) و (BD) متعامدين وأنّ BD = 6.
ب/ بيّن أنّ AE = 5 واستنتج AG و EG.

4) لتكن I نقطة تقاطع (AE) و (OC).
أ/ بيّن أنّ OECA متوازي أضلاع. واستنتج أنّ I هي منتصف [AE].
ب/ أحسب $\frac{EG}{EI}$ واستنتج أنّ G هي مركز ثقل المثلث OEC.

تمرين عدد 5 : (5 نقاط)



في الرّسم المقابل ABCA’B’C’ موشور قائم قاعدته ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس ضلعه 4 وارتفاع الموشور AA’ = 4
ليكن I منتصف [BC] و J منتصف [B’C’].
G مركز ثقل المثلث ABC و G’ مركز ثقل A’B’C’.

1) أحسب حجم الموشور ABCA’B’C’.
2) أ/ بين انIBBJ مستطيل و استنتج ان AIJA متوازي اضلاع.
ب / برهن ان (GG’) موازي ل (AA’) و ان GG’=4
3) أ/ بيّن أنّ (AA’) عمودي على (ABC) واستنتج أنّ (GG’) عمودي على (ABC).
ب/ برهن أنّ المثلث BGG’ قائم الزاوية في G وأحسب BG’.
5) أحسب حجم والمساحة الجانبية للمخروط الدائري الذي قاعدته ζ الدائرة المحيطة بالمثلث ABC وقمته G’.

- إصلاح إختبار تقييمي - عدد 5 -

تمرين عدد 1:

1) أ) يكون العدد قابلا للقسمة على 12 إذا كان يقبل القسمة على 4 وعلى 3

60 يقبل القسمة على 4 و $8+1+4+2+6+0=21$ يقبل القسمة على 3

2) ب) $AB = |x_B - x_A| = |2\sqrt{2} - (1+\sqrt{2})| = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1.$

3) ج) $B = S_J(A)$ يعني $J = A*B$ يعني $\begin{cases} x_J = 0 = \dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_J = 1 = \dfrac{y_A+y_B}{2} \end{cases}$

يعني $\begin{cases} x_B = 2\times 0 - 1 = -1 \\ y_B = 2\times 1 - (\sqrt{3}-1) = 3-\sqrt{3}. \end{cases}$

4) أ) $\bar{x} = 5$ يعني $\dfrac{4x+6\times 2+7\times 2}{x+2+2} = 5$ يعني $\dfrac{4x+26}{x+4} = 5$

يعني $4x+26 = 5x+20$ يعني $x=6$.

التكرار الجملي $N=10$ زوجي، الرتبة: $\frac{N}{2} = 5$ يوافقها 4

$\frac{N}{2}+1 = 6$ يوافقها 4

الموسط: $Me = \frac{4+4}{2} = 4$

تمرين عدد 2:

1) أ) $a = \sqrt{3}(\sqrt{3}-1) - (1+2\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$

$= 3-\sqrt{3} - (2-\sqrt{3}+4\sqrt{3}-6) = 3-\sqrt{3}-(3\sqrt{3}-4)$

$= 3-\sqrt{3}-3\sqrt{3}+4 = 7-4\sqrt{3}.$

$b = (2+\sqrt{3})^2 = 2^2 + 2\times 2\times\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 = 4+4\sqrt{3}+3$

$= 7+4\sqrt{3}.$

ب) $ab = (7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3}) = 7^2 - (4\sqrt{3})^2$

$= 49-48 = 1$

إذن العدد a هو مقلوب العدد b.

* بما أن $ab=1$ موجب و b عدد موجب إذن a عدد موجب

2) أ) $C = \dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} = \dfrac{a^2+b^2}{ab} = a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab.$

ب) $C = (a+b)^2 - 2ab = (7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3})^2 - 2\times 1$

$= 14^2 - 2 = 196-2 = 194.$

3) أ) $d^2 = (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = \sqrt{a}^2 + \sqrt{b}^2 + 2\times\sqrt{a}\sqrt{b}$

$= a+b+2\sqrt{ab} = a+b+2$

ب) $d^2 = a+b+2 = 7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}+2 = 16$

وبما أن d عدد موجب فإن: $d = \sqrt{16} = 4$

* $d = \sqrt{a}+\sqrt{b}$ إذن: $\sqrt{a} = d-\sqrt{b} = 4-\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}$

$= 4-(2+\sqrt{3}) = 2-\sqrt{3}.$

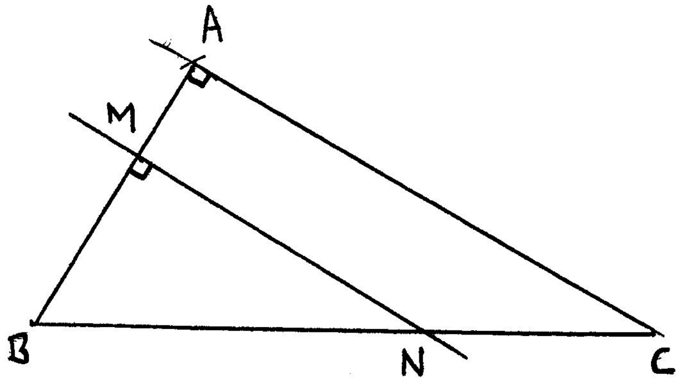
تمرين عدد 3:

1) في المثلث ABC لدينا: $BC^2 = 8^2 = 64$

و $AB^2 + AC^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2 = 16+48 = 64$

إذن لدينا: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

2) بالتالي حسب عكس مبرهنة بيتاغور ABC مثلث قائم الزاوية في A



ب) في المثلث ABC لدينا : M تنتمي لـ (AB) و N تنتمي لـ (BC)
والمستقيمان (AC) و (MN) متوازيان (لأنهما عموديان على (AB))
إذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{MN}{AC} = \frac{BM}{BA}$$

يعني $MN = 4\sqrt{3} \times \frac{x}{4}$

وبالتالي $MN = \sqrt{3} \cdot x$

ج) مساحة المثلث AMN :

$$a = \frac{1}{2} \times AM \times MN$$
$$= \frac{1}{2}(4-x) \times \sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{2}x(4-x)$$

3) أ)

$$2\sqrt{3} - a = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x(4-x)$$
$$= 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4x + \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 2\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}.$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}(x^2 - 4x + 4) = \frac{\sqrt{3}}{2}(x-2)^2.$$

ب)

$$-2 < x-2 < 2 \longleftarrow 0 < x < 4$$

$$0 \leq \frac{\sqrt{3}}{2}(x-2)^2 < 2\sqrt{3} \longleftarrow 0 \leq (x-2)^2 < 4 \longleftarrow$$

$$0 \leq 2\sqrt{3} - a < 2\sqrt{3} \longleftarrow$$

* بما أن $2\sqrt{3} - a < 2\sqrt{3}$ فإن $0 < a$
بما أن $0 \leq 2\sqrt{3} - a$ فإن $a \leq 2\sqrt{3}$
نستنتج أن $0 < a \leq 2\sqrt{3}$.

4) أ) $a = 2\sqrt{3}$ يعني $a - 2\sqrt{3} = 0$ يعني $\frac{\sqrt{3}}{2}(x-2)^2 = 0$
يعني $(x-2)^2 = 0$ يعني $x - 2 = 0$ يعني $x = 2$.

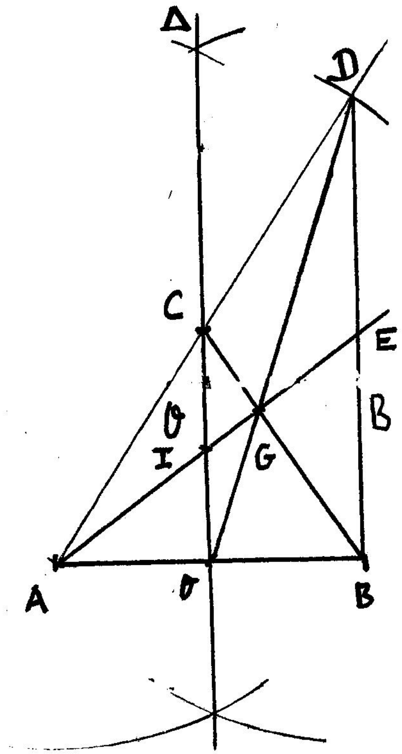
ب) $x = 2$ يعني M تنتمي لـ (AB) و $BM = \frac{AB}{2}$ إذن $M = A*B$
في المثلث ABC : $M = A*B$ و (MN) موازي لـ (AC)
إذن $N = B*C$.

تمرين عدد 4 :

1) أ)

ب)

2) أ)



ب) في المثلث ABD : $C=A*D$ $\left(D=S_C(A) \text{ لأن}\right)$

إذن $[BC]$ هو الموسط الصادر من B.

و $O=A*B$ إذن $[OD]$ هو الموسط الصادر من D.

بما أن $[BC]$ و $[OD]$ تتقاطعان في G فإن G هو مركز ثقل ABD.

ج) بما أن G هو مركز ثقل المثلث ABD فإن (AG) يقطع الضلع $[BD]$ في منتصفه وبالتالي $E=B*D$.

3) أ) في المثلث ABD لدينا $O=A*B$ و $C=A*D$.

إذن $(BD)\parallel(OC)$ ولدينا $(AB)\perp(OC)$ إذن (AB) و (BD) متعامدين

ونستنتج أيضا أن: $OC=\frac{1}{2}BD$ إذن: $BD=2\cdot OC=6$

ب) $BD=6$ و $E=B*D$ إذن $BE=3$.

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABE القائم في B:

$$AE^2=AB^2+BE^2$$
$$=4^2+3^2=16+9=25$$

إذن: $AE=\sqrt{25}=5$.

* G مركز ثقل المثلث ABD و $E=B*D$

إذن: $AG=\frac{2}{3}AE=\frac{2}{3}\times 5=\frac{10}{3}$،

و $EG=\frac{1}{3}AE=\frac{1}{3}\times 5=\frac{5}{3}$.

4) أ) في المثلث ABD : $E=B*D$ و $O=A*B$ إذن $(OE)\parallel(AD)$

و $C=A*D$ و $E=B*D$ إذن $(CE)\parallel(AB)$

بالتالي الرباعي $AOEC$ متوازي الأضلاع،

نستنتج أن $[AE]$ و $[OC]$ تتقاطعان في منتصفهما إذن $I=A*E$

ب) بما أن G مركز ثقل ABD و E منتصف $[BD]$ فإن $EG=\frac{1}{3}EA$

ولدينا $I=A*E$ إذن $EA=2EI$

بالتالي $EG=\frac{1}{3}\times 2EI \longrightarrow \frac{EG}{EI}=\frac{2}{3}$

* في المثلث OEC لدينا I منتصف $[OC]$ و G تنتمي لـ $[EI]$ وتحقق $EG=\frac{2}{3}EI$ إذن G مركز ثقل OEC.

تمرين عدد 5 :

1) حجم الموشور $ABCA'B'C'$: $V=\frac{1}{3}\mathcal{A}(ABC)\times AA'$.

المثلث ABC متقايس الأضلاع قيس ضلعه 4 إذن قيس ارتفاعه $\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$

ومساحته: $\mathcal{A}(ABC)=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$.

إذن حجم الموشور: $V=\frac{1}{3}\times 4\sqrt{3}\times 4=\frac{16}{3}\sqrt{3}$.

2) أ) لدينا $BCC'B'$ مستطيل إذن $(BC)\parallel(B'C')$ و $BC=B'C'=4$ و $C\hat{B}B'=90°$

بما أن $I=B*C$ و $J=B'*C'$ فإن:

$(BI)\parallel(B'J)$ و $BI=B'J=2$ و $I\hat{B}B'=90°$

إذن الرباعي $IBB'J$ مستطيل.

* $IBB'J$ مستطيل إذن $(IJ)\parallel(BB')$ و $IJ=BB'=4$

و $ABB'A'$ مستطيل (وجه جانبي لموشور قائم) إذن $(AA')\parallel(BB')$ و $AA'=4$

بالتالي: $(IJ)\parallel(AA')$ و $IJ=AA'$

فنستنتج أن $AIJA'$ متوازي أضلاع،

ب) G مركز ثقل ABC و $I=B*C$ إذن: $AG=\frac{2}{3}AI$.

G' مركز ثقل $A'B'C'$ و $J=B'*C'$ إذن $A'G'=\frac{2}{3}A'J$

AIJA' متوازي أضلاع إذن $(AG) \parallel (A'G')$ و $AG = A'G'$

وبالتالي $AGG'A'$ متوازي أضلاع

وبالتالي (GG') موازي لـ (AA') و $GG' = AA' = 4$

3) أ) $(AA') \perp (AB)$ لأن $ABB'A'$ مستطيل

$(AA') \perp (AC)$ لأن $ACC'A'$ مستطيل

إذن (AA') عمودي على مستقيمين متقاطعين ومحتويين في المستوي (ABC) وبالتالي (AA') عمودي على (ABC)

* لدينا $(AA') \perp (ABC)$ و $(AA') \parallel (GG')$ إذن $(GG') \perp (ABC)$.

ب) (GG') عمودي على (ABC) في G و (BG) محتوى في (ABC) ويمر من G

إذن (GG') عمودي على (BG)

وبالتالي المثلث BGG' قائم الزاوية في G،

بتطبيق مبرهنة بيتاغور:

$$BG'^2 = BG^2 + GG'^2$$
$$= \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 + 4^2$$
$$= \frac{16}{3} + 16 = 16 \times \frac{4}{3}$$

$$BG = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

إذن:

$$BG' = \sqrt{16 \times \frac{4}{3}} = 4 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

5) شعاع قاعدة المخروط: $R = GB = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

ارتفاع المخروط: $h = GG' = 4$.

حد المخروط: $g = BG' = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

إذن المساحة الجانبية للمخروط:

$$L = \pi R g = \pi \times \frac{4}{\sqrt{3}} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{32}{3}\pi.$$

* حجم المخروط:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \times \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 \times 4 = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{16}{3} \times 4.$$

$$\longrightarrow V = \frac{64}{9}\pi.$$

— توزيع النقاط —

تمرين عدد 1:

$0,75 \times 4 = 3$

تمرين عدد 2:

1) أ) $0,5 + 0,5$

ب) $0,5 + 0,5$

2) أ) $0,5$

ب) $0,5$

3) أ) $0,5$

ب) $0,125 + 0,25$

تمرين عدد 3:

1) $0,5$

2) أ) $0,5$

ب) $0,5$

ج) $0,5$

3) أ) $0,5$

ب) $0,5$

4) أ) $0,5$

ب) $0,125 + 0,125$

تمرين عدد 4:

1) أ) $0,125$

ب) $0,125$

2) أ) $0,125$

ب) $0,5$

ج) $0,5$

3) أ) $0,125 + 0,125$

ب) $0,125 \times 3 = 0,75$

4) أ) $0,125 + 0,125$

ب) $0,125 + 0,125$

تمرين عدد 5:

1) $0,5$

2) أ) $0,5 + 0,5$

ب) $0,5$

3) أ) $0,5 + 0,5$

ب) $0,5 + 0,5$

4) $0,5 + 0,5$

التاسعة نموذجي 1 + 2 **مدة الاختبار: ساعتان** **أحمد بنعبدالقادر**	**اختبار تقييمي عدد 6** **في مادة الرياضيات**	**معهد ابن الجزار بقبلي** **2015 / 04**

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

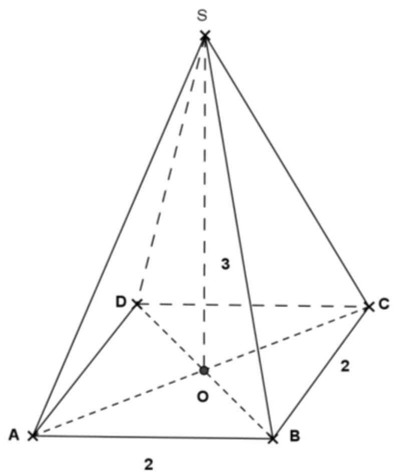
يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة
أنقل على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له:

1) العدد 111321222 يقبل القسمة على:
أ/ 15 ب/ 12 ج/ 6

2) في بطولة مكونة من أربع فرق، كل فريقين يتقابلان مرّة واحدة. إذن عدد المباريات التي سيتمّ إجراءها في هذه البطولة هو:
أ/ 12 ب/ 8 ج/ 6

3) الرقم الذي رتبته100 بعد الفاصل في الكتابة العشرية الدورية للعدد $\frac{69}{37}$ هو
أ/ 8 ب/ 6 ج/ 4

4) SABCD هرم منتظم قاعدته ABCD مربع ضلعه 2. وارتفاعه 3. إذن قيس حرفه SA يساوي:
أ/ $\sqrt{11}$ ب/ $\sqrt{13}$ ج/ $\sqrt{17}$



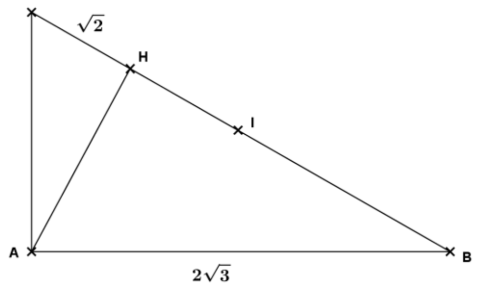
تمرين عدد 2: (5 نقاط)

1) نعتبر العددين الحقيقيين: $a=\left(3+\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)+\left(3+\sqrt{2}\right)^2$ و $b=\left(\sqrt{5}+2\right)^2+\left(\sqrt{5}-1\right)^2$
أ/ بيّن أنّ $a=15+5\sqrt{2}$ و $b=15+2\sqrt{5}$
ب/ قارن $5\sqrt{2}$ و $2\sqrt{5}$ واستنتج مقارنة a و b.

2) نعتبر العددين الحقيقيين: $c=8-2\sqrt{7}$ و $d=6-2\sqrt{5}$
أ/ بيّن أنّ $c-d=2\left(1+\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)$
ب/ قارن العددين $\left(1+\sqrt{5}\right)^2$ و $\left(\sqrt{7}\right)^2$ واستنتج مقارنة العددين c و d.
ج/ بيّن أنّ $c=\left(\sqrt{7}-1\right)^2$ و $d=\left(\sqrt{5}-1\right)^2$ واستنتج مقارنة c وd بطريقة أخرى.

تمرين عدد 3: (4 نقاط)

وحدة قيس الطول هي الصنتمتر
في الرسم المقابل لدينا:
- ABC مثلث قائم في A .
- H المسقط العمودي للنقطة A على (BC).
- $AB=2\sqrt{3}$ و $CH=\sqrt{2}x$ و $BH=x$ (حيث x عدد حقيقي موجب)



1) بيّن أنّ: $AH^2=\sqrt{2}x$ و $AH^2=12-x^2$

2) استنتج أنّ العدد x هو حلّ للمعادلة: $x^2+\sqrt{2}x-12=0$

3) أ/ بيّن أنّ $x^2+\sqrt{2}x-12=\left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2$

ب/ حلّ في IR المعادلة: $x^2+\sqrt{2}x-12=0$

4) استنتج BH وأحسب AC.

تمرين عدد 4: (4 نقاط)

1) أرسم معيّنا متعامدا في المستوي (O, I, J) حيث OI = OJ = 1
وعيّن النقاط A(5, 0) و B(1, 2).

2) أ/ بيّن أنّ المثلث OIB قائم الزاوية في I واستنتج أنّ $OB=\sqrt{5}$.

ب/ برهن أنّ $AB=2\sqrt{5}$

ج/ برهن أن المثلث OAB قائم الزاوية في B.

3) المستقيم الموازي لـ(OB) والمار من I يقطع (AB) في M.

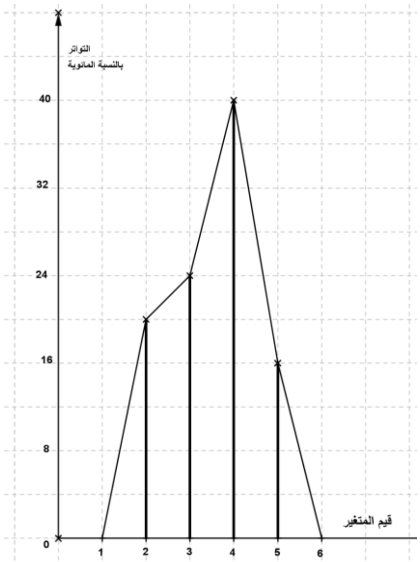
أ/ بيّن أنّ $\frac{AM}{AB}=\frac{IM}{OB}=\frac{4}{5}$

ب/ استنتج IM و BM.

ج/ جد نسبة مساحة شبه المنحرف OIMB من مساحة المثلث OAB.

تمرين عدد 5: (4 نقاط)

الرسم البياني المقابل يمثّل مضلّع التواترات لسلسلة إحصائية كمية منقطعة.



1) حدّد منوال ومدى هذه السلسلة الإحصائية.

2) أنقل وأتمم الجدول التالي إذا علمت أنّ التكرار الجملي يساوي 25.

قيم المتغير	2			
التواتر (%)	20			
التكرار	5			

3) أحسب المعدّل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية.

4) حدّد موسّط هذه السلسلة الإحصائيّة.

تمرين عدد 1 :

1) ج. العدد 111321222 x يقبل القسمة على 5 و x على 4
إذن x يقبل القسمة على 15 و x على 12.

2) ج. عدد المباريات 6. الفرق: A - B - C و D
المباريات: $\{A,B\}$; $\{A,C\}$; $\{A,D\}$; $\{B,C\}$; $\{B,D\}$ و $\{C,D\}$.

3) أ)
$$\frac{69}{37} = 1,\underline{\overset{123}{864}}$$

$$\begin{array}{r|l} 69 & 37 \\ \hline 37 & 1,864 \\ 320 & \\ 296 & \\ 240 & \\ 222 & \\ 180 & \\ 148 & \\ 320 & \end{array}$$

الرقم الذي رتبته 100:
$$\begin{array}{r|l} 100 & 3 \\ \hline 01 & 33 \end{array}$$
هو 8.

