مقترح اصلاح اختبار الرياضيات – مناظرة التاسعة 2018

❖ التمرين 1

التّمرين الأوّل (3 نقاط)

يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات ، واحدة منها فقط صحيحة.
اكتب على ورقة تحريرك رقم السؤال و الإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي و النّقاط $A(1;-1)$ و $B(3;2)$ و $C(1;1)$.
إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع ، فإن إحداثيات النقطة D هي:

أ) $(-2;-1)$ ب) $(-1;-2)$ ج) $(-2;-3)$

2) يمثّل الجدول التّالي التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة لسلسلة إحصائيّة:

القيمة	-2	-1	0	1	2
التّكرار التّراكمي الصّاعد	5	9	13	18	20

التّكرار الموافق للقيمة صفر هو:

أ) 13 ب) 0 ج) 4

3) العدد $27^{2018}-2\times 27^{2017}$ يقبل القسمة على :

أ) 6 ب) 12 ج) 15

الجواب السليم	المبرر
ب) $(-1,-2)$	ABCD متوازي الاضلاع اذن القطران لهما نفس المنتصف $\frac{x_B+x_D}{2}=\frac{x_A+x_C}{2}$ و ... فنجد $x_D=-1$
ج) 4	$13-9=4$
ج) 15	$27^{2018}-2\times27^{2017}=27\times27^{2017}-2\times27^{2017}=27^{2017}\times(27-2)$ $=\left(\underbrace{27^{2017}}_{\in M_3}\times\underbrace{25}_{\in M_5}\right)\in M_{15}$

❖ التمرين 2

التّمرين الثّاني(4 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيّين الموجبين a و b حيث $a^2=11+6\sqrt{2}$ و $b^2=11-6\sqrt{2}$.

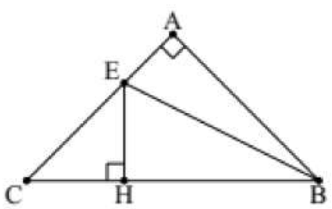
1) أ) قارن العددين a^2 و b^2.
ب) بيّن أنّ $(a-b)$ عدد موجب.

2) أحسب a^2b^2 ثمّ استنتج أنّ $ab=7$.

3) أحسب $(a-b)^2$ ثمّ استنتج أنّ $a-b=2\sqrt{2}$.

(وحدة قيس الطّول هي الصنتمتر)

في الرسم المقابل لدينا:
- ABC مثلّث متقايس الضلعين و قائم في A ، حيث $AB=a$.
- E النّقطة من $[AC]$ حيث $AE=b$.
- H المسقط العمودي للنّقطة E على (BC).



4) أ) بيّن أنّ المثلّث HEC متقايس الضّلعين.
ب) بيّن أنّ $EH=2$.

5) لتكن S مساحة المثلّث BEC.
أ) بيّن أنّ $S=a\sqrt{2}$.
ب) بيّن أيضا أنّ $S=2+3\sqrt{2}$ ، ثمّ استنتج أنّ $a=3+\sqrt{2}$.

نعتبر العددين الحقيقيين **الموجبين** a و b بحيث : $a^2=11+6\sqrt{2}$ و $b^2=11-6\sqrt{2}$

1) أ) لنقارن العددين a^2 و b^2 : $a^2-b^2=11+6\sqrt{2}-11+6\sqrt{2}=12\sqrt{2}\in\mathbb{R}_+^*$ **ومنه** $a^2\succ b^2$

ب) نعلم ان a و b موجبان ومنه a+b موجب ونعلم ان $a^2-b^2=(a+b)\times(a-b)$

$(a+b)\times(a-b)$ موجب والعامل $(a+b)$ موجب فحتما العامل $(a-b)$ موجب

2) $a^2\times b^2=(11+6\sqrt{2})(11-6\sqrt{2})=11^2-(6\sqrt{2})^2=121-72=49$ او $(a\times b)^2=49$ ومنه $a\times b=\sqrt{49}=7$