4) أ) شعاع الدائرة المحيطة بالقاعدة:
$$R = OA = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$
إذن
$$SA = \sqrt{R^2+h^2} = \sqrt{2+9} = \sqrt{11}.$$

تمرين عدد 2 :

1) أ)
$$a = (3+\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) + (3+\sqrt{2})^2$$
$$= (3+\sqrt{2})\left[2-\sqrt{2}+3+\sqrt{2}\right]$$
$$= (3+\sqrt{2}) \times 5$$
$$= 15+5\sqrt{2}$$
$$b = (\sqrt{5}+2)^2 + (\sqrt{5}-1)^2$$
$$= 5+4\sqrt{5}+4+5-2\sqrt{5}+1$$
$$= 15+2\sqrt{5}.$$

ب) $(5\sqrt{2})^2 = 25\times 2 = 50$ و $(2\sqrt{5})^2 = 4\times 5 = 20$
بما أن $(5\sqrt{2})^2 > (2\sqrt{5})^2$ والعددان $2\sqrt{5}$ و $5\sqrt{2}$ موجبان
فإن $5\sqrt{2} > 2\sqrt{5}$
وبالتالي $15+5\sqrt{2} > 15+2\sqrt{5}$
إذن $a > b$

2) أ)
$$c-d = 8-2\sqrt{7}-(6-2\sqrt{5})$$
$$= 8-2\sqrt{7}-6+2\sqrt{5} = 2-2\sqrt{7}+2\sqrt{5}$$
$$= 2(1+\sqrt{5}-\sqrt{7}).$$

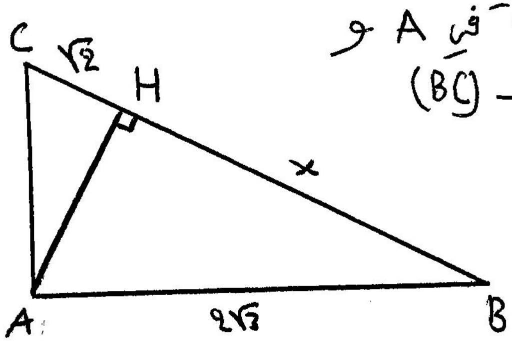
ب) $(1+\sqrt{5})^2 = 6+2\sqrt{5}$ و $(\sqrt{7})^2 = 7$
$$(1+\sqrt{5})^2 - (\sqrt{7})^2 = 6+2\sqrt{5}-7 = 2\sqrt{5}-1 > 0$$
إذن $(1+\sqrt{5})^2 > (\sqrt{7})^2$
وبما أن $\sqrt{7}$ و $1+\sqrt{5}$ موجبان فإن $1+\sqrt{5} > \sqrt{7}$
نستنتج أن $1+\sqrt{5}-\sqrt{7} > 0$
وبالتالي
$$c-d = 2(1+\sqrt{5}-\sqrt{7}) > 0$$
أي أن: $c > d$

ج)
$$(\sqrt{7}-1)^2 = 7-2\sqrt{7}+1 = 8-2\sqrt{7} = c$$
و $(\sqrt{5}-1)^2 = 5-2\sqrt{5}+1 = 6-2\sqrt{5} = d$

$$7>5 \longrightarrow \sqrt{7}>\sqrt{5} \longrightarrow \sqrt{7}-1>\sqrt{5}-1$$
$$\longrightarrow (\sqrt{7}-1)^2 > (\sqrt{5}-1)^2$$
إذن $c > d$.

تمرين عدد 3:

1) المثلث ABC قائم الزاوية في A و H المسقط العمودي لـ A على (BC)



إذن $AH^2 = BH \times CH$
$= \sqrt{2} \cdot x.$

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABH القائم في H:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = (2\sqrt{3})^2 - x^2 = 12 - x^2.$$

لدينا $AH^2 = \sqrt{2}\,x$ و $AH^2 = 12 - x^2$

إذن $12 - x^2 = \sqrt{2}\,x$

يعني $x^2 + \sqrt{2}\,x - 12 = 0$

3) أ)

$$\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = x^2 + \sqrt{2}x + \frac{2}{4} - \frac{50}{4} = x^2 + \sqrt{2}\,x - 12$$

ب) $x^2 + \sqrt{2}\,x - 12 = 0$

يعني $\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0$

يعني $\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

يعني $(x - 2\sqrt{2})(x + 3\sqrt{2}) = 0$

يعني $x + 3\sqrt{2} = 0$ أو $x - 2\sqrt{2} = 0$

يعني $x = -3\sqrt{2}$ أو $x = 2\sqrt{2}$

$S_{\mathbb{R}} = \{2\sqrt{2} ; -3\sqrt{2}\}.$

4) بما أن $BH = x$ حل المعادلة $x^2 + \sqrt{2}\,x - 12 = 0$

وحلول المعادلة هي $-3\sqrt{2}$ و $2\sqrt{2}$

وبما أن $BH > 0$ فإن $BH = 2\sqrt{2}$.

* $BC = BH + CH = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

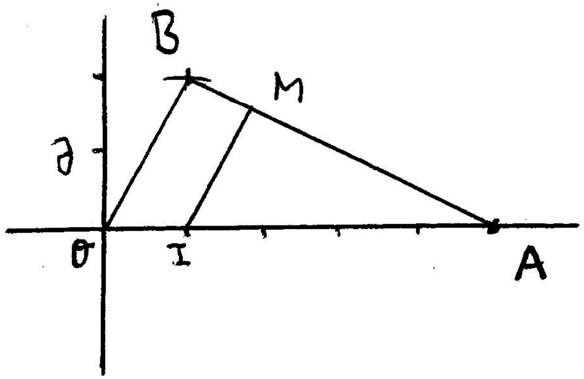
بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABC:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 18 - 12 = 6$$

إذن $AC = \sqrt{6}$.

تمرين عدد 4:

1)



2) أ) I و B لهما نفس الفاصلة إذن $(IB) \parallel (OJ)$

وبما أن $(OJ) \perp (OI)$ فإن $(IB) \perp (OI)$

وبالتالي المثلث OIB قائم الزاوية في I.

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث OIB القائم في I

$$OB^2 = OI^2 + IB^2$$
$$= 1^2 + 2^2 = 5$$

إذن

$$OB = \sqrt{5}$$

ب) بما أن (IB) عمودي على (OI) و A تنتمي لـ (OI)

فإن المثلث IAB قائم الزاوية في I.

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث AIB :

$$AB^2 = IA^2 + IB^2$$
$$= 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

إذن

$$AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

ج) في المثلث OAB لدينا :

$$OA^2 = 5^2 = 25.$$

و

$$OB^2 + AB^2 = (\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2$$
$$= 5 + 20$$
$$= 25$$
$$= OA^2$$

إذن حسب عكس مبرهنة بيتاغور فإن المثلث OAB قائم الزاوية في B.

3) أ) في المثلث OAB لدينا : I على (OA) و M على (AB) و (OB) موازي لـ (IM) إذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{IM}{OB} = \frac{AI}{AO}.$$

بما أن $\frac{AI}{AO} = \frac{4}{5}$ إذن $\frac{AM}{AB} = \frac{IM}{OB} = \frac{4}{5}$.

ب) $\frac{AM}{AB} = \frac{4}{5}$ إذن $AM = \frac{4}{5} AB$

$$= \frac{4}{5} \times 2\sqrt{5} = \frac{8}{5}\sqrt{5}.$$

وبالتالي $BM = AB - AM = 2\sqrt{5} - \frac{8}{5}\sqrt{5} = \frac{2}{5}\sqrt{5}.$

* $\frac{IM}{OB} = \frac{4}{5}$ إذن $IM = \frac{4}{5} OB = \frac{4}{5}\sqrt{5}$

ج) مساحة شبه المنحرف $OIMB$:

$$\frac{1}{2}(IM + OB) \cdot BM = \frac{1}{2} \; \frac{2}{5}\sqrt{5} \times \left(\frac{4}{5}\sqrt{5} + \sqrt{5}\right)$$
$$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{5} \times \cancel{\sqrt{5}} \times \frac{9}{\cancel{5}}\cancel{\sqrt{5}} = \frac{9}{5}.$$

* مساحة المثلث AOB :

$$\frac{1}{2} OB \times AB = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 5.$$

* نسبة مساحة شبه المنحرف $OIMB$ من مساحة المثلث AOB :

$$\frac{\frac{9}{5}}{5} = \frac{9}{25} = 36\%$$

التاسعة نموذجي 1 + 2 مدة الاختبار: ساعتان أحمد بنعبدالقادر	اختبار تقييمي عدد 7 في مادة الرياضيات	معهد ابن الجزار بقبلي 2015 / 04

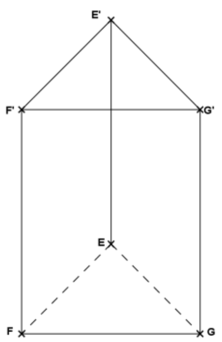
تمرين عدد 1: (3 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة
أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له:

1) إذا كان باقي قسمة العدد الصحيح الطبيعي a على 6 يساوي 5 فإنّ باقي قسمة a^2 على 12 يساوي
أ/ 1 ب/ 5 ج/ 11
2) مجموعة حلول المتراجحة $-2x + 3 < 8 - x$ في R هي:
أ/ $]-\infty,-5[$ ب/ $]-\infty,-5]$ ج/ $]5,+\infty[$
3) x عدد حقيقي حيث $-3 < x < 2$ إذن مدى حصر x^2 هو:
أ/ 4 ب/ 5 ج/ 9
4) 1,41 هي قيمة نقرسة بالنقصان لـ $\sqrt{2}$ وبتقريب 0,01. إذن قيمة تقرسه بالنقصان لـ $-\sqrt{2}$ وبتقريب 0,01 هي :
أ/ -1,40 ب/ -1,41 ج/ -1,42

تمرين عدد 2: (5 نقاط)

1) نعتبر العددين الحقيقيين: $a = 2\left(\sqrt{5}+1\right)^2 + \left(\sqrt{5}+2\right)^2$ و $b = \left(\sqrt{5}-1\right)^2 + \left(\sqrt{5}-2\right)^2 + \left(\sqrt{5}+1\right)^2$



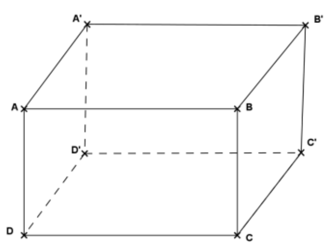
أ/ بيّن أنّ $a = \left(\sqrt{5}+4\right)^2$ و $b = \left(2\sqrt{5}-1\right)^2$

ب/ برهن أنّ $a - b = 12\sqrt{5}$ واستنتج مقارنة a و b

2) أ/ في الرّسم المقابل: EFGE'F'G' موشور قائم قاعدته EFG على شكل مثلث قائم الزاوية في E حيث: $EF = EG = \sqrt{5}+1$

وارتفاعه $EE' = \sqrt{5}+2$

بيّن أنّ: $FG' = 4+\sqrt{5}$.



ب/ في الرّسم المقابل ABCDA'B'C'D' متوازي مستطيلات

حيث: $AB = \sqrt{5}+1$ ، $AD = \sqrt{5}-2$ و $AA' = \sqrt{5}-1$

برهن أنّ $AC' = 2\sqrt{5}-1$

ج/ أحسب حجم كلّ من الموشور EFGE'F'G' ومتوازي المستطيلات ABCDA'B'C'D'.

تمرين عدد 3: (4 نقاط)

1) نعتبر العبارة: $A = -3(x + 1) - 5(x - 1)$ حيث x عدد حقيقي.
أ/ بيّن أنّ $A = -8x + 2$.
ب/ أحسب القيمة العددية للعبارة A في كلّ من الحالتين التاليتين $x = 0$ و $x = \frac{1}{4}$.

2) لتكن العبارة: $B = 16x^2 - 1$ حيث x عدد حقيقي.
أ/ بيّن أنّ $B = (4x - 1)(4x + 1)$.
ب/ برهن أنّ $B - A = (4x - 1)(3 + 4x)$.
ج/ حلّ في R المعادلة $A = B$.

تمرين عدد 4: (4 نقاط)

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) أ/ أرسم معيّنا متعامدا في المستوي (O, I, J) حيث $OI = OJ = 1$.
ب/ عيّن النّقاط $A(2, 0)$ ، $B(4, 0)$ ، $C(0, 2)$ و $D(0, 4)$

2) الهدف في هذا السؤال حساب إحداثيات النقطة G تقاطع (AD) و (BC).
أ/ بيّن أنّ A هي منتصف [OB] وأنّ C هي منتصف[OD].
ب/ استنتج أنّ G هي مركز ثقل المثلث OBD.
ج/ لتكن M المسقط العمودي لـG على (OI).
بيّن أنّ : $\frac{BM}{BO} = \frac{GM}{OC} = \frac{2}{3}$.
د/ أحسب إذن BM و GM واستنتج إحداثيات G.

تمرين عدد 5 : (4 نقاط)

الجدول التالي يقدّم توزيع عيّنة مكوّنة من 100 شخص حسب زمرة الدم (groupe sangain).

المتغير: زمرة الدم	A	B	AB	O
التكرار: عدد الأفراد	30	20	5	45

1) مثّل هذه السلسلة الإحصائية بمخطط دائري.
2) نختار بصورة عشوائية، من هذه العيّنة أحد الأفراد ليتبرّع بالدم لفائدة فرد ثان من نفس هذه العيّنة.
أ/ جد باستعمال مبدأ الضرب، عدد الأزواج الممكن تكوينها.
ب/ ما هو إحتمال أن تكون زمرة دم المتبرع A وزمرة دم المتلقي B.
ج/ ما هو إحتمال أن يكون للفردين نفس زمرة الدم.

تمرين عدد 1:

1) أ) $a=6k+5$ إذن $a^2=(6k+5)^2=36k^2+60k+25$

$=12(3k^2+5k+2)+1$.

إذن باقي قسمة a^2 على 12 يساوي 1.

2) أ) $-2x+3<8-x$ يعني $-5<x$

$S_{\mathbb{R}}=]-\infty,-5[$

3) ج. $-3<x<2$ إذن $0\leq x^2<9$

مدى حصر x^2: $9-0=9$

4) ج. $1,41<\sqrt{2}<1,42$ إذن $-1,42<-\sqrt{2}<-1,41$.

تمرين عدد 2:

1) أ)

$a=2(\sqrt{5}+1)^2+(\sqrt{5}+2)^2$

$=2(6+2\sqrt{5})+(9+4\sqrt{5})$

$=12+4\sqrt{5}+9+4\sqrt{5}$

$=21+8\sqrt{5}$.

من جهة أخرى: $(\sqrt{5}+4)^2=5+16+8\sqrt{5}=21+8\sqrt{5}$

إذن: $a=(\sqrt{5}+4)^2$

* $b=(\sqrt{5}-1)^2+(\sqrt{5}-2)^2+(\sqrt{5}+1)^2$

$=6-2\sqrt{5}+9-4\sqrt{5}+6+2\sqrt{5}$

$=21-4\sqrt{5}$.

من جهة أخرى:

$(2\sqrt{5}-1)^2=(2\sqrt{5})^2-2\times2\sqrt{5}\times1+1$

$=20-4\sqrt{5}+1$

$=21-4\sqrt{5}$.

إذن: $b=(2\sqrt{5}-1)^2$.

ب) $a-b=(\sqrt{5}+4)^2-(2\sqrt{5}-1)^2$

$=(\sqrt{5}+4-2\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+4+2\sqrt{5}-1)$

$=(5-\sqrt{5})(3+3\sqrt{5})$

$=\sqrt{5}\times(\sqrt{5}-1)\times3(\cancel{1}\sqrt{5}+1)$

$=3\sqrt{5}\times(5-1)=12\sqrt{5}$.

بما أن $a-b>0$ فإن $a>b$.

3) أ) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث EFG القائم في E:

$FG^2=EF^2+EG^2$

$=2(\sqrt{5}+1)^2$.

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث FGG' القائم في G:

$FG'^2=FG^2+GG'^2$

$=2(\sqrt{5}+1)^2+(\sqrt{5}+2)^2$

$=a$

$=(\sqrt{5}+4)^2$

إذن $FG'=\sqrt{5}+4$.

ب) $[AC']$ قطر لمتوازي المستطيلات $ABCDA'B'C'D'$ اذن:

$$AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$$
$$= (\sqrt{5}-1)^2 + (\sqrt{5}-2)^2 + (\sqrt{5}+1)^2$$
$$= b$$
$$= (2\sqrt{5}-1)^2$$

اذن $AC' = 2\sqrt{5} - 1$

ج) حجم الموشور $EFGE'F'G'$:

$$V_1 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} EF \times EG\right) \cdot EE'$$
$$= \frac{1}{6}(\sqrt{5}+1)^2 \cdot (\sqrt{5}+2)$$
$$= \frac{1}{6}(6+2\sqrt{5}) \times (\sqrt{5}+2)$$
$$= \frac{1}{3}(3+\sqrt{5}) \times (\sqrt{5}+2) = \frac{1}{3}(3\sqrt{5}+6+5+2\sqrt{5})$$
$$= \frac{1}{3}(11+5\sqrt{5}).$$

حجم متوازي المستطيلات $ABCDA'B'C'D'$:

$$V_2 = AA' \times AD \times AB$$
$$= (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-2)$$
$$= (5-1)(\sqrt{5}-2)$$
$$= 4(\sqrt{5}-2).$$

تمرين عدد 3:

1) أ)

$$A = -3(x+1) - 5(x-1)$$
$$= -3x - 3 - 5x + 5$$
$$= -8x + 2.$$

ب) في حالة $x=0$:

$$A = -8\times 0 + 2 = 0 + 2 = 2$$

في حالة $x = \frac{1}{4}$

$$A = -8 \times \frac{1}{4} + 2 = -2 + 2 = 0$$

2) أ)

$$B = 16x^2 - 1 = (4x)^2 - 1^2$$
$$= (4x+1)(4x-1).$$

ب)

$$B - A = (4x-1)(4x+1) - (-8x+2)$$
$$= (4x-1)(4x+1) + 8x - 2$$
$$= (4x-1)(4x+1) + 2(4x-1)$$
$$= (4x-1)(4x+1+2)$$
$$= (4x-1)(4x+3).$$

ج) $A = B$ يعني $B - A = 0$

يعني $(4x-1)(4x+3) = 0$

يعني $4x+3=0$ أو $4x-1=0$

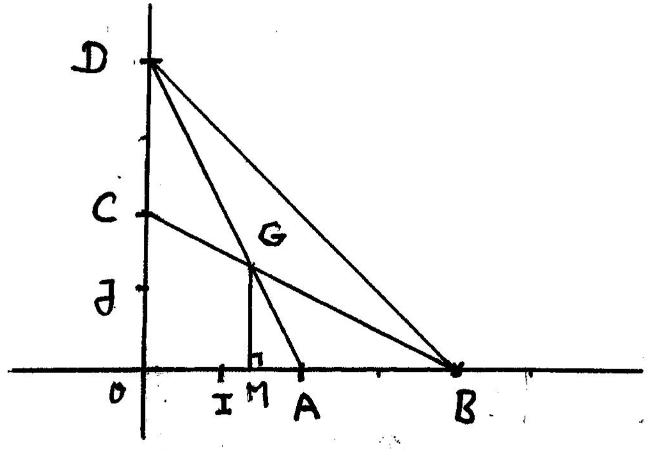
يعني $x = -\frac{3}{4}$ أو $x = 1/4$

اذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{3}{4} ; \frac{1}{4}\right\}$

تمرين عدد 4:

1) أ)

ب)



2) أ)

$\frac{x_O+x_B}{2}=\frac{0+4}{2}=2=x_A$

$\frac{y_O+y_B}{2}=0=y_A$ $\longrightarrow$ $A=O*B$.

$\frac{x_O+x_D}{2}=\frac{0+0}{2}=0=x_C$

$\frac{y_O+y_D}{2}=\frac{0+4}{2}=2=y_C$ $\longrightarrow$ $C=O*D$.

ب) في المثلث OBD لدينا: $A=O*B$ إذن $[DA)$ هو الموسط الصادر من D.

و $C=O*D$ إذن $[BC]$ هو الموسط الصادر من B.

بما أن $[AD]$ و $[BC]$ يتقاطعان في G فإن G هو مركز ثقل المثلث OBD.

ج) بما أن $(GM)\perp(OI)$ و $(OJ)\perp(OI)$ فإن $(GM)\parallel(OJ)$

في المثلث OBC لدينا: M تنتمي (OB) و G تنتمي (BC)

و $(GM)\parallel(OC)$ إذن حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{BM}{BO}=\frac{GM}{OC}=\frac{BG}{BC},$$

بما أن G هو مركز ثقل المثلث OBD و $[BC]$ هو الموسط الصادر من B فإن $BG=\frac{2}{3}BC$

إذن

$$\frac{BM}{BO}=\frac{GM}{OC}=\frac{2}{3}.$$

د) $\frac{BM}{BO}=\frac{2}{3}$ إذن $BM=\frac{2}{3}BO=\frac{2}{3}\times 4=\frac{8}{3}$.

$\frac{GM}{OC}=\frac{2}{3}$ إذن $GM=\frac{2}{3}OC=\frac{2}{3}\times 2=\frac{4}{3}$،

نستنتج:

$OM=OB-BM=4-\frac{8}{3}=\frac{4}{3}$.

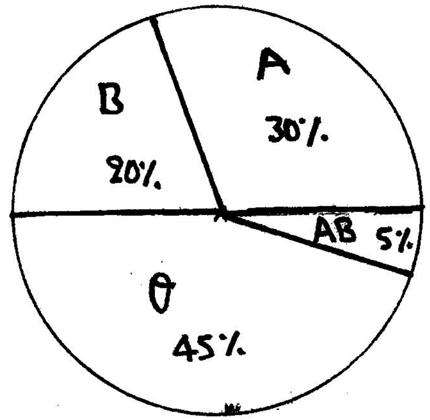
وبالتالي $G\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$.

تمرين عدد 5:

1)

المتغير x_i	A	B	AB	O
التكرار n_i	30	20	5	45
التواتر f_i	30%	20%	5%	45%
زاوية القطاع الدائري α_i	108°	72°	18°	162°

$$\alpha_i=f_i\times 360=\frac{n_i}{N}\times 360^\circ$$



٤) أ) الفرد الأول: 100 إمكانية

الفرد الثاني: 99 إمكانية

باستعمال مبدأ الضرب عدد الإمكانيات (عدد الأزواج الممكن تكوينها) يساوي

$100 \times 99 = 9900$

ب) عدد الإمكانيات أن تكون زمرة دم المتبرع A وزمرة دم المتلقي B:

$30 \times 20 = 600$

الاحتمال: $\frac{600}{9900} = \frac{2}{33} \simeq 6\%$

ج) عدد الامكانيات أن يكونا من نفس الزمرة:

A : 30×29

B : 20×19

O : 45×44

AB : 5×4.

لاحتمال أن يكون المتبرع والمتلقي لهما نفس زمرة الدم:

$$\frac{30\times29 + 20\times19 + 45\times44 + 5\times4}{9900} = \frac{3250}{9900} \simeq 32,8\%$$

توزيع النقاط:

تمرين عدد 1: $0,75 \times 4 = 3$

تمرين عدد 2:

1) أ) 1 + 1

ب) 0,5 + 0,5

2) أ) 0,5

ب) 0,5

ج) 0,5 + 0,5

تمرين عدد 3:

1) أ) 1

ب) 0,5 + 0,5

2) أ) 1

ب) 0,5

ج) 0,5

تمرين عدد 4:

1) أ) 0,5

ب) 0,5

2) أ) 0,25 + 0,25

ب) 1

ج) 1

د) 0,25 + 0,25

تمرين عدد 5:

1) 1

2) أ) 1

ب) 1

ج) 1.

التاسعة نموذجي 1 + 2 مدة الاختبار: ساعتان أحمد بنعبدالقادر	اختبار تقييمي عدد 8 في مادة الرياضيات	معهد ابن الجزار بقبلي 2015 / 04

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة
أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له:

1) العدد $5^{32} - 3^{32}$ يقبل القسمة على:
أ/ 6 ب/ 15 ج/ 16

2) حلّ المعادلة: $\left(1+\sqrt{2}\right)x=\sqrt{2}$ في R هو:
أ/ $2-\sqrt{2}$ ب/ 1 ج/ $2+\sqrt{2}$

3) سجلت درجات الحرارة في إحدى المدن خلال أسبوع فكانت كالآتي:
35 – 35 – 36 – 38 – 36 – 35 – 35.
موسّط هذه السلسلة الإحصائية هو:
أ/ 35 ب/ 36 ج/ 38

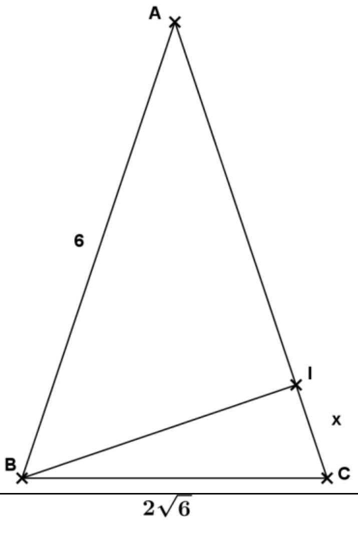
4) صندوق يحتوي على 3 قطع نقدية من فئة 1^{D} و 3 قطع نقدية من فئة 500 مي إذا سحبنا بصفة عشوائية قطعتين نقديتين من هذا الصندوق فإن احتمال أن تكون قيمة المبلغ المتحصل عليه يساوي أو يفوق 1500 مي هي:
أ/ 50% ب/ 80% ج/ 100%

تمرين عدد 2: (4.5 نقاط)

1) نعتبر العددين الحقيقيين $a=\sqrt{10+2\sqrt{5}}$ و $b=\sqrt{10-2\sqrt{5}}$.
أ/ بيّن أنّ $ab=4\sqrt{5}$ و أنّ $a^2+b^2=20$.
ب/ استنتج أنّ $a+b=2\sqrt{5+2\sqrt{5}}$.

2) أ/ أرسم معيّنا متعامدا للمستوي (O, I, J) حيث OI = OJ = 1cm وعيّن A(0, 2).
ب/ بيّن أنّ $IA=\sqrt{5}$.
ج/ أرسم الدائرة ζ التي مركزها I والمارة من A وعيّن B و C نقاط تقاطع ζ و (OI) حيث $x_B>0$.

3) أ/ برهن أنّ $OB=\sqrt{5}+1$ وأنّ $OC=\sqrt{5}-1$
ب/ برهن أنّ AB = a و AC = b.
ج/ استنتج محيط المثلث ABC.



تمرين عدد 3: (5.5 نقاط)

في الرسم المقابل: ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A
حيث AB = AC = 6 و $BC=2\sqrt{6}$.

1) ليكن I المسقط العمودي لـ B على (AC)، نرمز بـ x لـIC.
أ/ بيّن أنّ $IB^2 = 24 - x^2$ وأنّ $IB^2 = 36 - (6 - x)^2$.

ب/ استنتج أنّ 2 = IC .

2) ليكن J المسقط العمودي لـC على (AB) ولتكن O تقاطع (BI) و (CJ).
أ/ بيّن أنّ المثلّثين IBC و JBC متقايسين.
ب/ استنتج أنّ $JC = IB = 2\sqrt{5}$.
ج/ برهن أنّ (AO) عمودي على (BC).

3) ليكن H منتصف [BC].
أ/ بيّن أنّ $HI = HJ = \sqrt{6}$
ب/ برهن أنّ (IJ) و (BC) متوازيان.

4) المستقيم (AH) يقطع (IJ) في النقطة G.
أ/ بيّن أنّ $\frac{AG}{AH} = \frac{IJ}{BC} = \frac{2}{3}$.
ب/ استنتج أنّ G هو مركز ثقل المثلث ABC.
ج/ أحسب IJ.

5) بيّن أنّ $\frac{OG}{OH} = \frac{2}{3}$ واستنتج OH.

تمرين عدد 4: (3 نقاط)

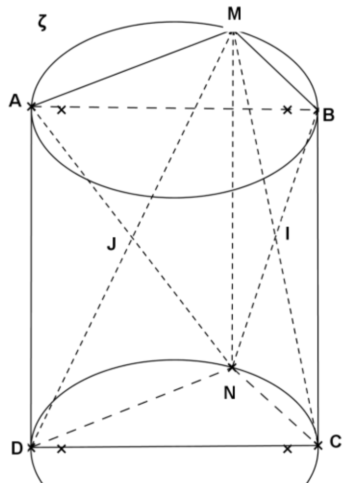
(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) أ/ ابن مستطيلا ABCD حيث 6 = AB و 4 = AD ثمّ عيّن النقطة E على [CD] حيث 6 = BE.
ب/ أحسب EC.

2) الموسّط العمودي لـ[AE] يقطع (CD) في F ويقطع (AD) في H.
أ/ برهن أنّ ABEF معيّن.
ب/ برهن أنّ H هو المركز القائم للمثلّث AEF.
ج استنتج أنّ المستقيمين (AF) و (EH) متعامدين.

3) ليكن K نقطة تقاطع (AF) و (EH).
بيّن أنّ 4 = EK ثمّ أحسب BK.

تمرين عدد 5: (4 نقاط)



في الرسم المقابل اسطوانة دائرية قائمة
[AB] قطر لقاعدتها ζ و [CD] قطر لقاعدتها ζ'
M نقطة على ζ و N نقطة على ζ' حيث MBCN وAMND
مستطيلان مركزيهما على التوالي I و J
لدينا: 5 = AB ، 3 = AM و $AD = 2\sqrt{3}$.

1) أ/ أحسب MB واستنتج أنّ $MI = \sqrt{7}$.
ب/ بيّن أنّ المستقيم (AM) عمودي على المستوي (MBC)
ج/ استنتج أنّ المثلث AMI قائم الزاوية في M وأنّ 4 = AI.

2) المستقيمان (AI) و (BJ) يتقاطعان في O.
أ/ بيّن أنّ (IJ) موازي لـ (AB) وأنّ $\frac{AB}{IJ} = 2$.
ب/ برهن أنّ $\frac{OA}{2} = \frac{OI}{1} = \frac{AI}{3}$.
ج/ استنتج قيس OA.

التاسعة أساسي
أحمد بن عبد القادر

إصلاح اختبار تقييمي عدد 8

ابن الجزار بقبلي
05/2015

تمرين عدد 1:

1) ج)

$$5^{32}-3^{32}=(5^{16})^2-(3^{16})^2=(5^{16}+3^{16})(5^{16}-3^{16})$$
$$=(5^{16}+3^{16})\cdot(5^{8}+3^{8})(5^{8}-3^{8})$$
$$=(5^{16}+3^{16})(5^{8}+3^{8})(5^{4}-3^{4})$$
$$=(5^{16}+3^{16})(5^{8}+3^{8})(5^{2}+3^{2})(5^{2}-3^{2})$$
$$=(5^{16}+3^{16})(5^{8}+3^{8})(5^{2}+3^{2})\times 16$$

2) أ) يعني $(1+\sqrt{2})x=\sqrt{2}$

$$x=\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$$
$$=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2-1}=2-\sqrt{2}.$$

3) أ)

35 - 35 - 35 - 35 - 36 - 36 - 38

Me

4) ب) باستعمال مبدأ الجمع : عدد إمكانيات السحب

$5+4+3+2+1=15.$

عدد إمكانيات سحب قطعتي 1^D : $2+1=3$

عدد إمكانيات سحب قطعة $0{,}5$ وقطعة 1^D : $3\times3=9$

عدد إمكانيات سحب قطعتي $0{,}5^D$: $2+1=3$

احتمال أن تكون قيمة المبلغ تساوي أو تفوق 1500 مي:

$$\frac{3+9}{15}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}=80\%$$

تمرين عدد 2:

1) أ)

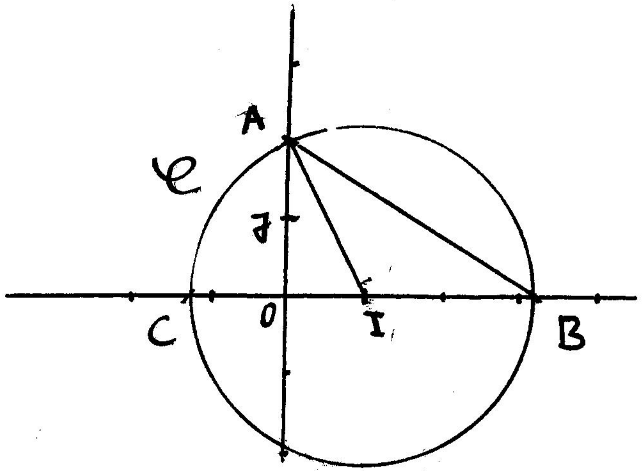
$$ab=\sqrt{(10+2\sqrt{5})(10-2\sqrt{5})}$$
$$=\sqrt{10^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{100-20}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}.$$

ب)

$$a^2+b^2=10+2\sqrt{5}+10-2\sqrt{5}=20$$
$$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$$
$$=20+2\times4\sqrt{5}=20+8\sqrt{5}=4(5+2\sqrt{5})$$

إذن $a+b=2\sqrt{5+2\sqrt{5}}$

2) أ)



ب) المثلث OIA قائم الزاوية في O

إذن حسب مبرهنة بيتاغور:

$$IA^2=OI^2+OA^2$$
$$=1+2^2=1+4=5.$$

وبالتالي $IA=\sqrt{5}$

ج)

3) أ) بما أن B تنتمي للدائرة $\mathcal{C}$ فإن $IB = IA = \sqrt{5}$

وبالتالي $OB = OI + IA = \sqrt{5} + 1$.

* بما أن C تنتمي للدائرة $\mathcal{C}$ فإن $IC = IA = \sqrt{5}$

وبالتالي $OC = IC - OI = \sqrt{5} - 1$

ب) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث OAB القائم في O :

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 2^2 + (\sqrt{5}+1)^2$$
$$= 4 + 5 + 2\sqrt{5} + 1$$
$$= 10 + 2\sqrt{5}.$$

إذن

$$AB = \sqrt{10+2\sqrt{5}} = a$$

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث OAC القائم في O .

$$AC^2 = OA^2 + OC^2 = 2^2 + (\sqrt{5}-1)^2$$
$$= 4 + 5 - 2\sqrt{5} + 1$$
$$= 10 - 2\sqrt{5}.$$

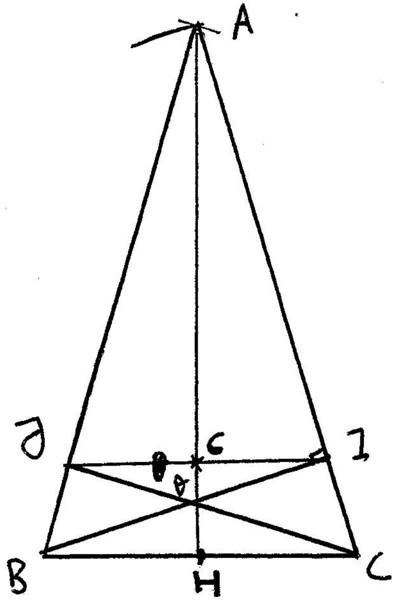
إذن

$$AC = \sqrt{10-2\sqrt{5}} = b$$

ج) محيط المثلث ABC :

$$AB + AC + BC$$
$$= a + b + 2\sqrt{5}$$
$$= 2\sqrt{5+2\sqrt{5}} + 2\sqrt{5}$$

تمرين عدد 3 :



1) أ)

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث BIC القائم في I :

$$IB^2 = BC^2 - IC^2$$
$$= (2\sqrt{6})^2 - x^2$$
$$= 24 - x^2.$$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث AIB القائم في I :

$$IB^2 = AB^2 - AI^2$$
$$= 6^2 - (6-x)^2 = 36 - (6-x)^2.$$

ب) بما أن $IB^2 = 24 - x^2$ و $IB^2 = 36 - (6-x)^2$

إذن x يحقق المعادلة : $36 - (6-x)^2 = 24 - x^2$

يعني $36 - (36 - 12x + x^2) = 24 - x^2$

يعني $12x - \cancel{x^2} = 24 - \cancel{x^2}$

يعني $x = \frac{24}{12} = 2$

إذن $IC = 2$

ع) أ) المثلثين BIC و BJC قائمين ، لهما نفس الوتر [BC] .
ونفس قيس الزاوية الحادة : $\widehat{BCI} = \widehat{CBJ}$
(لأن ABC متقايس الضلعين)
إذن BIC و BJC متقايسين (حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات القائمة) .

ب) BIC و BJC متقايسين إذن $JC = IB = 2\sqrt5$

ج) في المثلث ABC : [BI] هو الإرتفاع الصادر من B
[CJ] هو الإرتفاع الصادر من C
إذن النقطة O تقاطع [BI] و [CJ] هي المركز القائم لـ ABC .
وبالتالي (AO) يحمل الإرتفاع الصادر من A إذن (AO) عمودي على (BC)

3) أ) المثلث BIC قائم في I و $H = B*C$ إذن $HI = \frac{1}{2} BC$
المثلث BJC قائم في J و $H = B*C$ إذن $HJ = \frac{1}{2} BC$
بالتالي $HI = HJ = \frac{1}{2} BC = \sqrt6$

ب) $AB = AC$ و $JB = IC$ إذن $AJ = AI$
ولدينا $HJ = HI$
إذن (AH) هو الموسط العمودي لـ [IJ]
وبالتالي (AH) عمودي على [IJ] وبما أن (AO) عمودي على (BC)
فإن (IJ) و (BC) متوازيان .

4) أ) بتطبيق مبرهنة طالس في المثلث ABH :
$$\frac{AG}{AH} = \frac{AJ}{AB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

بتطبيق مبرهنة طالس في المثلث ABC :
$$\frac{IJ}{BC} = \frac{AJ}{AB} = \frac{2}{3}$$
إذن
$$\frac{AG}{AH} = \frac{IJ}{BC} = \frac{2}{3}$$

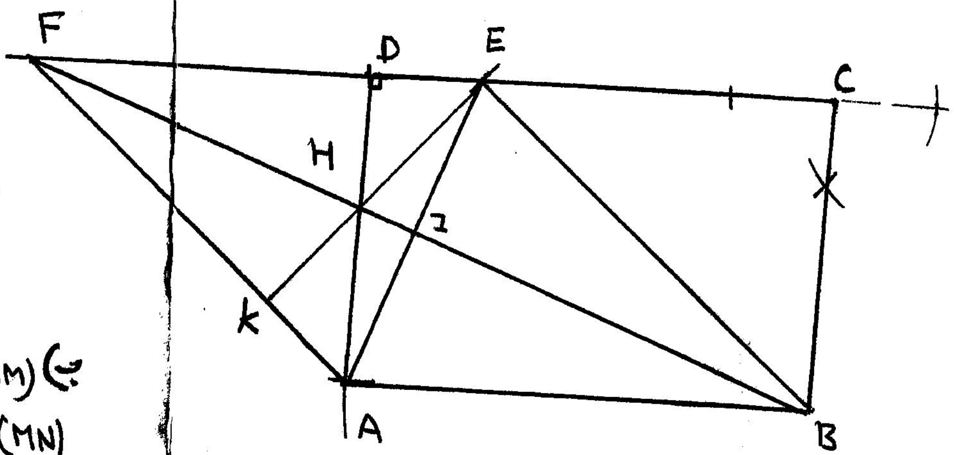
ب) في المثلث ABC لدينا : $H = B*C$ و G تنتمي لـ [AH]
تحقق $AG = \frac{2}{3} AH$ إذن G هو مركز ثقل ABC

ج) $\frac{IJ}{BC} = \frac{2}{3}$ إذن $IJ = \frac{2}{3} BC = \frac{2}{3} \times 2\sqrt6$
$= \frac{4}{3}\sqrt6$

5) في المثلث OIG : لدينا H على (OG) و B على (OI) و (BH) // (GI) إذن حسب مبرهنة طالس :
$$\frac{OG}{OH} = \frac{IG}{BH} = \frac{2IG}{2BH} = \frac{IJ}{BC} = \frac{2}{3},$$
وبالتالي
$$\frac{OG}{2} = \frac{OH}{3} = \frac{GH}{5}$$
$\longrightarrow OH = \frac{3}{5} GH = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} A = \frac{1}{5} AH,$
بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABH القائم في H
$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 6^2 - (\sqrt6)^2 = 30 \longrightarrow AH = \sqrt{30}$
وبالتالي
$OH = \frac{1}{5} \times \sqrt{30} = \frac{\sqrt{30}}{5}$

تمرين عدد 4 :

1) أ) الرسم في الصفحة الموالية
ب) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث EBC القائم في C :
$$EC^2 = EB^2 - BC^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$$
إذن $EC = \sqrt{20} = 2\sqrt5$



2) أ) لدينا I منتصف [AE]، (BF) و [AE] يتقاطعان.

في المثلث AIB لدينا $E \in (IA)$ و $F \in (IB)$ و $(EF) // (AB)$

إذن حسب مبرهنة طالس: $\frac{IF}{IB} = \frac{IE}{IA} = 1 \longrightarrow IF = IB$

$\longrightarrow I = A*E = B*F$ إذن الرباعي ABEF متوازي أضلاع

و $AB = BE$ إذن ABEF معين

ب) في المثلث AEF : $(BF) \perp (AE)$ إذن (BF) حامل الارتفاع الصادر من F

$(EF) \perp (AD)$ إذن (AD) حامل الارتفاع الصادر من A

بما أن (BF) و (AD) يتقاطعان في H فإن H هو المركز القائم لـ AEF.

ج) H المركز القائم لـ AEF إذن (EH) عمودي على (AF)

3) مساحة المثلث AEF :

$\frac{1}{2} AD \cdot EF = \frac{1}{2} EK \times AF$

بما أن $EF = AF$ فإن $EK = AD = 4$

* لدينا $(AF) \perp (EK)$ و $(AF) // (EB)$ إذن $(EK) \perp (EB)$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث EBK القائم في E

$BK^2 = EK^2 + EB^2 = 4^2 + 6^2 = 52$ إذن $BK = \sqrt{52}$

تمرين عدد

أ) AMB قائم في M إذن حسب مبرهنة بيتاغور

$MB^2 = AB^2 - AM^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \longrightarrow MB = \sqrt{16} = 4.$

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث MBC القائم في B

$MC^2 = MB^2 + BC^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2 = 12 + 16 = 28$

إذن $MC = 2\sqrt{7}$ وبما أن $I = M*C$ فإن $MI = \sqrt{7}$،

ب) $(AM) \perp (BM)$ لأن المثلث ABM يقبل الارتسام في دائرة قطرها أحد أضلاعه

$(AM) \perp (MN)$ لأن AMND مستطيل

وبما أن (BM) و (MN) متقاطعان ومحتويان في (MBC) فإن $(AM) \perp (MBC)$

ج) (AM) عمودي على (MBC) في M والمستقيم (MI) محتوى في (MBC) ويمر من I إذن (AM) عمودي على (MI)

وبالتالي المثلث AMI قائم الزاوية في M.

بتطبيق مبرهنة بيتاغور:

$AI^2 = AM^2 + MI^2$
$= 3^2 + (\sqrt{7})^2 = 9 + 7 = 16$

إذن $AI = \sqrt{16} = 4.$

2) أ) في المثلث ABN: $I = B*N$ و $J = A*N$

إذن (IJ) موازي لـ (AB) و $IJ = \frac{1}{2} AB$ إذن $\frac{AB}{IJ} = 2$

ب) مصيق مبرهنة طالس في OAB:

$\frac{OA}{OI} = \frac{AB}{IJ} = 2 \longrightarrow \frac{OA}{2} = \frac{OI}{1} = \frac{AI}{3}$

وبالتالي

$OA = \frac{2}{3} AI = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}.$

معهد ابن الجزار بقبلي 2015 / 04	اختبار تقييمي عدد 9 في مادة الرياضيات	التاسعة نموذجي 1 + 2 مدة الاختبار: ساعتان أحمد بنعبدالقادر

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

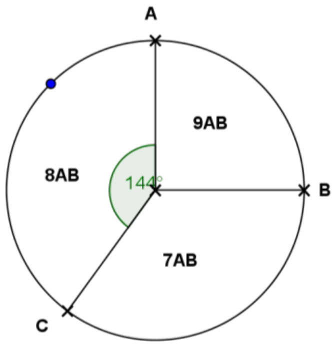
يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.
أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) يكون العدد 7085a (حيث a رقم أحاده) يقبل القسمة على 6 ولا يقبل القسمة على 12 في حالة :

أ/ $a = 0$ ب/ $a = 4$ ج/ $a = 6$

2) إذا كان x عدد حقيقي موجب قطعا يحقق $x^2+\frac{1}{x^2}=14$ فإنّ $x+\frac{1}{x}$ يساوي:

أ/ $\sqrt{14}$ ب/ 7 ج/ 4



3) المخطط الدائري المقابل يمثّل توزيع تلاميذ مدرسة إعدادية حسب المستوى:

حيث $A\hat{O}B = 90°$ و $A\hat{O}C = 144°$ إذن نسبة تلاميذ السنة الثامنة تساوي:

أ/ 30% ب/ 35% ج/ 40%

4) لتكن المجموعة E={a, b, c, d, e}، نقوم بترتيب هذه العناصر بصورة عشوائية (في كلّ رتبة عنصر وحيد) إذن إحتمال أن يكون a في الرتبة الأولى وb في الرتبة الثانية هو:

أ/ 5% ب/ 10% ج/ 20%

تمرين عدد 2: (3 نقاط)

ليكن العدد الحقيقي $a = 1+\sqrt{3}$.

أ/ بيّن أنّ $a^2 = 4+2\sqrt{3}$ واستنتج أنّ $a^2 = 2a + 2$

ب/ بيّن أنّ $a^3 = 6a + 4$ وأنّ $a^6 = 120a + 88$.

ج/ استنتج القيمة العددية لـa^6.

تمرين عدد 3: (5 نقاط)

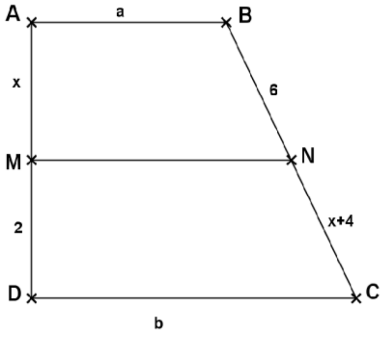
I. نعتبر العبارة $A = x^2 + 4x - 12$ حيث x عدد حقيقي.

1) أحسب القيمة العددية للعبارة A إذا كان $x = 2$.

2) أ/ بيّن أنّ $A = (x + 2)^2 - 16$.

ب/ فكّك العبارة A إلى جذاء عوامل.

ج/ حلّ في R المعادلة $A = 0$.



II. في الرّسم المقابل لدينا: ABCD شبه منحرف قائم في A و D.

M على [AD] و N على [BC] حيث: (MN) موازي لـ(AB)

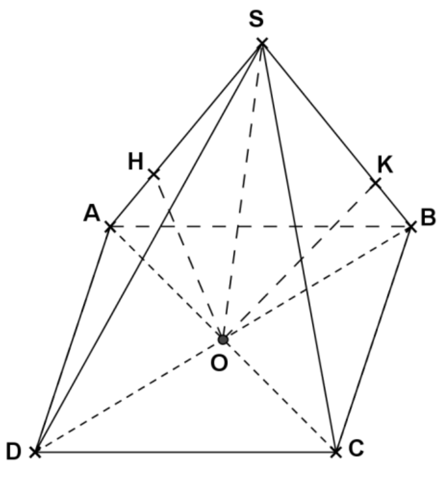
MD = 2 ، BN = 6 ، AM = x و NC = x + 4 (x عدد حقيقي موجب).

1) أ/ بيّن أنّ $\frac{x}{3}=\frac{4}{x+4}$ واستنتج أنّ $x^2 + 4x - 12 = 0$
ب/ جد x واستنتج أنّ AD = 4 و BC = 12.
ج/ أحسب MN بدلالة a = AB و b = CD .
2) ليكن H المسقط العمودي لـB على (CD).
أ/ بيّن أنّ ABHD مستطيل واستنتج أنّ HC = b – a
ب/ بيّن أنّ $b-a=8\sqrt{2}$.
ج/ جد a و b إذا علمت أنّ محيط ABCD يساوي 32.

تمرين عدد 4: (6 نقاط)

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)
نعتبر قطعة المستقيم [BC] حيث BC = 8. لتكن النقطة O منتصف [BC].
1) أ/ أرسم المستقيم Δ الموسّط العمودي لـ[BC].
ب/ عيّن على Δ نقطة A بحيث OA = 3.
ج/ أحسب AB.
2) لتكن E صورة النقطة B بالتناظر المركزي S_A .
أ/ بيّن أنّ المستقيمين (OA) و (EC) متوازيان. أحسب CE.
ب/ استنتج أنّ (EC) عمودي على (BC).
3) لتكن ζ الدائرة التي قطرها [BC]. ζ تقطع (AB) في نقطة ثانية D.
بيّن أنّ $CD\times BE=CE\times CB$ واستنتج أنّ CD = 4,8.
4) بيّن أنّ ED = 3,6 واستنتج AD.
5) المستقيمان Δو (CD) يتقاطعان في نقطة F.
أ/ بيّن أنّ $\frac{DA}{DE}=\frac{AF}{EC}$.
ب/ استنتج AF.

تمرين عدد 5: (4 نقاط)



في الرسم المقابل SABCD هرم منتظم.
قاعدته: المربع ABCD قيس ضلعه $AB=4\sqrt{2}$ ومركزه O.
ارتفاع الهرم: SO = 4
1) أ/ أحسب SA قيس حرف الهرم.
ب/ ما هي طبيعة أوجه الهرم SABCD.
2) ليكن H و K المسقطات العمودية لـO على (SA) و (SB) على التوالي
أ/ أحسب OH و SH
ب/ أحسب OK و SK.
ج/ برهن أنّ (HK) موازي للمستقيم (AB).

التاسعة أساسي — إصلاح الحساب التقييمي عدد 9 — ابن الجزار بقبلي
أحمد بن عبد القادر. 2015/05.

تمرين عدد 1:

1) ب) العدد يقبل القسمة على 2 و 3 ولا يقبل القسمة على 4.
50 لا يقبل القسمة على 4. ومجموع أرقامه 20
54 لا يقبل القسمة على 4 ومجموع أرقامه 24
56 يقبل القسمة على 4 ومجموع أرقامه 26.

2) ج.
$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = x^2+\frac{1}{x^2}+2 = 16 \longrightarrow x+\frac{1}{x} = 4$$

3) ب)
$$360-(90+144) = 126 \longrightarrow \frac{126}{360} = 35\%$$

4) أ)
الرتبة 1 2 ...
الأطباق 5 4 ...

عدد جميع الإمكانيات: $5\times4\times3\times2\times1$

عدد الإمكانيات الموافقة للحل: $3\times2\times1$

الإحتمال: $\frac{3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1} = \frac{1}{20} = 5\%$

تمرين عدد 2:

1)
$$a^2 = (1+\sqrt{3})^2 = 1+2\sqrt{3}+3 = 4+2\sqrt{3}.$$
$$2a+2 = 2(1+\sqrt{3})+2 = 2+2\sqrt{3}+2 = 4+2\sqrt{3} = a^2$$

ب)
$$\begin{aligned}a^3 &= a\times a^2\\ &= a(2a+2) = 2a^2+2a = 2(2a+2)+2a\\ &= 4a+4+2a\\ &= 6a+4.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a^6 &= (a^3)^2 = (6a+4)^2 = 36a^2+48a+16\\ &= 36(2a+2)+48a+16\\ &= 72a+72+48a+16\\ &= 120a+88.\end{aligned}$$

ج.
$$\begin{aligned}a^6 &= 120a+88 = 120(\sqrt{3}+1)+88\\ &= 120\sqrt{3}+120+88\\ &= 208+120\sqrt{3}.\end{aligned}$$

تمرين عدد 3:

1) في حالة $x=2$:
$$A = 2^2+4\times2-12 = 4+8-12 = 0.$$

2) أ)
$$(x+2)^2-16 = x^2+4x+4-16 = x^2+4x-12 = A$$

ب)
$$\begin{aligned}A &= (x+2)^2-16\\ &= (x+2)^2-4^2\\ &= (x+2-4)(x+2+4)\\ &= (x-2)(x+6).\end{aligned}$$

ج. $A=0$ يعني $(x-2)(x+6)=0$

يعني $x+6=0$ أو $x-2=0$

يعني $x=-6$ أو $x=2$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \{2\,;\,-6\}$

II 1) أ) بما أن M من (AD) و N من (BC) حسب المعطيات و (AB) و (MN) و (CD) متوازية حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{AM}{BN} = \frac{MD}{NC}$$

يعني $\frac{x}{6} = \frac{2}{x+4}$

يعني $\frac{x}{3} = \frac{4}{x+4}$

إذن $x(x+4) = 3\times 4$

وبالتالي $x^2+4x-12=0$

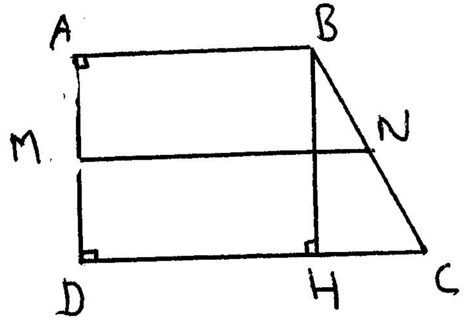
ب) بما أن $x^2+4x-12=0$ وبما أن مجموعة حلول هذه المعادلة هي $\{2;-6\}$ وبما أن $AM=x>0$ فإن $x=AM=2$

وبالتالي $AD=4$ و $BC=6+6=12$ ،

ج) في شبه المنحرف ABCD لدينا $M=A*D$ و $N=B*C$

إذن $MN = \frac{AB+CD}{2} = \frac{a+b}{2}$

2) أ)



الرباعي ABHD مستطيل لأن له ثلاث زوايا قائمة ،

إذن $DH = AB = a$

وبالتالي: $HC = DC - DH = b - a$ ،

ب) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث BHC القائم في H:

$$HC^2 = BC^2 - BH^2$$
$$= 12^2 - 4^2 = 144 - 16 = 128$$

إذن $b - a = HC = \sqrt{128} = \sqrt{64\times 2}$
$= 8\sqrt{2}$ ،

ج) لدينا محيط ABCD يساوي 32 يعني $\frac{1}{2}(a+b)\times 4 = 32$

يعني $a+b=16$

و $b-a=8\sqrt{2}$

إذن $b=8\sqrt{2}+a$

وبالتالي $a+8\sqrt{2}+a=16$

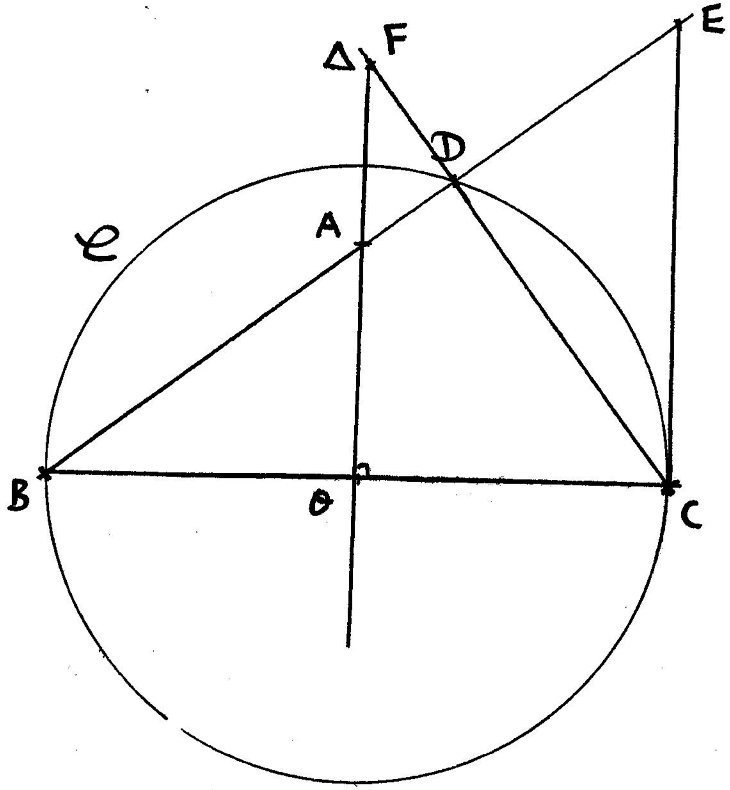
ومنه $a=8-4\sqrt{2}$

و $b=8\sqrt{2}+a=8\sqrt{2}+8-4\sqrt{2}$
$=8+4\sqrt{2}$

تمرين عدد 4:

1) أ)

ب)



2) نطبق مبرهنة بيتاغور في المثلث OAB القائم في O:

$AB^2 = OA^2 + OB^2$
$= 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

إذن: $AB = \sqrt{25} = 5$.

2) أ) في المثلث BEC لدينا: $A = B*E$ لأن $E = S_A(B)$
و $O = B*C$

إذن (OA) موازي لـ (EC) و $OA = \frac{1}{2} EC$

وبالتالي $EC = 2OA = 2\times 3 = 6$

ب) بما أن (OA) هو الموسط العمودي لـ [BC] فإن $(OA)\perp(BC)$
ولدينا $(EC)//(OA)$ إذن $(EC)\perp(BC)$.

3) النقطة D تنتمي الدائرة C التي قطرها [BC] إذن المثلث BCD قائم الزاوية في D.
وبالتالي D هو المسقط العمودي لـ C على (AB).

* حساب مساحة المثلث EBC بطريقتين مختلفتين:

$\frac{1}{2} BC\times CE = \frac{1}{2} BE\times CD$

يعني $CD\times BE = CE\times CB$

وبالتالي: $CD = \frac{CE\times CB}{BE} = \frac{6\times 8}{10} = 4,8$.

$(BE = 2BA = 2\times 5 = 10)$

4) نطبق مبرهنة بيتاغور في المثلث CDE القائم في D:

$ED^2 = EC^2 - CD^2$
$= 6^2 - 4,8^2 = 6^2(1-0,8^2)$
$= 6^2(1-0,64) = 6^2\times 0,36 = 6^2\times 0,6^2$
$= (6\times 0,6)^2 = 3,6^2$

إذن $ED = 3,6$

* $AD = AE - ED = 5 - 3,6 = 1,4$.

5) في المثلث DEC لدينا: F على (DC) و A على (DE)
و (AF) موازي لـ (EC).

إذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{DA}{DE} = \frac{AF}{EC}.$$

ب) $AF = \frac{DA}{DE}EC = \frac{6\times 1,4}{3,6} = \frac{1,4}{0,6} = \frac{7}{3}.$

تمرين عدد 5 :

1) أ) شعاع الدائرة المحيطة بقاعدة الهرم

$$R = OA = \frac{AC}{2} = \frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times AB = \frac{\sqrt{2}}{2}\times 4\sqrt{2} = 4.$$

وارتفاع الهرم $h = 4$.

إذن قيس حرف الهرم :

$$SA = \sqrt{R^2+h^2} = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

ب) نعلم أن الأوجه الجانبية للهرم المنتظم كل منها مثلث متقايس الضلعين وجميعها متقايسة.

وبما أن $SA = SB = AB = 4\sqrt{2}$

فإن الأوجه الجانبية للهرم SABCD مثلثات متقايسة الأضلاع

2) أ) المثلث SOA قائم الزاوية في O و H المسقط العمودي لـ O على (SA) إذن

$$OH = \frac{OA\times OS}{SA} = \frac{4\times 4}{4\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم SOH في H :

$$SH^2 = OS^2 - OH^2 = 4^2 - (2\sqrt{2})^2 = 16 - 8 = 8$$

إذن $SH = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

ب) بنفس الطريقة نبرهن أن $OK = 2\sqrt{2}$ و $SK = 2\sqrt{2}$

ج) لدينا $SA = 4\sqrt{2}$ و H على [SA] بحيث $SH = 2\sqrt{2}$

إذن $H = S*A$

* لدينا $SB = 4\sqrt{2}$ و K على [SB] بحيث $SK = 2\sqrt{2}$ إذن $K = S*B$
* في المثلث SAB لدينا: $H = S*A$ و $K = S*B$

إذن $(HK) \parallel (AB)$

توزيع النقاط

تمرين عدد 1 :

$0,75 \times 4 = 3$

تمرين عدد 2 :

- 1) أ) 0,5 + 0,5
- ب) 0,75 + 0,75
- ج) 0,5

تمرين عدد 3 :

- I/ 1) 0,5
- 2) أ) 0,5
- ب) 0,5
- ج) 0,5
- II/ 1) أ) 0,25 + 0,25
- ب) 0,25 + 0,25
- ج) 0,5
- 2) أ) 0,25 + 0,25
- ب) 0,5
- ج) 0,5

تمرين عدد 4 :

- 1) أ) 0,5
- ب) 0,5
- ج) 0,5
- 2) أ) 0,5 + 0,5
- ب) 0,5
- 3) 0,5 + 0,5
- 4) 0,5 + 0,5
- 5) أ) 0,5
- ب) 0,5

تمرين عدد 5 :

- 1) أ) 1
- ب) 0,5
- 2) أ) 0,5 + 0,5
- ب) 0,25 + 0,25
- ج) 1.

التاسعة نموذجي 1 + 2 مدة الاختبار: ساعتان أحمد بنعبدالقادر	اختبار تقييمي عدد 10 في مادة الرياضيات	معهد ابن الجزار بقبلي 2015 / 04

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.
أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

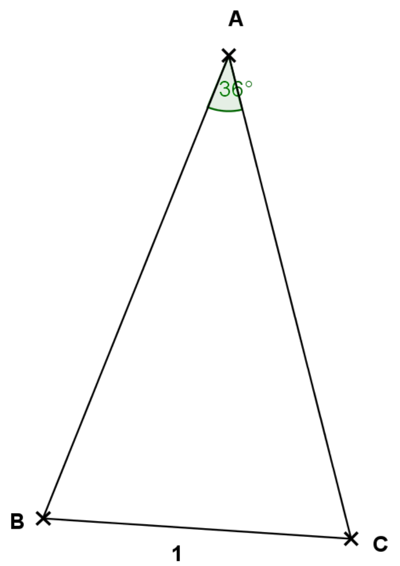
1) عدد الأعداد الصحيحة الطبيعية ذات ثلاثة أرقام مختلفة من بين: 0 و 1 و 2 و 3 و 5 و 6 والتي تقبل القسمة على 12 وعلى 15 في آن واحد هو :
   أ/ 2 ب/ 4 ج/ 8
2) مجموعة حلول المتراجحة $|x-2|>1$ هي:
   أ/ $]1, 3[$ ب/ $]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$ ج/ $]1, +\infty[$
3) في معين متعامد ومتقايس للمستوي (O, I, J) لدينا النقاط A(2, 0) و B(-2, 0) و C(0, 3) اذن مركز ثقل المثلث ABC هو:
   أ/ O ب/ I ج/ J
4) عند رمي نرد مكعّب أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 فإنّ احتمال الحصول على عدد أوّلي (على الوجه العلوي) يساوي
   أ/ $\frac{1}{3}$ ب/ $\frac{1}{2}$ ج/ $\frac{2}{3}$

تمرين عدد 2: (3.5 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين: $a=\sqrt{\sqrt{5}+2}+\sqrt{\sqrt{5}-2}$ و $b=\sqrt{\sqrt{5}+2}-\sqrt{\sqrt{5}-2}$.

1) أ/ أحسب a^2 واستنتج أنّ $a=\sqrt{2\sqrt{5}+2}$
   ب/ أحسب b^2 واستنتج أنّ $b=\sqrt{2\sqrt{5}-2}$
   ج/ برهن أنّ ab = 4
2) ليكن العدد الحقيقي $C=\frac{a}{b}-\frac{b}{a}$.
   بيّن أنّ C عدد صحيح طبيعي.

تمرين عدد 3: (4.5 نقاط)



في الرسم المقابل ABC مثلث حيث AB = AC و BC = 1 و $B\hat{A}C=36°$. الهدف في هذا التمرين حساب AB.

1) منصّف الزاوية $A\hat{C}B$ يقطع [AB] في D ويقطع المستقيم الموازي لـ(AC) والمار من B في E.
   أ/ أحسب أقيسة زوايا المثلث BCD واستنتج أنّ DC = 1.
   ب/ برهن أنّ AD = BE = 1.
2) نرمز بـx لقيس AB.

أ/ بيّن أنّ: $\frac{x}{1}=\frac{1}{x-1}$.

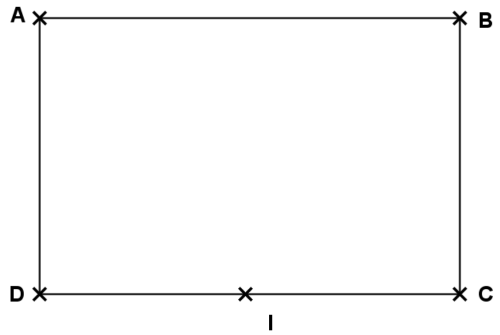
ب/ استنتج أنّ $x^2 - x - 1 = 0$.

3) أ/ بيّن أنّ $x^2-x-1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$.

ب/ حلّ في R المعادلة $x^2 - x - 1 = 0$.

ج/ استنتج AB.

تمرين عدد 4: (4 نقاط)



في الرسم المقابل ABCD مستطيل حيث $AB=\sqrt{2}.AB$.
I=C*D

1) الهدف في هذا السؤال برهنة أنّ (AI) و (BD) متعامدين
نرمز بـa لقيس AD.

أ/ بيّن أنّ $BD=\sqrt{3}a$ و $AI=\frac{\sqrt{6}}{2}a$.

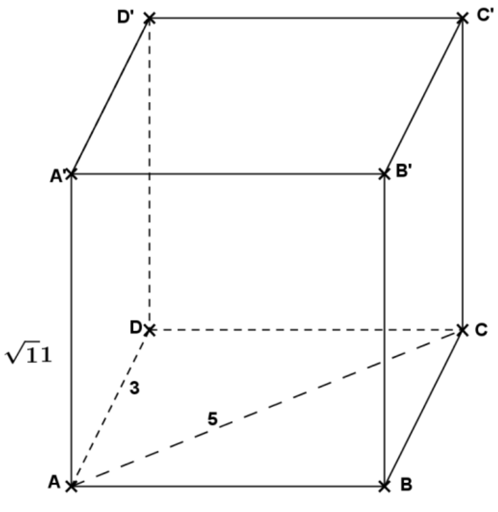
ب/ ليكن H نقطة تقاطع (BD) و (AI) .
بيّن أنّ H هو مركز ثقل المثلث ACD.

ج/ استنتج أنّ $DH=\frac{\sqrt{3}}{3}a$ و $AH=\frac{\sqrt{6}}{3}a$.

د/ برهن أنّ المثلث ADH قائم الزاوية في H واستنتج المطلوب.

2) المستقيم (AI) يقطع (BC) في K.
أ/ برهن أنّ K هو المركز القائم للمثلّث BDI.
ب/ استنتج أنّ (BI) و (DK) متعامدين.

تمرين عدد 5: (4 نقاط)



في الرّسم المقابل ABCDA’B’C’D’ متوازي مستطيلات
حيث AC = 5 ، AD = 3 و $AA'=\sqrt{11}$.

1) أحسب AB و AC’.
2) ليكن H المسقط العمودي لـB على (AC).
أ/ أحسب BH و CH.
ب/ برهن أنّ المثلّث HCC’ قائم الزاوية في C ثمّ أحسب HC’ .
3) المستقيم العمودي على المستوى (ABC) والمار من H يقطع (AC’) في K.
أحسب HK و KC’.

تمرين عدد 1:

1) أ) ليكون العدد قابلا للقسمة على 2 و 5 رقم آحاده 0.

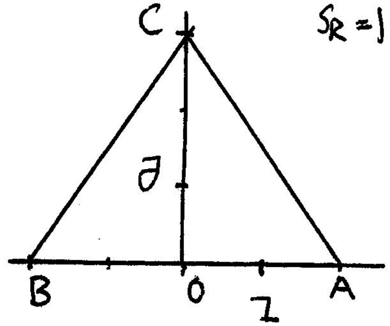
ولكي يكون قابلا للقسمة على 4 : يقسم الأحاد والعشرات 20 - 60.

والأعداد التي تقبل القسمة على 3 : 120 - 360.

2) ب) $|x-2|>1$ يعني $x-2>1$ أو $x-2<-1$

يعني $x>3$ أو $x<1$

إذن $S_{\mathbb{R}} =]-\infty,1[\cup]3,+\infty[$.



3) ج) $O = A*B$ و G مركز ثقل $[CO]$ تحقق

$CG = \frac{2}{3} CO$.

4) عدد أولي أصغر من 6: 2-3-5

ب) الاحتمال: $\frac{3}{6} = 50\%$

تمرين عدد 2:

1) أ) $a^2 = \sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2+2\sqrt{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$

$= 2\sqrt{5}+2\sqrt{5-4} = 2\sqrt{5}+2$

إذن $a = \sqrt{2\sqrt{5}+2}$

ب) $b^2 = \sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2-2\sqrt{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$

$= 2\sqrt{5}-2\sqrt{5-4} = 2\sqrt{5}-2$

إذن $b = \sqrt{2\sqrt{5}-2}$

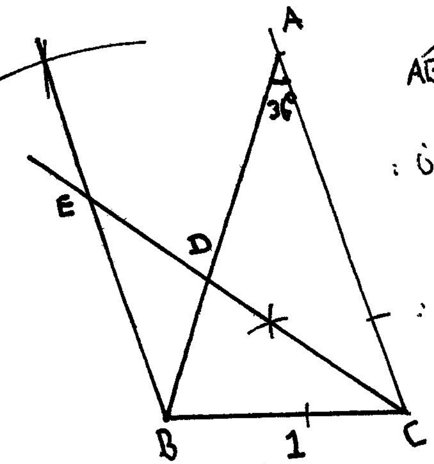
ج) $ab = \sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2} = \sqrt{20-4} = \sqrt{16} = 4$.

2) $C = \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2-b^2}{ab} = \frac{2\sqrt{5}+2-(2\sqrt{5}-2)}{4}$

$= \frac{\cancel{2\sqrt{5}}+2-\cancel{2\sqrt{5}}+2}{4} = \frac{4}{4} = 1$.

إذن C هو عدد صحيح طبيعي.

تمرين عدد 3:



1) أ) في المثلث ABC لدينا:

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \frac{180-36}{2} = 72°$

بما أن (CD) هو منصف الزاوية $\widehat{ACB}$ فإن:

$\widehat{BCD} = \frac{72}{2} = 36°$

إذن قيس زوايا المثلث BCD هي:

$\widehat{DBC} = 72°$; $\widehat{DCB} = 36°$

و $\widehat{BDC} = 180-(72+36) = 72°$.

بالتالي BCD متقايس الضلعين قمته الرئيسية C نستنتج أن $CD = BC = 1$.

ب) * (BE) و (AC) متوازيان يقطعهما (EC) إذن الزاويتان $\widehat{ACD}$ و $\widehat{BEC}$ المتبادلتان داخليا متقايستان

$\widehat{BEC} = \widehat{ACE} = 36°$ ولدينا $\widehat{BCE} = 36°$

إذن المثلث BCE متقايس الضلعين وبالتالي $BE = BC = 1$

* في المثلث ADC لدينا: $\widehat{DAC} = 36°$ و $\widehat{DCA} = 36°$

إذن $AD = DC = 1$

2) أ) في المثلث ADC لدينا: B تنتمي لـ (AD) و E تنتمي لـ (CD) و (BE) موازٍ لـ (AC) إذن حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{DA}{DB} = \frac{AC}{EB}$$

يعني: $\frac{1}{x-1} = \frac{x}{1}$.

ب) $\frac{1}{x-1} = \frac{x}{1}$ يعني $x(x-1) = 1\times 1$

يعني $x^2 - x - 1 = 0$

3) أ) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{5}{4}$

$= x^2 - x - 1.$

ب) $x^2 - x - 1 = 0$ يعني: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 0$

يعني $\left(x-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)=0$

يعني $\left(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)=0$

يعني $x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}=0$ أو $x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}=0$

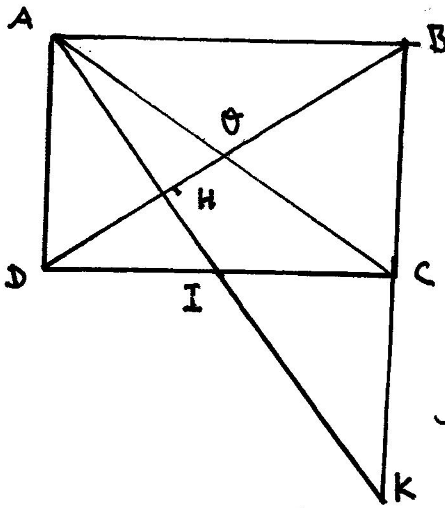
يعني $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ أو $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2} ; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\}$

ج) بما أن $AB>0$ و $\frac{1-\sqrt{5}}{2}<0$ و $\frac{1+\sqrt{5}}{2}>0$

فإن $AB = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

تمرين عدد 4:



1) أ) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABD القائم في A:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$
$$= (\sqrt{2}a)^2 + a^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

إذن: $BD = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3}a$.

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ADI القائم في D:

$$AI^2 = AD^2 + DI^2 = a^2 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{2}{4}a^2 = \frac{6}{4}a^2$$

إذن $AI = \sqrt{\frac{6}{4}a^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}a.$

ب) لدينا O مركز المستطيل ABCD:

في المثلث ACD لدينا: $O = A*C$ إذن [DO] هو الموسط الصادر من D

و $I = D*C$ إذن [AI] هو الموسط الصادر من A.

وبما أن H هي تقاطع [DO] و [AI] فإن H هي مركز ثقل ACD.

ج) بما أن H هي مركز ثقل المثلث ACD فإن:

$$AH = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{2}a = \frac{\sqrt{6}}{3}a.$$

و

$$DH = \frac{2}{3}DO = \frac{2}{3}\times\frac{1}{2}DB$$
$$= \frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a.$$

في المثلث ADH لدينا:

$$AH^2+DH^2=\left(\frac{\sqrt{6}}{3}a\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2$$

$$=\frac{6}{9}a^2+\frac{3}{9}a^2=\frac{9}{9}a^2=a^2=AD^2$$

إذن حسب عكس مبرهنة بيتاغور نستنتج أن المثلث ADH قائم الزاوية في H

وبالتالي المستقيمين (AI) و (BD) متعامدين.

2) أ) في المثلث BDI:

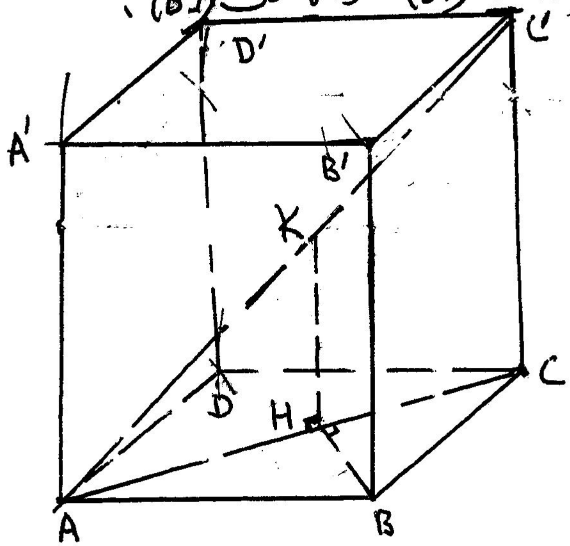
$(BD)\perp(AK)$ إذن (AK) يحمل الإرتفاع الصادر من I

$(BC)\perp(ID)$ إذن (BC) يحمل الإرتفاع الصادر من B

بما أن (AK) و (BC) يتقاطعان في K فإن K هو المركز القائم لـ BDI

ب) بما أن K هو المركز القائم للمثلث BDI فإن (DK) يحمل الإرتفاع الصادر من D وبالتالي (DK) عمودي على (BI).

تمرين عدد 5:



1) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABC:

$$AB^2=AC^2-BC^2=25-9=16$$

$$AB=\sqrt{16}=4$$

* المثلث ACC' قائم الزاوية في C إذن حسب مبرهنة بيتاغور:

$$AC'^2=AC^2+CC'^2$$

$$=5^2+(\sqrt{11})^2=25+11=36$$

إذن: $AC'=\sqrt{36}=6$.

2) أ) في المثلث ABC القائم في B لدينا H المسقط العمودي لـ B على (AC) إذن

$$BH=\frac{BC\times AB}{AC}=\frac{3\times 4}{5}=2,4.$$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث BCH القائم في H

$$CH^2=BC^2-BH^2=3^2-2,4^2=3^2(1-0,8^2)$$

$$=3^2(1-0,64)=3^2\times 0,6^2$$

إذن $CH=1,8$.

ب) لدينا $(CC')\perp(CD)$ و $(CC')\perp(BC)$ إذن $(CC')\perp(ABC)$

و $(HC)\subset(ABC)$ إذن $(CC')\perp(HC)$

وبالتالي المثلث HCC' قائم الزاوية في C.

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث HCC':

$$HC'^2=HC^2+CC'^2=1,8^2+(\sqrt{11})^2=\frac{81}{25}+\frac{275}{25}=\frac{356}{25}$$

إذن $HC'=\sqrt{\frac{356}{25}}=\frac{2}{5}\sqrt{89}$

3)

لدينا $(ABC) \perp (CC')$ و $(ABC) \perp (HK)$

إذن $(CC') \parallel (HK)$.

في المثلث ACC' لدينا: H تنتمي (AC) و K تنتمي (AC') و $(HK) \parallel (CC')$ إذن حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{AH}{AC}=\frac{AK}{AC'}=\frac{HK}{CC'}$$

يعني: $AH = AC - CH = 3{,}2$

$$\frac{AK}{6}=\frac{3{,}2}{5} \longrightarrow AK=\frac{3{,}2\times 6}{5}=3{,}84$$ إذن.

و: $$HK=\frac{3{,}2\times\sqrt{11}}{5}=0{,}64\sqrt{11} \longleftarrow \frac{HK}{\sqrt{11}}=\frac{3{,}2}{5}$$

توزيع النقاط

تمرين عدد 1:

$0{,}75 \times 4 = 3$

تمرين عدد 2:

1) أ) $0{,}5 + 0{,}5$

ب) $0{,}5 + 0{,}5$

ج) $0{,}5$

2) $0{,}5$

تمرين عدد 3:

1) أ) $0{,}5$

ب) $0{,}5 + 0{,}5$

2) أ) $0{,}5$

ب) $0{,}5$

3) أ) 1

ب) 1

ج) $0{,}5$

تمرين عدد 4

1) أ) $0{,}5 + 0{,}5$

ب) $0{,}5$

ج) $0{,}5 + 0{,}5$

د) $0{,}5$

2) أ) $0{,}5$

ب) $0{,}5$

تمرين عدد 5:

1) $0{,}5 + 0{,}5$

2) أ) $0{,}5 + 0{,}5$

ب) $0{,}5 + 0{,}5$

ج) $0{,}5 + 0{,}5$

التاسعة نموذجي 1 + 2 +3 مدة الاختبار: ساعتان أحمد بنعبدالقادر- عمر سعدالله – عائشة معلي	**اختبار تقييمي** **في مادة الرياضيات**	**الاعدادية النموذجية بقبلي** **2016 - 05- 14**

تمرين عدد 1: (4 نقاط)

يلي كلّ سؤال، ثلاث إجابات، إحداها فقط صحيحة.

أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) يكون العدد $3737b3737a$ حيث a و bرقمان قابلا للقسمة على 12 وغير قابل للقسمة على 15. في حالة:

أ/ $b = 2$ و$a = 0$ ب/ $b = 5$ و$a = 2$ ج/ $b = 5$ و$a = 6$

2) ABC مثلث و G مركز ثقله إذن إحداثيات G في المعيّن (A, B, C) هي:

أ/ $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ ب/ $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ ج/ $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$

3) مجموعة حلول المتراجحة: $x + \sqrt{2} < \sqrt{2}.x$ فيR هي:

أ/ $\left]-\infty,-2-\sqrt{2}\right[$ ب/ $\left]2+\sqrt{2},+\infty\right[$ ج/ $\left]-\infty,-2+\sqrt{2}\right[$

4) يحتوي قسم سنة تاسعة على 12 بنتا و 8 أولاد. نعيّن بصورة عشوائية تلميذين ليكون أحدهما مسؤولا عن القسم والآخر نائبا له. إذن احتمال أن يكونا من نفس الجنس: (جبر بالأحاد للنسبة المائوية).

أ/ 52% ب/ 50% ج/ 49%

تمرين عدد 2:(3 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقين $a = 8 - 3\sqrt{7}$ و $b = \sqrt{49} + \sqrt{112} - \sqrt{7} + 1$

1) أ) بين ان $b = 8 + 3\sqrt{7}$

ب) احسب ab و استنتج حساب$\frac{1}{b} + \frac{1}{a}$

2) أ) بين ان$a - 2 = 3(2 - \sqrt{7})$

ب)بين ان $a < 2$ و قارن بين b و $\frac{1}{2}$

تمرين عدد 3:(4 نقاط)

1) لتكن العبارة $E = x^2 - 14x - 120$ حيثx عدد حقيقي.

أ/ أحسب القيمة العددية للعبارة E في حالة $x = 7 - \sqrt{2}$

ب/ بيّن أنّ $E = (x - 7)^2 - 13^2$

ج/ استنتج أن$E = (x - 20)(x + 6)$.

د/ حلّ في IR المعادلة: $E = 0$.

2) في الرسم المقابل:

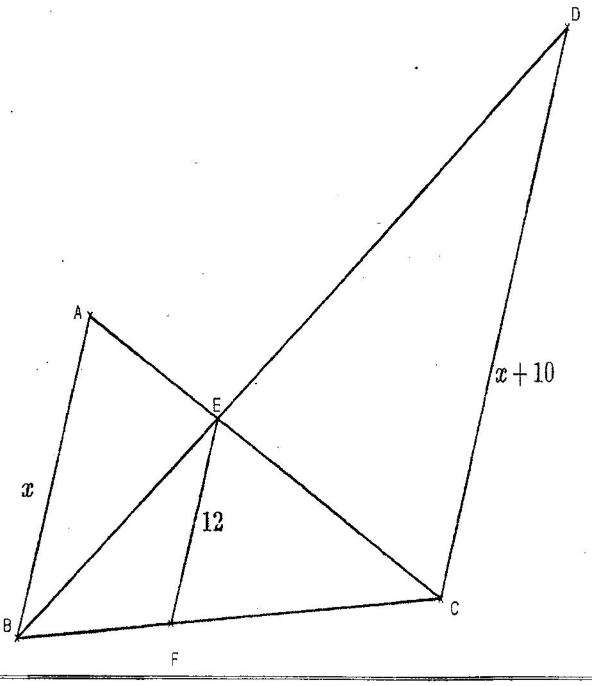
المستقيمات (AB) و(CD) و(EF)متوازية

$AB = x$ و $CD = x + 10$ و$EF = 12$.

أ/ برهن أنّ$\frac{BF}{BC} = \frac{12}{x+10}$ و $\frac{CF}{BC} = \frac{12}{x}$

ب/ استنتج أنّ $\frac{12}{x} + \frac{12}{x+10} = 1$

ج/ برهن أنّ x حلّ للمعادلة $E = 0$ واستنتج AB .



تمرين عدد 4 :(4 نقاط)

في الرسم المقابل: ABCD مستطيل حيث $AB = 9$ وζ الدائرة التي قطرها [AB]تقطع(CD) في M وN حيث $AM = 3$.

1) أ/ برهن أنّ $BM = 6\sqrt{2}$ وأنّ $AD = 2\sqrt{2}$

ب/ برهن أنّ $MN = 7$

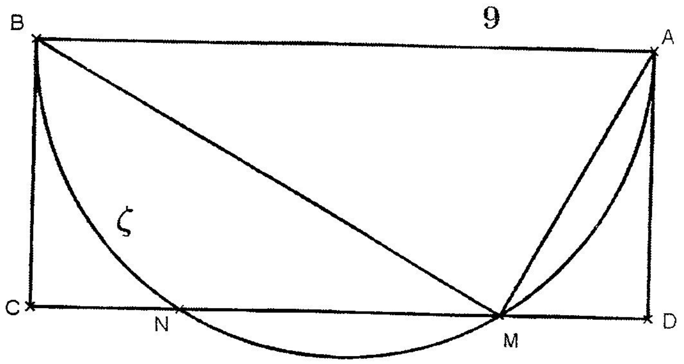
2) (AM) و(BN) يتقاطعان في النقطة O.

برهن أنّ $OA = 13,5$

3) المستقيمان (AN) و(BM) يتقاطعان فيH.

أ/ برهن أنّ(OH) و(AB) متعامدان.

ب/ برهن أنّ $\frac{9}{7} = \frac{HB}{HM}$ واستنتجAH.



تمرين عدد 5 :(5 نقاط)

في ما يلي الأعداد التي تحصل عليها تلاميذ الإعدادية النموذجية بقبلي في مادة الرياضيات في مناظرة ختم التعليم الأساسي لسنة 2015 :

16 – 18.75 – 16.25 – 15.75 – 12 – 17.75 – 14.50 – 19 – 14.25 – 19.75 -17 – 18 – 17.75 –

14.75 – 17.5 – 19 – 20 – 16.75 – 18.5 – 19.75 – 17 – 18 – 19 – 16.50 – 17.75 – 16.50 – 17

– 17.50 – 20 – 18 – 17.75 – 18.75 – 16.25 – 15 – 16.50 – 19 – 13.25 – 17.50 – 16 – 18 .

1) أ/ أنقل وأتمم الجدول

المتغيّر x_i	[12, 14[	[14, 16[	[16, 18[	[18, 20[
التكرار n_i	**2**	**5**	**18**	**15**
التكرار التراكمي الصاعد $n_i^{\nearrow}$				**40**

ب/ مثّل السلسلة الاحصائية بمخطط المستطيلات وارسم مضلّع التكرارات

ج/ جد المؤشرات الإحصائية: المدى – المنوال – المعدّل الحسابي

2) أ/ أرسم مضلّع التكرارات التراكمية الصاعدة.

ب/ استنتج قيمة تقريبية لموسّط هذه السلسلة الإحصائيّة.

3) نسند ملاحظة حسن جدا للتلميذ الذي تحصل على عدد يساوي أو يفوق 16، وإذا اخترنا أحد التلاميذ بصورة عشوائية. ما هو إحتمال أن يكون متحصّلا على ملاحظة حسن جدّا.

التاسعة أساسي - إصلاح اختبار التسيمي في مادة الرياضيات - ابن الجزار بقبلي 2016/05/14.

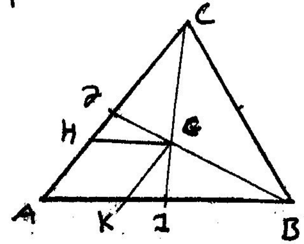
تمرين عدد 1:

1) ج. $a=0$ ← 70 لا يقبل القسمة على 4.

$a=2$ و $b=5$ ← مجموع الأرقام 47 لا يقبل القسمة على 3.

$a=6$ و $b=5$ ← 76 يقبل القسمة على 4 و مجموع الأرقام 51

2) أ) $I = A*B$ و $J = A*C$.



طالس في ABJ: $\frac{BK}{BA} = \frac{BG}{BJ} = \frac{2}{3}$

$\longrightarrow AK = \frac{1}{3} AB.$ cqfd.

3) ب) $x+\sqrt{2} < \sqrt{2}\cdot x \iff \sqrt{2} < (\sqrt{2}-1)x \iff x > \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

$\iff x > \sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$

$x > 2+\sqrt{2}$

$-\infty \quad 2+\sqrt{2} \quad +\infty$

4) $P(A) = \frac{12\times 11 + 8\times 7}{20\times 19} = \frac{188}{380} \simeq 49{,}4\%.$

← جبر للآحاد 49%.

تمرين عدد 2:

1) أ) $b = \sqrt{49} + \sqrt{112} - \sqrt{7} + 1$

$= 7 + 4\sqrt{7} - \sqrt{7} + 1$

$= 8 + 3\sqrt{7}.$

ب) $ab = (8-3\sqrt{7})(8+3\sqrt{7}) = 8^2 - (3\sqrt{7})^2 = 64-63 = 1.$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{8-3\sqrt{7}+8+3\sqrt{7}}{1} = 16.$

2) أ) $a-2 = 8-3\sqrt{7}-2 = 6-3\sqrt{7} = 3(2-\sqrt{7}).$

ب) $2^2=4$, $\sqrt{7}^2=7$ $\longrightarrow 2<\sqrt{7} \longrightarrow 2-\sqrt{7}<0$

$\longrightarrow a-2 = 3(2-\sqrt{7})<0$

إذن $a<2$.

* لدينا $8^2=64$ و $(3\sqrt{7})^2=63$ إذن $a = 8-3\sqrt{7}>0$

العددان a و 2 موجبان ولدينا $a<2$ إذن $b=\frac{1}{a}>\frac{1}{2}$.

تمرين عدد 3:

1) أ) في حالة $x=7-\sqrt{2}$:

$E = (7-\sqrt{2})^2 - 14(7-\sqrt{2}) - 120$

$= 49 - 14\sqrt{2} + 2 - 98 + 14\sqrt{2} - 120$

$= -167.$

ب) $(x-7)^2 - 13^2 = x^2 - 14x + 49 - 169$

$= x^2 - 14x - 120$

$= E.$

ج. $E = (x-7)^2 - 13^2 = (x-7-13)(x-7+13)$

$= (x-20)\times(x+6).$

د) $E=0$ يعني $(x-20)(x+6)=0$

يعني $x+6=0$ أو $x-20=0$

يعني $x=-6$ أو $x=20$.

$S_{\mathbb{R}} = \{-6, 20\}.$

2) أ) * في المثلث BCD لدينا: F تنتمي لـ (BC) و E تنتمي لـ (BD) بحيث (EF) // (CD) إذن حسب مبرهنة طالس:

$\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{CD}$ بالتالي $\frac{BF}{BC}=\frac{12}{x+10}$.

* في المثلث ABC لدينا: F تنتمي لـ (BC) و E تنتمي لـ (AC) بحيث (EF) موازي لـ (AB) إذن حسب مبرهنة طالس: $\frac{CF}{CB}=\frac{EF}{AB}$ بالتالي $\frac{CF}{BC}=\frac{12}{x}$.

ب) $\frac{12}{x}+\frac{12}{x+10}=\frac{BF}{BC}+\frac{CF}{BC}=\frac{BC}{BC}=1$.

ج) $\frac{12}{x}+\frac{12}{x+10}=1$ يعني: $\frac{12(x+10)+12x}{x(x+10)}=1$

يعني: $12x+120+12x=x^2+10x$

يعني، $x^2+10x-24x-120=0$

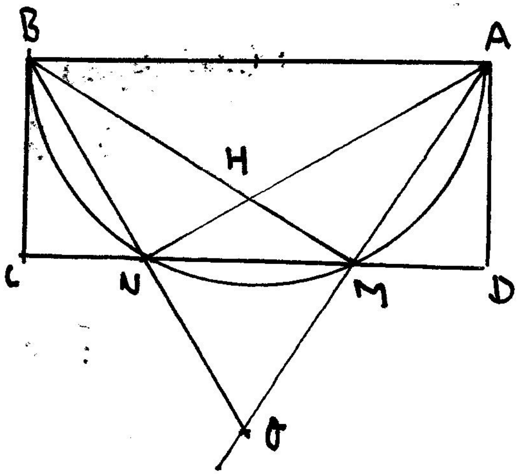
يعني: $x^2-14x-120=0$

يعني: x حل للمعادلة $E=0$

بما أن حلول المعادلة $E=0$ هي $x=20$ و $x=-6$

وبما أن $AB>0$ فإن $AB=20$

تمرين عدد 4:



1) أ) [AB] قطر للدائرة ℭ و M تنتمي لـ ℭ إذن المثلث ABM قائم الزاوية في M. بتطبيق مبرهنة بيتاغور:

$BM^2=AB^2-AM^2=9^2-3^2=81-9=72$

إذن $BM=\sqrt{72}=\sqrt{36\times 2}=6\sqrt{2}$

* ليكن I المسقط العمودي لـ M على (AB).
في المثلث ABM القائم في M لدينا:

$MI=\frac{AM\times BM}{AB}=\frac{3\times 6\sqrt{2}}{9}=2\sqrt{2}$.

* الرباعي AIMD له ثلاث زوايا قائمة إذن AIMD مستطيل وبالتالي، $AD=MI=2\sqrt{2}$.

ب) نرمز بـ x لـ CN:

مبرهنة بيتاغور في BCN: $BN^2=x^2+8$

مبرهنة بيتاغور في ADN: $AN^2=(9-x)^2+8$

بالجمع: $AB^2 = x^2+8+81+x^2-18x+8$

يعني: $2x^2-18x+16=0$

يعني $x^2-9x+8=0$

يعني $(x-\frac{9}{2})^2-\frac{49}{4}=0$

يعني $(x-\frac{9}{2}-\frac{7}{2})(x-\frac{9}{2}+\frac{7}{2})=0$

يعني $(x-8)(x-1)=0$

يعني $x=8$ أو $x=1$.

إذن $CN=1$ وبالتالي $MN=9-2=7$.

② في المثلث OAB لدينا M منتصف (OA) و N تنتمي لـ (OB) حيث (MN)//(AB) إذن حسب مبرهنة طالس:

$\frac{OM}{OA}=\frac{MN}{AB}$ يعني: $\frac{OM}{7}=\frac{OA}{9}=\frac{AM}{2}$

يعني $OA=\frac{9}{2}AM=\frac{9}{2}\times 3=13,5$.

③ أ) في المثلث OAB لدينا: [AN] الارتفاع الصادر من A

[BM] الارتفاع الصادر من B

إذن H هو المركز العامد لـ OAB.

وبالتالي (OH) يحمل الارتفاع الصادر من O

يعني أن (OH) عمودي على (AB)

ب) في المثلث HBM لدينا M∈(BH) و N∈(HA) إذن (...)

حسب مبرهنة طالس:

$\frac{HB}{HM}=\frac{AB}{MN}$ يعني. $\frac{HB}{HM}=\frac{9}{7}$

$\rightarrow \frac{HB}{9}=\frac{HM}{7}=\frac{BM}{16} \rightarrow BH=\frac{9}{16}BM=\frac{9}{16}\times 6\sqrt{2}=\frac{27}{8}\sqrt{2}$.

بالتالي $AH=BH=\frac{27}{8}\sqrt{2}$.

تمرين ثالث:

1) أ)

x_i	[12,14[	[14,16[	[16,18[	[18,20]
n_i	2	5	18	15
N_i↗	2	7	25	40

ب) المدى: $20-12=8$

المنوال: الفئة المنوال [16,18[

المعدل الحسابي:

$$\bar{x}=\frac{13\times 2+15\times 5+17\times 18+19\times 15}{40}$$

$$=\frac{692}{40}=17,30$$

ب) من خلال الرسم البياني : قيمة تقريبية للموسط

$Me \simeq 17,4$

3) احتمال ان يكون التلميذ متحصلا على ملاحظة حسن جدا

$$\frac{18+15}{40} = \frac{33}{40} = 82,5\ \%$$

توزيع النقاط :

تمرين عدد 1 :

$4 \times 1 = 4$

تمرين عدد 2

1) أ) 0,5

ب) 0,5 + 0,5

2) أ) 0,5

ب) 0,5 + 0,5

تمرين عدد 3 :

1) أ) 0,5

ب) 0,5

ج) 0,5

د) 0,5

2) أ) 0,5 + 0,5

ب) 0,5

ج) 0,5

تمرين عدد 4 :

1) أ) 0,5 + 0,5

ب) 0,5

2) 1

3) أ) 0,5

ب) 0,5 + 0,5

تمرين عدد 5 :

1) أ) 1

ب) 1

ج) 0,25 + 0,25 + 0,5

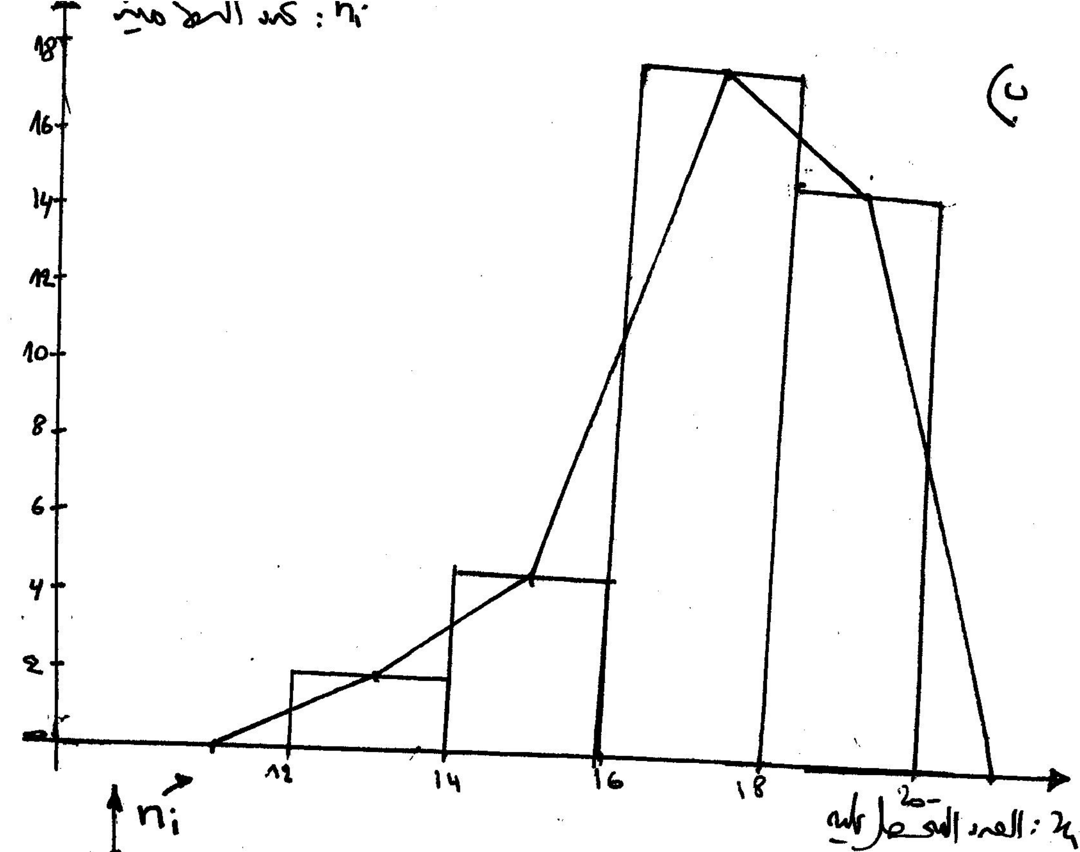
2) أ) 0,5

ب) 0,5

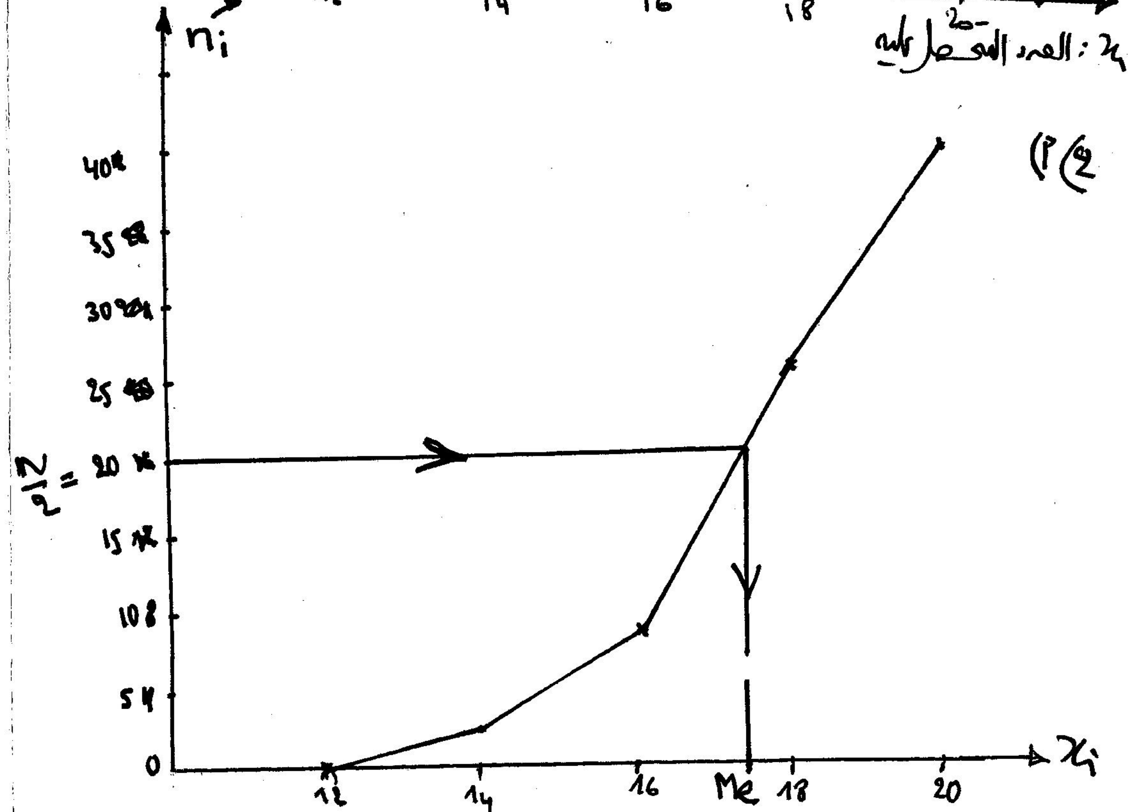
3) 1

8/8

ب)



2) أ)



التاسعة اساسي مدة الاختبار: ساعتان	اختبار تقييمي عدد11 في مادة الرياضيات	معهد ابن الجزار بقبلي 2015/05/16

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.

أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) إذا كان (O, I, J) معيّنا متعامدا للمستوي والنقطتان A(3, -2) و B(-3, -2).
المستقيم (AB) عمودي على:
أ/ (OI) ب/ (OJ) ج/ (IJ)

2) (O, I, J) معيّن متعامد ومتقايس للمستوي، إذا كان OIKJ معيّنا فإنّ إحداثيات النقطة K هي الزوج:
أ/ (1, 1) ب/ (1- ,1) ج/ (1 ,1-)

3) الجدول التالي يقدّم أعداد تلاميذ قسم في أحد الفروض.

المتغيّر: العدد المتحصل عليه	[8,10[	[10, 12[	[12, 14[	[14, 16[	[16, 18[
التكرار: عدد التلاميذ	2	4	8	8	3

إذن المعدّل الحسابي لهذا القسم خلال هذا الفرض يساوي:
أ/ 13 ب/ 13,4 ج/ 13,48

4) نرمز بـ « P » و « F » لوجهي القطعة النقدية. نقوم بإلقاء القطعة ثلاث مرات متتالية وتسجيل الوجه المتحصل عليه في كل مرّة. احتمال الحصول على مرتين متتاليتين P يساوي :
أ/ 25% ب/ 37,5% ج/ 50%

تمرين عدد 2: (3 نقاط)

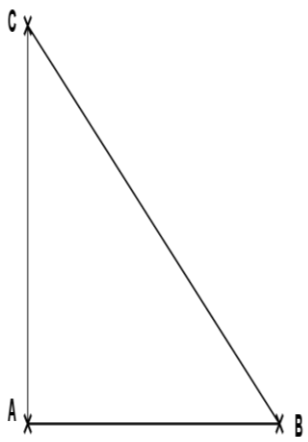
نعتبر العددين الحقيقيين: $a=\sqrt{45}+\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)-\sqrt{125}$ و $b=\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}$.

1) أ/ بيّن أنّ $a=4-2\sqrt{5}$ و $b=1-\sqrt{5}$
ب/ قارن العددين a وb واستنتج مقارنة a^2 و b^2.

2) بيّن انّ $ab=14-6\sqrt{5}$.

3) أ/ بيّن أنّ $(a-b)^2 = ab$.
ب/ استنتج أنّ $\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{a-b}$

تمرين عدد 3: (5 نقاط)



لتكن العبارة: $E=x^2-2\sqrt{5}x-15$ حيث x عدد حقيقي.

1) أحسب القيمة العددية لـE في حالة $x=\sqrt{5}+1$

2) أ/ بيّن أنّ $E=\left(x-\sqrt{5}\right)^2-20$.
ب/ فكّك العبارة E إلى جذاء عوامل.
ج/ حلّ في R المعادلة $E = 0$.

3) في الرسم المقابل ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AC-AB=\sqrt{5}$ و $BC-AC=\sqrt{5}$.

أ/ نرمز بـx لقيس AB. برهن أنّ x حل للمعادلة $E = 0$.
ب/ استنتج أن أقيسة أضلاع المثلث ABC متناسبة طردا مع الأعداد 3 و 4 و 5.

تمرين عدد 4: (4 نقاط)

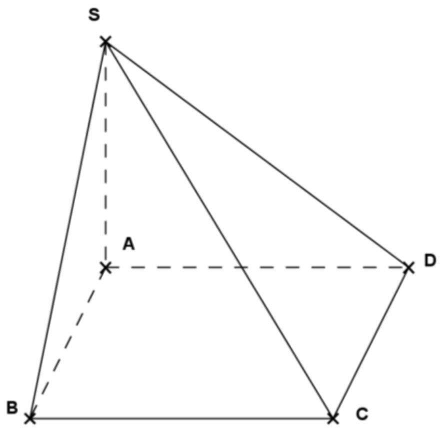
(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) أ/ ابن مثلثا ABC حيث $AB = 3,2$ و $AC = 2,4$ و $BC = 4$.
ب/ بيّن أنّ المثلث ABC قائم الزاوية في A.

2) أ/ عيّن النقطة N على (AC] حيث $AN = 5,4$ ثم ابن Δ المستقيم الموازي لـ(BC) والمار من N. Δ يقطع (AB) في M.
ب/ بيّن أنّ $AM = 7,2$.
ج/ استنتج أن $CM = 2,4 \times \sqrt{10}$.

3) المستقيم العمودي على (AC) في C يقطع (MN) في D.
أ/ بيّن أنّ BMDC معيّن
ب/ دون حساب BD بيّن أنّ مساحة BMDC تساوي 9,6.
ج/ استنتج BD.

تمرين عدد 5: (5 نقاط)



(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

في الرّسم المقابل SABCD هرم قاعدته المستطيل ABCD.
حيث المستقيم (SA) عمودي على المستوي (ABC).
$AB = 3$ ، $AD = 4$ و $SA = 4$

1) أ/ بيّن أنّ $AC = 5$
ب/ برهن أنّ المثلث SAC قائم الزاوية في A واستنتج أنّ $SC = \sqrt{41}$.

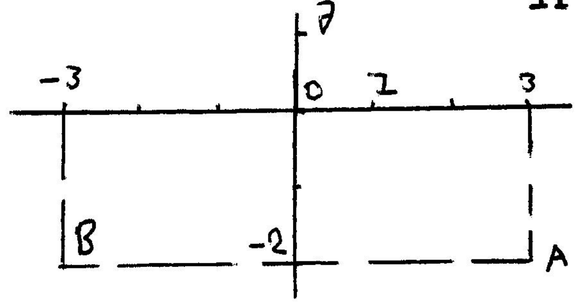
2) أ/ بيّن أنّ $SD = 4\sqrt{2}$.
ب/ برهن أنّ المستقيمين (SD) و (DC) متعامدين.

3) أ/ برهن أنّ (AD) عمودي على المستوي (SAB).
ب/ استنتج أنّ (BC) عمودي على (SAB).
ج/ ما هي إذن طبيعة المثلث SBC.

4) ليكن I منتصف [SD] .
برهن أنّ المستقيم (SD) عمودي على المستوي (AIB).

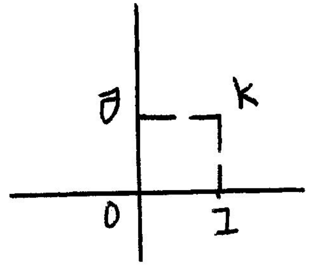
التاسعة أساسي
أ محمد بن عبد القادر

إصلاح اختبار تقييمي
11 ماي



تمرين عدد 1:

1) ب) A و B لهما نفس الترتيبة
إذن (AB) موازي لـ (OI)
ولدينا (OI) $\perp$ (OJ)
إذن (AB) عمودي على (OJ).



2) أ) $K(1,1)$

3) ج) $\bar{x} = \dfrac{9\times2 + 11\times4 + 13\times8 + 15\times8 + 17\times3}{25}$
$= 13{,}48.$

4) ب) فضاء جميع الإمكانات:
$\Omega = \{(P,P,P);\ (P,P,F);\ (P,F,P);\ (P,F,F);\ (F,P,P);\ (F,P,F);\ (F,F,P);\ (F,F,F)\}.$

الاحتمال $\frac{3}{8} = 37{,}5\%$

تمرين عدد 2:

1) أ)
$a = \sqrt{45} + (3-\sqrt5)(3+\sqrt5) - \sqrt{125}$
$= \sqrt{9\times5} + 3^2 - \sqrt5^2 - \sqrt{25\times5}$
$= 3\sqrt5 + 9 - 5 - 5\sqrt5$
$= 4 - 2\sqrt5$

$b = \dfrac{7-3\sqrt5}{2-\sqrt5} = \dfrac{(7-3\sqrt5)(2+\sqrt5)}{(2-\sqrt5)(2+\sqrt5)} = \dfrac{14+7\sqrt5-6\sqrt5-15}{4-5}$
$= \dfrac{\sqrt5-1}{-1} = 1-\sqrt5.$

ب) $a-b = 4-2\sqrt5-(1-\sqrt5) = 4-2\sqrt5-1+\sqrt5 = 3-\sqrt5 > 0$
إذن $a>b$

* $4^2=16$ و $(2\sqrt5)^2=20$ بما أن $(2\sqrt5)^2 > 4^2$ والعددان 4 و $2\sqrt5$ موجبان فإن $2\sqrt5 > 4$ وبالتالي $a = 4-2\sqrt5 < 0$

* $1^2=1$ و $\sqrt5^2=5$ إذن $\sqrt5>1$ وبالتالي $b<0$

لدينا $a>b$ والعددان a و b سالبان إذن $a^2<b^2$.

2) $ab = (4-2\sqrt5)(1-\sqrt5) = 4-4\sqrt5-2\sqrt5+10 = 14-6\sqrt5.$

3) أ) $(a-b)^2 = (4-2\sqrt5-(1-\sqrt5))^2 = (4-2\sqrt5-1+\sqrt5)^2$
$= (3-\sqrt5)^2 = 9-6\sqrt5+5 = 14-6\sqrt5 = ab$

ب) $\dfrac1b - \dfrac1a = \dfrac{a-b}{ab} = \dfrac{a-b}{(a-b)^2} = \dfrac{1}{a-b}.$

تمرين عدد 3:

1) في حالة $x=\sqrt5+1$:
$E = (\sqrt5+1)^2 - 2\sqrt5(\sqrt5+1) - 15$
$= 5+2\sqrt5+1-10-2\sqrt5-15 = -19.$

2) أ) $(x-\sqrt5)^2 - 20 = x^2-2\sqrt5x+5-20$
$= x^2-2\sqrt5\,x-15 = E$

ب) $E = (x-\sqrt5)^2-20 = (x-\sqrt5)^2-(2\sqrt5)^2$
$= (x-\sqrt5-2\sqrt5)(x-\sqrt5+2\sqrt5) = (x-3\sqrt5)(x+\sqrt5)$

ج) $E=0$ يعني $(x-3\sqrt5)(x+\sqrt5)=0$

ب) مساحة متوازي الأضلاع BMDC:

$$A(BMDC) = BM \times AC = 4 \times 2,4 = 9,6\ cm^2.$$

ج) $$A(BMDC) = \frac{1}{2} BD \times CM = 9,6$$

إذن

$$BD = \frac{9,6 \times 2}{CM} = \frac{9,6 \times 2}{2,4 \times \sqrt{10}} = \frac{8}{\sqrt{10}} = \frac{4}{5}\sqrt{10} = 0,8\sqrt{10}$$

تمرين عدد 5:

1) أ) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABC القائم في B:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

إذن $AC = \sqrt{25} = 5$ ،

ب) المستقيم (SA) عمودي على المستوي (ABC) في A.

والمستقيم (AC) محتو في (ABC) ويمر من A

إذن المستقيم (SA) عمودي على (AC)،

وبالتالي المثلث SAC قائم الزاوية في A

⊗ بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث SAC:

$$SC^2 = AC^2 + SA^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

إذن: $SC = \sqrt{41}$.

2) أ) المستقيم (SA) عمودي على (ABC) في A

والمستقيم (AD) محتو في (ABC) ويمر من A

إذن $(SA) \perp (AD)$

وبالتالي SAD قائم الزاوية في A. بتطبيق مبرهنة بيتاغور:

$$SD^2 = AD^2 + SA^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$$

إذن $SD = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

ب) في المثلث SDC:

$$SD^2 + DC^2 = (4\sqrt{2})^2 + 3^2 = 32 + 9 = 41 = SC^2$$

إذن حسب عكس مبرهنة بيتاغور فإن SDC قائم الزاوية في D

3) أ) لدينا (AD) عمودي على (AB) لأن ABCD مستطيل

و (AD) عمودي على (SA)

إذن المستقيم (AD) عمودي على مستقيمين متقاطعين ومحتويين في المستوي (SAB) وبالتالي (AD) عمودي على (SAB)

ب) $(AD) \perp (SAB)$ و $(BC) \parallel (AD)$ إذن $(BC) \perp (SAB)$

ج) المستقيم (BC) عمودي على (SAB) في B

والمستقيم (SB) محتو في (SAB) ويمر من B

اذن (BC) عمودي على (SB) وبالتالي المثلث SBC قائم في B

4) × لدينا $AD = AS = 4$ إذن SAD متقايس الضلعين قمته الرئيسية A

و $I = S*D$ إذن $(AI) \perp (SD)$

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في SAB: $SB^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2 \longrightarrow SB = 5$.

وبما أن ABCD مستطيل فإن $BD = AC = 5$

إذن المثلث SBD متقايس الضلعين قمته الرئيسية B ولدينا $I = S*D$ مع أن $(BI) \perp (SD)$

⊗ المستقيم (SD) عمودي على مستقيمين متقاطعين ومحتويين في المستوي (ABI) إذن $(SD) \perp (ABI)$.

توزيع النقاط

تمرين عدد 1:

$0,75 \times 4 = 3$

تمرين عدد 2:

1) أ) 0,5 + 0,5

ب) 0,25 + 0,25

2) 0,5

3) أ) 0,5

ب) 0,5

تمرين عدد 3:

1) 0,75

2) أ) 0,75

ب) 0,75

ج) 0,75

3) أ) 1

ب) 1

تمرين عدد 4:

1) أ) 0,5

ب) 0,5

2) أ) 0,5

ب) 0,5

ج) 0,5

3) أ) 0,5

ب) 0,5

ج) 0,5

تمرين عدد 5:

1) أ) 0,5

ب) 0,5 + 0,5

2) أ) 0,5

ب) 0,5

3) أ) 0,5

ب) 0,5

ج) 0,5

4) 1

التاسعة نموذجي 1 + 2 أحمد بنعبدالقادر	فرض منزلي عدد 3 في مادة الرياضيات	معهد ابن الجزار بقبلي 2015 / 05

تمرين عدد 1. (3 نقاط)

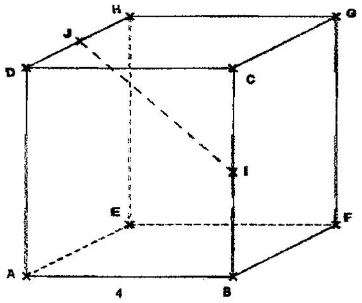
يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.
أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) العدد 9a56b (حيث a و b رقمان) يقبل القسمة على 15 ولا يقبل القسمة على 12. عدد الحلول الممكنة يساوي:

أ/ 3 ب/ 4 ج/ 6

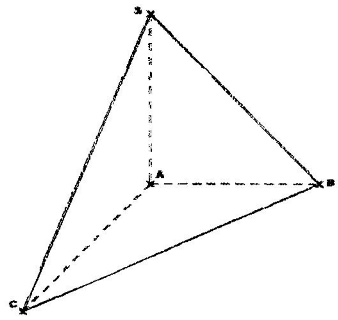
2) يحتوي صندوق على 3 أقراص حمراء و 3 أقراص بيضاء. نقوم بسحب عشوائي لقرصين من الصندوق بالتتالي وبدون إرجاع. إذن احتمال سحب قرصين أحمرين يساوي:

أ/ 50 % ب/ 25 % ج/ 20 %



3) **في الرّسم المقابل ABCDEFGH مكعّب قيس حرفه 4.**
I منتصف [BC] و J منتصف [DH] إذن قيس IJ يساوي:

أ/ $2\sqrt{2}$ ب/ $2\sqrt{3}$ ج/ $2\sqrt{6}$



4) **في الرّسم المقابل SABC هرم قاعدته ABC مثلث قائم الزاوية في A و (SA) عمودي على (ABC).**

5) **لدينا SA = AB = AC = a.**
إذن مساحة المثلث SBC تساوي:

أ/ $\sqrt{6}a^2$ ب/ $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ ج/ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}a^2$

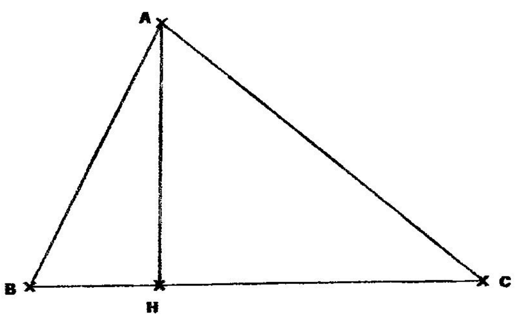
تمرين عدد 2. (3.5 نقاط)

1) نعتبر العددين الحقيقيين: $a=\sqrt{\sqrt{3}-1}$ و $b=\sqrt{6\sqrt{3}-10}$.

أ/ قارن العددين $5\sqrt{3}$ و 9 واستنتج مقارنة العددين a و b .

ب/ بيّن أنّ $ab=4-2\sqrt{3}$

ج/ استنتج $a+b=\sqrt{3\sqrt{3}-3}$.



2) **في الرّسم المقابل: ABC مثلث و H المسقط العمودي لـA على (BC).**

لدينا: $AH=\sqrt{3}-1$ و $BH=\sqrt{\sqrt{3}-1}$

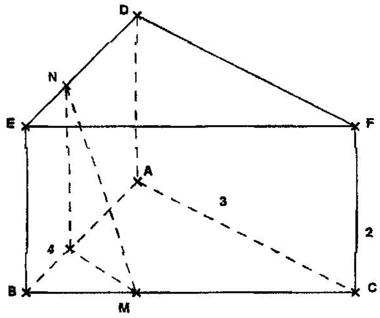
و $CH=\sqrt{6\sqrt{3}-10}$.

أ/ بيّن أنّ: $AC^2=4\sqrt{3}-6$ **وأنّ** $AB^2=3-\sqrt{3}$.

ب/ استنتج أنّ المثلّث ABC قائم الزاوية في A.

ج/ برهن أنّ مساحة ABC تساوي $\sqrt{\frac{3}{2}\left(3\sqrt{3}-5\right)}$.

تمرين عدد 3. (4 نقاط)



(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

في الرّسم المقابل ABCDEF موشور قائم قاعدته ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث

AB = 4 ، AC = 3 و AD = 2.

1) أ/ بيّن أنّ BC = 5 .

ب/ برهن أنّ المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

2) لتكن M نقطة على [BC] حيث BM = x.

I المسقط العمودي لـM على (AB) و N المسقط العمودي لـI على (DE).

أ/ بيّن أنّ $IM = \frac{3}{5}x$ وأنّ $IN = 2$.

ب/ برهن أنّ المثلّث IMN قائم الزاوية في I واستنتج أنّ $MN^2 = \frac{9}{25}x^2 + 4$.

ج/ جد x ليكون MB = MN.

د/ ما هي طبيعة المثلث BNC في هذه الحالة.

تمرين عدد 4. (5.5 نقاط)

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) أ/ ابن شبه منحرف ABCD قائم الزاوية في B و C حيث: AB = 8 و BC = 6 و CD = 4,5.

ب/ بيّن أنّ AC = 10 و BD = 7,5.

2) المستقيمان (BD) و (AC) يتقاطعان في I.

أ/ برهن أنّ $\frac{IC}{IA} = \frac{ID}{IB} = \frac{4,5}{8}$.

ب/ استنتج أنّ $\frac{IC}{4,5} = \frac{IA}{8} = \frac{AC}{12,5}$. بيّن أنّ IA = 6,4 و IC = 3,6

ج/ بيّن أنّ IB = 4,8 وأنّ ID = 2,7.

3) برهن أنّ المستقيمين (BD) و (AC) متعامدين.

4) المستقيم العمودي على (AB) في A يقطع (BD) في H.

أ/ بيّن أنّ H هو المركز القائم للمثلث ACD.

ب/ استنتج أنّ (AD) و (HC) متعامدين.

ج/ أحسب DH.

تمرين عدد 5. (4 نقاط)

الجدول التالي يقدّم نتائج 40 تلميذا خلال احد الاختبارات التقييمية في مادة الرّياضيات

العدد المتحصل عليه	[8, 10[	[10, 12[	[12, 14[	[14, 16[	[16, 18[	[18, 20[
عدد التلاميذ	6	2	10	10	8	4

1) أ/ مثّل السلسلة الإحصائية بمخطّط المستطيلات ثمّ أرسم مضلع التكرارات.

ب/ حدّد منوال ومدى السلسلة الإحصائيّة.

2) أحسب المعدّل الحسابي لهؤلاء التلاميذ خلال هذا الإختبار.

3) أ/ كوّن جدول التّواترات التراكمية الصاعدة.

ب/ أرسم مضلع التواترات التراكميّة الصاعدة.

ج/ استنتج قيمة تقريبيّة لموسّط هذه السلسلة الإحصائيّة.

4) تسند ملاحظة حسن جدّا للتلاميذ الذين تحصلوا على عدد يساوي أو يفوق 16. إذا أخذنا أحد التلاميذ بصورة عشوائيّة ما هو إحتمال أن يكون متحصّلا على ملاحظة حسن جدّا.

تمرين عدد 1:

1) أ) العدد يقبل القسمة على 5 إذن $b=0$ أو 5.

العدد يقبل القسمة على 3 (لكي يقبل القسمة على 15) ولا يقبل القسمة على 4 (لكي لا يقبل القسمة على 12)

60 يقبل القسمة على 4.

65 لا يقبل القسمة على 4 إذن $b=5$.

ب) * مجموع أرقام العدد: $25+a$

لكي يكون قابلا للقسمة على 3: $a=2$ أو $a=5$ أو $a=8$

← عدد الحلول الممكنة 3.

2) ج) العدد الجملي لإمكانيات السحب:

القرص الأول القرص الثاني

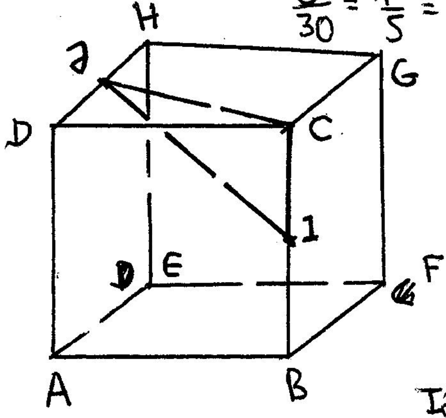
$6 \times 5 = 30.$

عدد إمكانيات سحب قرصين أحمرين:

القرص الأول القرص الثاني

$3 \times 2 = 6$

احتمال سحب قرصين أحمرين: $\frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 20\%$.



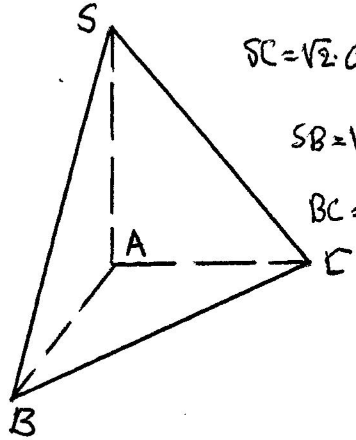
3) ج) تطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث DJC القائم في D:

$JC^2 = 4^2+2^2 = 20.$

تطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث IJC القائم في C:

$IJ^2 = IC^2 + JC^2 = 2^2+20 = 24$

إذن $IJ = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$



4) ب) SAC متقايس الضلعين قائم في A ← $SC=\sqrt{2}\cdot a$

SAB متقايس الضلعين قائم في A ← $SB=\sqrt{2}\,a$

ABC متقايس الضلعين قائم في A ← $BC=\sqrt{2}\cdot a$

إذن SBC متقايس الأضلاع طول ضلعه $\sqrt{2}\cdot a$

وبالتالي مساحته: $\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}\cdot a)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\times 2a = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

تمرين عدد 2:

1) أ) $9^2 = 81$ و $(5\sqrt{3})^2 = 5^2\times(\sqrt{3})^2 = 25\times 3 = 75$ ،

$(5\sqrt{3})^2 < 9^2$ والعددان $5\sqrt{3}$ و 9 موجبان إذن $9 > 5\sqrt{3}$

* $a^2-b^2 = \sqrt{3}-1-(6\sqrt{3}-10) = 9-5\sqrt{3} > 0$

إذن $a^2 > b^2$ وبما أن a و b موجبان فإن $a>b$.

ب) $ab = \sqrt{(\sqrt{3}-1)(6\sqrt{3}-10)} = \sqrt{18-10\sqrt{3}-6\sqrt{3}+10}$

$= \sqrt{28-16\sqrt{3}} = \sqrt{4(7-4\sqrt{3})} = 2\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

$= 2\sqrt{(\sqrt{3})^2-2\times 2\times\sqrt{3}+2^2} = 2\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

$= 2|\sqrt{3}-2| = 2(2-\sqrt{3}) = 4-2\sqrt{3}.$

ج)

$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

$= \sqrt{3}-1+6\sqrt{3}-10+2(4-2\sqrt{3})$

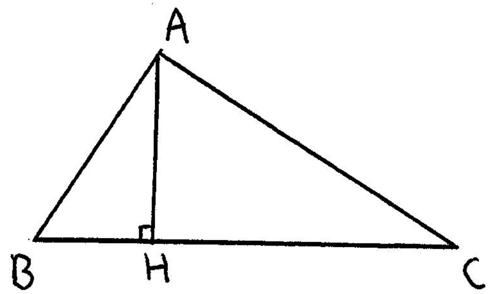
$= 7\sqrt{3}-11+8-4\sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3}-3$

إذن:

$a+b = \sqrt{3\sqrt{3}-3}$

2) أ)



بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ACH القائم في H :

$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$
$$= (\sqrt{3}-1)^2 + 6\sqrt{3} - 10 = 4 - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 10$$
$$= 4\sqrt{3} - 6.$$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABH القائم في H :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$
$$= (\sqrt{3}-1)^2 + \sqrt{3} - 1 = 4 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1$$
$$= 3 - \sqrt{3}.$$

ب) لدينا :

$$AB^2 + AC^2 = 3 - \sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 6$$
$$= 3\sqrt{3} - 3.$$

و

$$BC^2 = (BH + CH)^2$$
$$= (a+b)^2 = 3\sqrt{3} - 3.$$

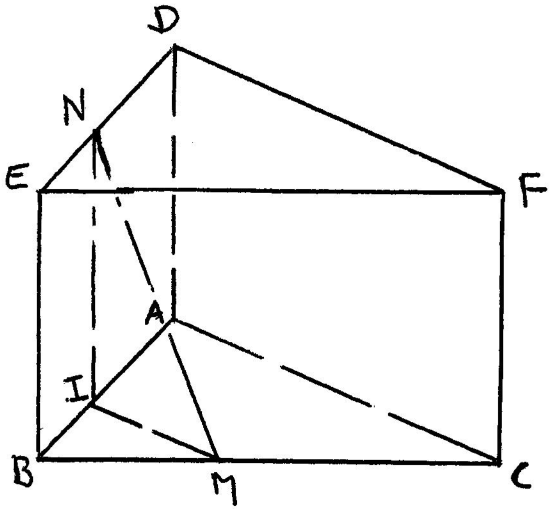
في المثلث ABC لدينا : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

إذن حسب عكس مبرهنة بيتاغور المثلث ABC قائم الزاوية في A.

ج) بما أن ABC قائم الزاوية في A فإن مساحة ABC تساوي :

$$\frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2}\sqrt{3-\sqrt{3}} \times \sqrt{4\sqrt{3}-6}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{(3-\sqrt{3})(4\sqrt{3}-6)}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{12\sqrt{3} - 12 - 18 + 6\sqrt{3}}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{18\sqrt{3} - 30} = \sqrt{\frac{1}{4} \times 6(3\sqrt{3}-5)}$$
$$= \sqrt{\frac{3}{2}(3\sqrt{3}-5)}.$$

تمرين عدد 3 :



1) أ) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABC القائم في A :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

إذن : $BC = \sqrt{25} = 5$.

ب) $(AD) \perp (AB)$ لأن ABED مستطيل.

$(AD) \perp (AC)$ لأن ACFD مستطيل.

بما أن المستقيم (AD) عمودي على مستقيمين متقاطعين ومحتويين في المستوي (ABC) فإن (AD) عمودي على (ABC).

2) أ) $(IM) \perp (AB)$ و $(AC) \perp (AB)$ إذن $(IM) // (AC)$.

في المثلث ABC لدينا : M على (BC) و I على (AB).

و $(IM) // (AC)$ إذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{BM}{BC} = \frac{IM}{AC}$$

يعني : $\frac{x}{5} = \frac{IM}{3}$

إذن $IM = \frac{3}{5}x$.

* في المستوي (ABD) الرباعي BINE له ثلاث زوايا قائمة إذن BINE مستطيل وبالتالي $IN = BE = 2$

ب) لدينا : $(AD) \perp (ABC)$ و $(IN) // (AD)$ إذن $(IN) \perp (ABC)$

* المستقيم (IN) عمودي على (ABC) في I . والمستقيم (IM) محتوى في المستوي (ABC) ويمر من I.

إذن (IN) عمودي على (IM).

وبالتالي IMN قائم الزاوية في I.

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث IMN القائم في I :

$$MN^2 = IN^2 + IM^2$$
$$= \left(\frac{3}{5}x\right)^2 + 2^2 = \frac{9}{25}x^2 + 4.$$

ج) $MB = MN$ يعني $MB^2 = MN^2$

يعني : $x^2 = \frac{9}{25}x^2 + 4$

يعني : $\frac{16}{25}x^2 = 4$

يعني : $x^2 = 4 \times \frac{25}{16}$

يعني $x^2 = \frac{25}{4}$

يعني $x = \frac{5}{2}$ أو $x = -\frac{5}{2}$

بما أن $x = BM > 0$ فإن $x = 5/2$.

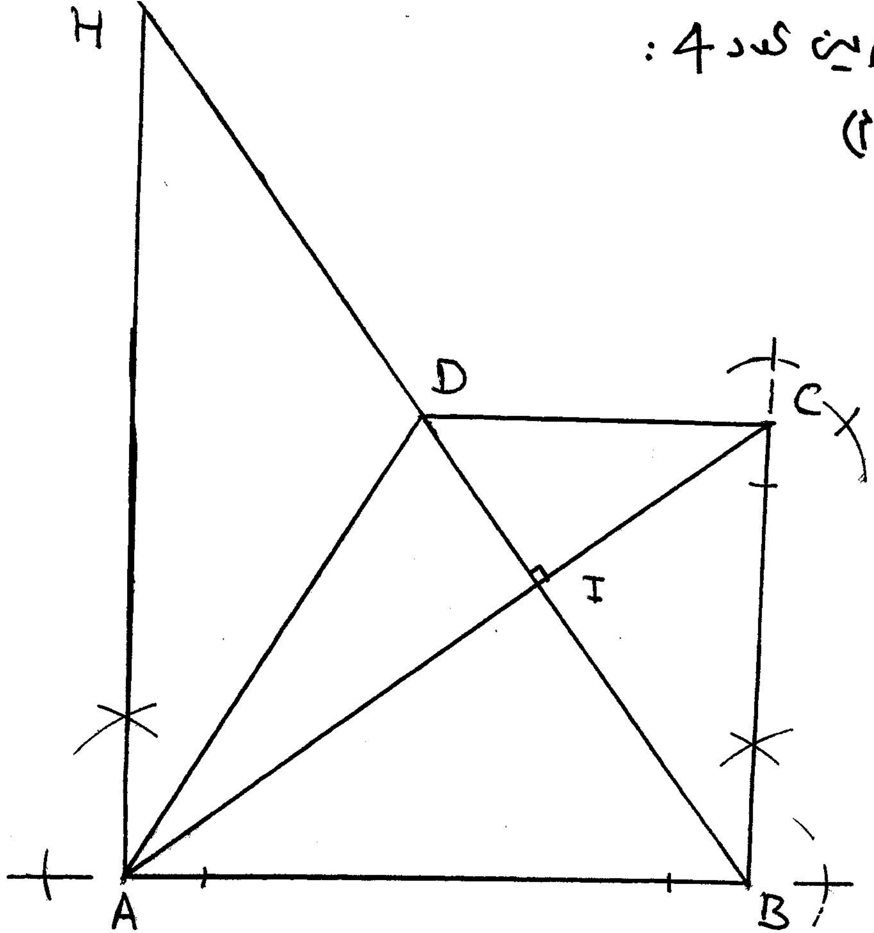
د) في حالة $x = BM = 5/2$ فإن $M = B * C$

إذن $MN = MB = MC$. و M تنتمي لـ [BC]

بالتالي NBC قائم في N.

تمرين عدد 4 :

1) أ)



ب) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABC القائم في B :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

إذن $AC = \sqrt{100} = 10$

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث BCD القائم في C :

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 = 6^2 + (4,5)^2 = 36 + 20,25 = 56,25$$

إذن $BD = \sqrt{56,25} = 7,5$.

2) أ) في المثلث IAB لدينا: C من (IA) و D من (IB) و (AB) موازي لـ (CD) إذن حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{IC}{IA} = \frac{ID}{IB} = \frac{CD}{AB} = \frac{4,5}{8}.$$

ب) لدينا: $\frac{IC}{IA} = \frac{4,5}{8}$ وإذن $\frac{IC}{4,5} = \frac{IA}{8} = \frac{IC+IA}{4,5+8}$

وبالتالي $\frac{IC}{4,5} = \frac{IA}{8} = \frac{AC}{12,5}$.

$$IA = \frac{8 \times 10}{12,5} = 6,4.$$

و

$$IC = \frac{4,5 \times 10}{12,5} = 3,6.$$

ج) $\frac{ID}{IB} = \frac{4,5}{8} \longrightarrow \frac{ID}{4,5} = \frac{IB}{8} = \frac{BD}{12,5}.$

$$\longrightarrow ID = \frac{BD \times 4,5}{12,5} = \frac{7,5 \times 4,5}{12,5} = 2,7$$

و

$$IB = \frac{BD \times 8}{12,5} = \frac{7,5 \times 8}{12,5} = 4,8.$$

3) لدينا:

$$IA^2 + IB^2 = 6,4^2 + 4,8^2$$
$$= 1,6^2(4^2+3^2) = 1,6^2 \times 5^2 = 8^2 = AB^2$$

إذن حسب عكس مبرهنة بيتاغور يستنتج أن المثلث IAB قائم الزاوية في I.

وبالتالي (AC) و (BD) متعامدان.

4) أ) في المثلث ACD لدينا :

$(BD) \perp (AC)$ إذن (BD) حامل الإرتفاع الصادر من D

$(AH) \perp (CD)$ إذن (AH) حامل الإرتفاع الصادر من A

بما أن (BD) و (AH) تتقاطعان في H فإن H هو المركز القائم للمثلث ACD.

ب) بما أن H هو المركز القائم للمثلث ACD فإن (HC) حامل الإرتفاع الصادر من C وبالتالي (HC) عمودي على (AD).

ج) في المثلث IBC لدينا H على (IB) و A على (IC) و (AH) موازي لـ (BC) (عموديان على المستقيم (AB)) إذن حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{IH}{IB} = \frac{IA}{IC}$$

وبالتالي:

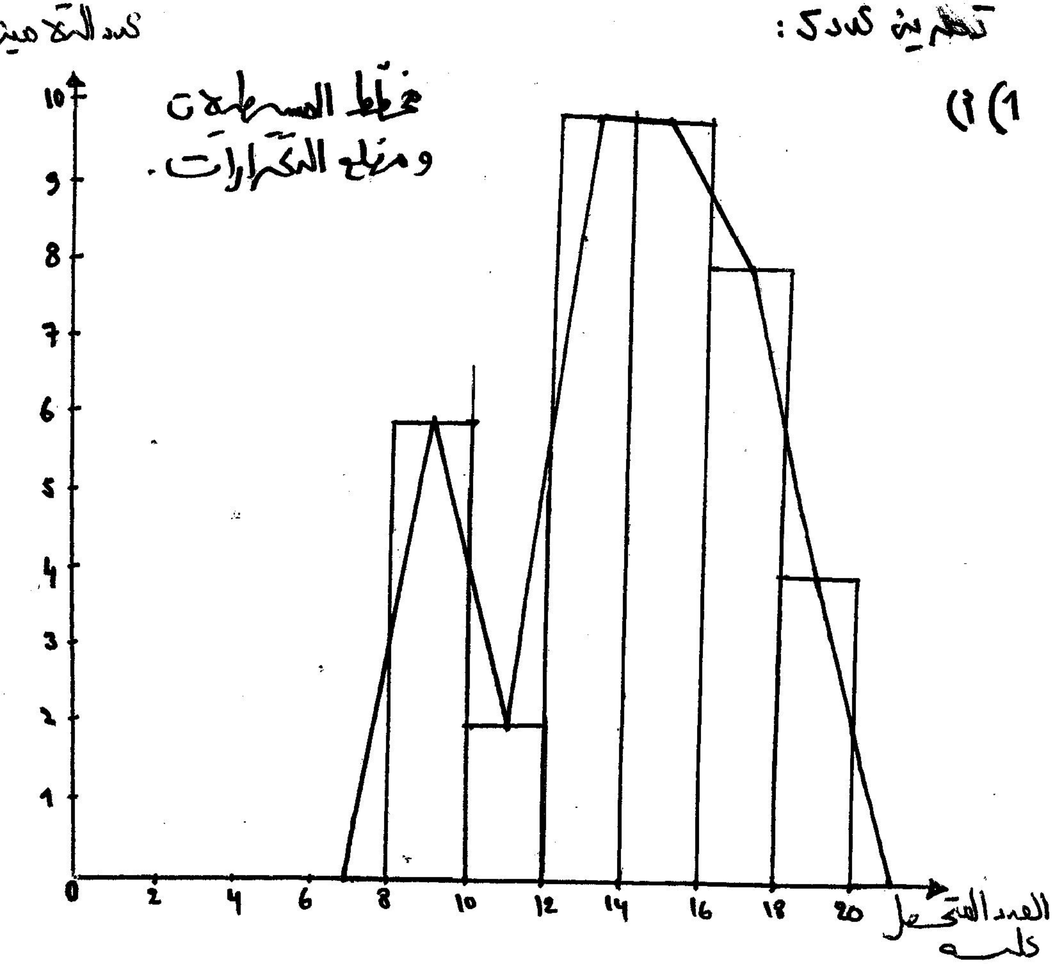
$$IH = \frac{IB \times IA}{IC} = \frac{4{,}8 \times 6{,}4}{3{,}6} = \frac{4 \times 6{,}4}{3} = \frac{128}{15}$$

فنستنتج أن:

$$DH = IH - ID = \frac{128}{15} - 2{,}7 = \frac{128}{15} - \frac{27}{10} = \frac{256-81}{30} = \frac{175}{30} = \frac{35}{6} = 5 + \frac{5}{6}$$

تمرين عدد :

1) أ)



ب) الفئة المنوال: $[12,14[$ و $[14,16[$

مدى السلسلة الإحصائية: $20 - 8 = 12$

2) المعدل الحسابي لأعداد التلاميذ خلال هذا الإختبار:

$$\bar{x} = \frac{9\times6 + 11\times2 + 13\times10 + 15\times10 + 17\times8 + 19\times4}{40}$$

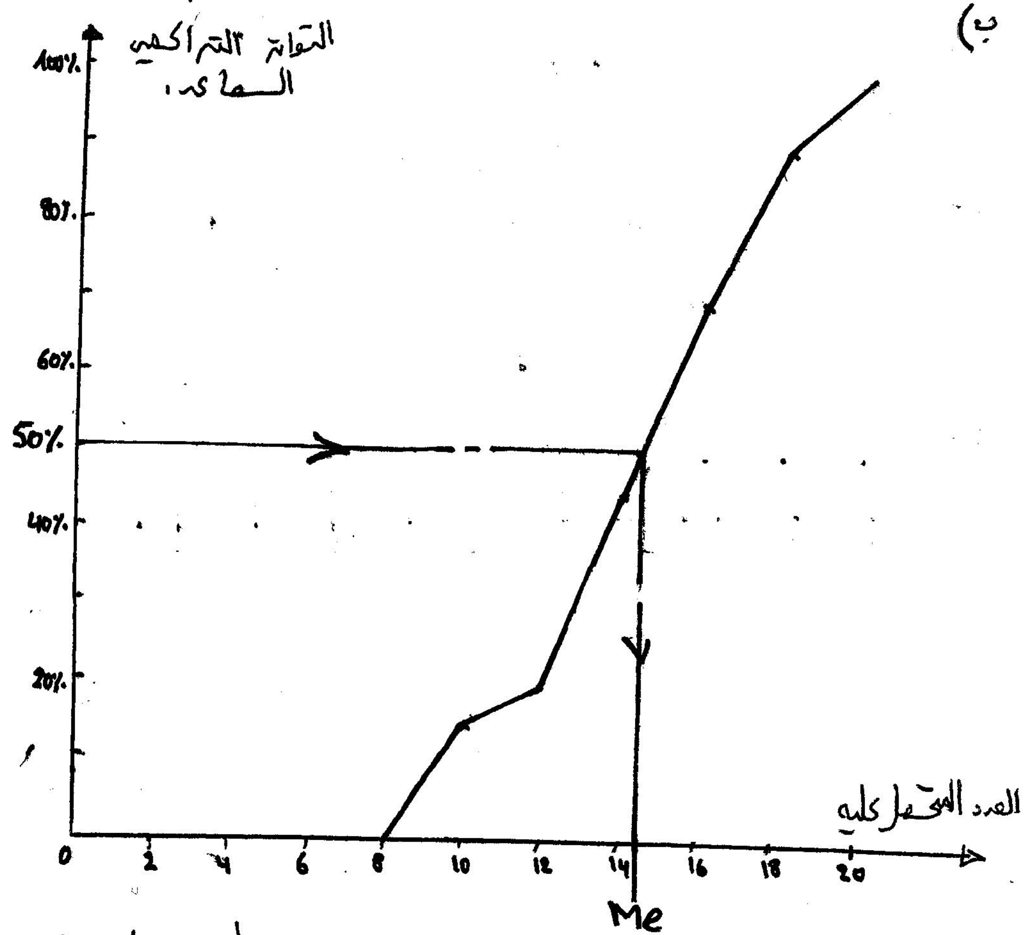
$$= \frac{54 + 22 + 130 + 150 + 136 + 76}{40}$$

$$= \frac{568}{40} = 14{,}2$$

3) أ) جدول التواترات التراكمية الصاعدة:

الفئة	[8;10[	[10;12[	[12;14[	[14;16[	[16;18[	[18;20[
التكرار التراكمي الصاعد	6	8	18	28	36	40
التواتر التراكمي الصاعد	15%	20%	45%	70%	90%	100%

ب)



ج) من خلال الرسم البياني قيمة تقريبية لموسط هذه السلسلة الإحصائية:
$Me \simeq 14{,}5.$

4) عدد التلاميذ المتحصلين على علامة حسن جدا:

$$8+4=12.$$

احتمال أن يكون التلميذ متحصلا على ملاحظة حسن جدا:

$$\frac{12}{40} = 30\%.$$

التاسعة نموذجي 1 + 2 مدة الاختبار: ساعتان أحمد بنعبدالقادر	اختبار تقييمي في مادة الرياضيات	معهد ابن الجزار بقبلي 2015 / 05

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

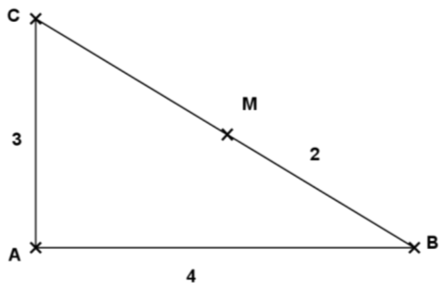
يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.
أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) مجموعة حلول المعادلة: $(3x-1)^2+(4x+1)^2=(5x-1)^2$ هي:

أ/ $\left\{\frac{1}{8}\right\}$ ب/ $\left\{\frac{2}{15}\right\}$ ج/ ϕ

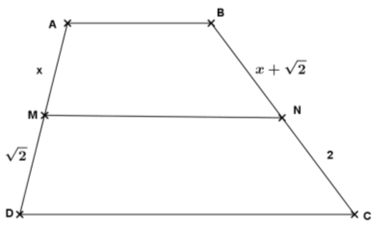
2) إذا كانت النقطة I على القطعة [AB] حيث 2AI = 3BI فإنّ نسبة AI من AB هي :

أ/ $\frac{2}{3}$ ب/ $\frac{2}{5}$ ج/ $\frac{3}{5}$



3) في الرّسم المقابل ABC مثلث قائم الزاوية في A
حيث AB = 4 و AC = 3
M نقطة على [BC] حيث MB = 2 إذن قيس AM يساوي

أ/ $\frac{6}{\sqrt{5}}$ ب/ 3 ج/ 2,4



4) في الرسم المقابل ABCD شبه منحرف
M على [AB] و N على [BC] حيث (MN) موازي لـ(AB)
إذن x يساوي:

أ/ $2-\sqrt{2}$ ب/ $2+\sqrt{2}$ ج/ $2\sqrt{2}$

تمرين عدد 2: (3 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين: $a=\sqrt{\sqrt{5}-2}$ و $b=\sqrt{5\sqrt{5}+2}$

1) أ/ بيّن أنّ $a^2+b^2=6\sqrt{5}$
ب/ بيّن أنّ $ab=4-\sqrt{5}$
ج/ استنتج أنّ $a+b=2\sqrt{2+\sqrt{5}}$

2) أ/ تحقّق أنّ $a(a+b)=2$
ب/ استنتج أنّ $\frac{1}{a}$ هو المعدّل الحسابي لـa و b .

3) قارن العددين 5a و b.

تمرين عدد 3: (4 نقاط)

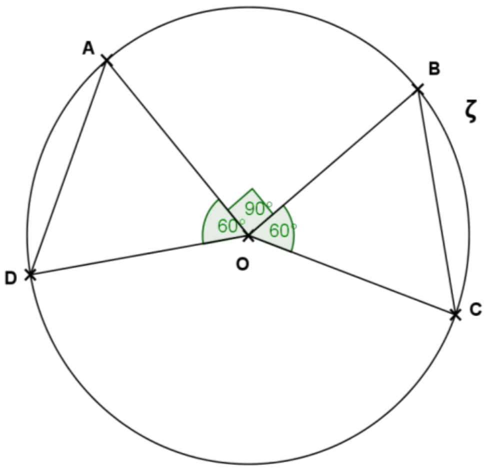
لتكن العبارة $A=x^2-2\sqrt{2}x-16$

1) أحسب القيمة العددية للعبارة A في حالة $x=1+\sqrt{2}$

2) أ/ بيّن أنّ $A=\left(x-\sqrt{2}\right)^2-18$
ب/ فكّك العبارة A إلى جذاء عوامل
ج/ حلّ في R المعادلة A = 0.

3) أ/ بيّن أنّ $A\le 14$ يعني $\left|x-\sqrt{2}\right|\le 4\sqrt{2}$.
ب/ استنتج حلّ المتراجحة: $A\le 14$ في R ومثل مجموعة حلولها على المستقيم المدرّج.

تمرين عدد 4: (6 نقاط)



(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

في الرّسم المقابل: ζ دائرة مركزها O وشعاعها 1.

C, B, A و D أربع نقاط على ζ حيث

$A\hat{O}B = 90°$ ، $B\hat{O}C = 60°$ و $A\hat{O}D = 60°$

1) أ/ أحسب $C\hat{O}D$ واستنتج $A\hat{D}C$.

ب/ برهن أنّ ABCD شبه منحرف

2) أ/ قارن المثلثين ADC و BCD .

ب/ ليكن H = B*C. بيّن أنّ النقاط H و O و D هي على إستقامة واحدة.

ج/ استنتج أنّ AC = BD = CD.

3) أ/ برهن أنّ $CD = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

ب/ ليكن J المسقط العمودي لـB على (CD)

بيّن أنّ $BJ = \frac{DH}{CD}$ واستنتج أنّ مساحة ABCD تساوي $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$

4) المستقيمان (AC) و (BD) يتقاطعان في I

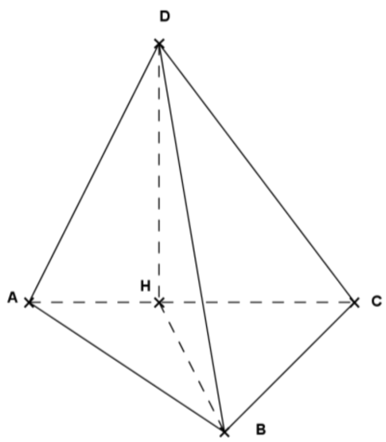
أ/ بيّن أنّ $\frac{IA}{IC} = \frac{IB}{ID}$ واستنتج أنّ $\frac{IA}{IB} = \frac{AC}{BD}$.

ب/ استنتج أنّ (OI) عمودي على (CD).

5) (OI) يقطع (AB) في M ويقطع (CD) في N

بيّن أنّ N هي منتصف [CD] واستنتج أنّ المثلث MCD قائم الزاوية.

تمرين عدد 5: (4 نقاط)



(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

في الرسم المقابل ABCD

رباعي أوجه حيث ABC و ACD مثلثات متقايسة الأضلاع.

H منتصف [AC] والمستقيم (DH) عمودي على المستوي (ABC)

ولدينا AC = 4.

1) أ/ برهن أنّ المثلث BHD متقايس الضلعين وقائم الزاوية في H.

ب/ استنتج أنّ $BD = 2\sqrt{6}$

2) ليكن O منتصف [BD].

أ/ برهن أنّ (BD) عمودي على (AOC).

ب/ أحسب OH

3) لتكن I و J و K و L منتصفات [AB] و [BC] و [CD] و [AD] على التوالي.

برهن أنّ الرّباعي IJKL متوازي أضلاع.

4) لتكن M منتصف [HC].

أ/ برهن أنّ المستقيم (AC) عمودي على المستوي (KJM) .

ب/ استنتج أنّ (LK) عمودي على (KJM).

ج/ برهن أن IJKL مستطيل وأحسب IK.

تمرين عدد 1:

1) أ) $(3x-1)^2+(4x+1)^2=(5x+1)^2$

يعني $9x^2-6x+1+16x^2+8x+1=25x^2+10x+1$.

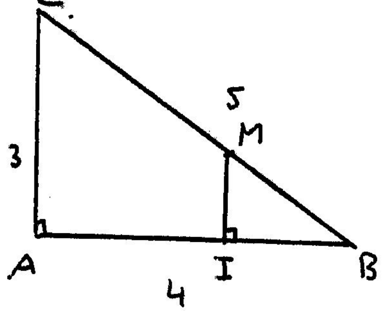
يعني $\cancel{25x^2}+2x+2=\cancel{25x^2}+10x+1$

يعني $1=8x$

يعني $x=\frac{1}{8}$.

2) ج) $2AI=3BI$ يعني $\frac{AI}{3}=\frac{BI}{2}$ يعني $\frac{AI}{3}=\frac{BI}{2}=\frac{AI+BI}{3+2}=\frac{AB}{5}$

إذن $AI=\frac{3}{5}AB$.



3) أ) لتكن I المسقط العمودي لـ M على (AB)

مبرهنة طالس في ABC:

$$\frac{BI}{BA}=\frac{MI}{AC}=\frac{BM}{BC}$$

$$\frac{BI}{4}=\frac{MI}{3}=\frac{2}{5} \longleftarrow$$

$MI=\frac{6}{5}$ و $AI=4-\frac{8}{5}=\frac{12}{5}$ و $BI=\frac{8}{5} \longleftarrow$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في AMI:

$$AM^2=\left(\frac{6}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2$$
$$=\frac{36+144}{25}=\frac{180}{25} \longrightarrow AM=\sqrt{\frac{180}{25}}=\sqrt{\frac{36}{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$$

4) ب) المستقيمات (AB) و (MN) و (CD) متوازية إذن حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{x+\sqrt{2}}{2} \longleftarrow \frac{x}{x+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \longleftarrow \frac{AM}{BN}=\frac{MO}{NC}$$

$$x=\frac{2}{2-\sqrt{2}}=2+\sqrt{2} \longleftarrow \frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \longleftarrow \frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{x+\sqrt{2}-x}{2-\sqrt{2}} \longleftarrow$$

تمرين عدد 2:

1) أ) $a^2+b^2=5\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2=6\sqrt{5}$.

ب) $ab=\sqrt{(5\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{25+2\sqrt{5}-2\sqrt{5}-4}$

$=\sqrt{21-8\sqrt{5}}=\sqrt{\sqrt{5}^2+4^2-2\times4\times\sqrt{5}}=\sqrt{(\sqrt{5}-4)^2}$

$=|\sqrt{5}-4|=4-\sqrt{5}$.

ج) $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

$=6\sqrt{5}+2(4-\sqrt{5})=6\sqrt{5}+8-2\sqrt{5}=8+4\sqrt{5}$

$=4(2+\sqrt{5})$.

إذن

$a+b=\sqrt{4(2+\sqrt{5})}=2\sqrt{2+\sqrt{5}}$

2) أ) $a(a+b)=a^2+ab=\sqrt{5}-2+4-\sqrt{5}=2$.

ب) $a(a+b)=2$ يعني $\frac{a+b}{2}=\frac{1}{a}$

يعني $\frac{1}{a}$ هو المعدل الحسابي لـ a و b.

3) $(5a)^2=25(\sqrt{5}-2)=25\sqrt{5}-50$.

$b^2-5a^2=5\sqrt{5}+2-25\sqrt{5}+50=52-20\sqrt{5}=2(26-10\sqrt{5})$

لدينا: $26^2=676$ و $(10\sqrt{5})^2=500$ إذن $26>10\sqrt{5}$

وبالتالي $b^2-5a^2>0$ يعني أن $b^2>5a^2$

وبما أن العددان b و 5a موجبان يعني أن $b>5a$.

تمرين عدد 3:

$$A = x^2 - 2\sqrt{2}x - 16$$

1) في حالة $x = 1+\sqrt{2}$

$$A = (1+\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}(1+\sqrt{2}) - 16$$
$$= 1 + \cancel{2\sqrt{2}} + 2 - \cancel{2\sqrt{2}} - 4 - 16$$
$$= -17.$$

2) أ)

$$(x-\sqrt{2})^2 - 18 = x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 - 18$$
$$= x^2 - 2\sqrt{2}x - 16$$
$$= A.$$

ب)

$$A = (x-\sqrt{2})^2 - 18$$
$$= (x-\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2 = (x-\sqrt{2}-3\sqrt{2})(x-\sqrt{2}+3\sqrt{2})$$
$$= (x-4\sqrt{2})(x+2\sqrt{2}).$$

ج) $A = 0$ يعني $(x-4\sqrt{2})(x+2\sqrt{2}) = 0$

يعني $x+2\sqrt{2} = 0$ أو $x - 4\sqrt{2} = 0$

يعني $x = -2\sqrt{2}$ أو $x = 4\sqrt{2}$

إذن
$S_{\mathbb{R}} = \{4\sqrt{2}, -2\sqrt{2}\}.$

3) أ) $A \leq 14$ يعني $(x-\sqrt{2})^2 - 18 \leq 14$

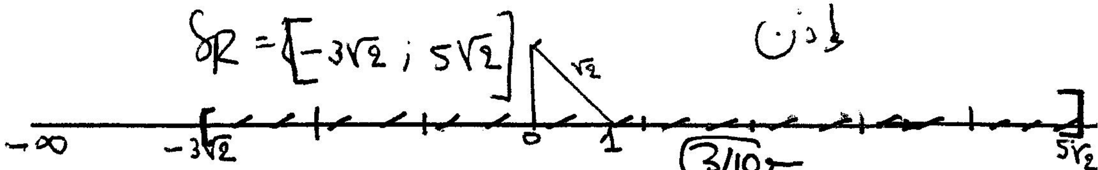
يعني $(x-\sqrt{2})^2 \leq 32$ يعني $|x-\sqrt{2}| \leq \sqrt{32}$

يعني $|x-\sqrt{2}| \leq 4\sqrt{2}$

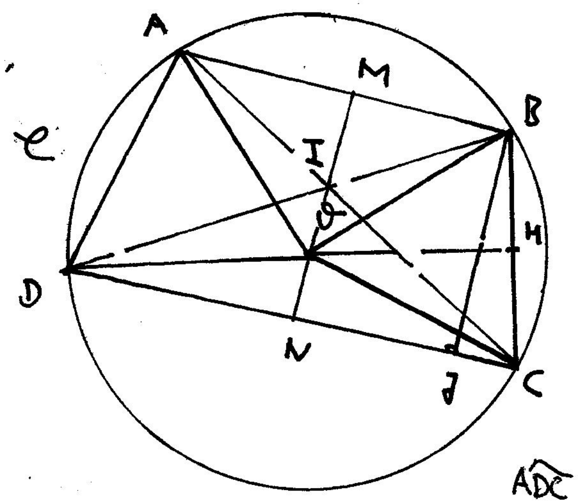
ب) $A \leq 14$ يعني $|x-\sqrt{2}| \leq 4\sqrt{2}$ يعني $-4\sqrt{2} \leq x-\sqrt{2} \leq 4\sqrt{2}$

يعني $-3\sqrt{2} \leq x \leq 5\sqrt{2}$

إذن
$S_{\mathbb{R}} = [-3\sqrt{2}\,;\,5\sqrt{2}]$



تمرين عدد 4:



1) أ)

$$\widehat{COD} = 360 - (90 + 60 + 60)$$
$$= 360 - 210 = 150°.$$

المثلث COD مثناً $OC = OD$

إذن $\widehat{ODC} = \widehat{OCD}$
$$= \frac{180-150}{2} = 15°.$$

وبالتالي: $\widehat{ADC} = \widehat{ADO} + \widehat{ODC}$
$$= 60 + 15 = 75°.$$

ب) المثلث OAB متقايس الضلعين قائم الزاوية في O إذن $\widehat{OAB} = 45°$

OAD متقايس الأضلاع إذن $\widehat{DAO} = 60°$

وبالتالي $\widehat{BAD} = 45 + 60 = 105°$

المستقيمان (AB) و (DC) يقطعهما المستقيم (AD) ينتج عنهما زاويتان داخليتان من نفس الجهة متكاملتان: $\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 105 + 75 = 180$

إذن: (AB) و (DC) متوازيان

وبالتالي الرباعي ABCD شبه منحرف.

2) أ) مقارنة المثلثين ACD و BCD:

$$DC = DC$$
$$AD = BC = 1$$
$$\widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 75°$$

حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات نستنتج أن ACD و BCD متقايسين.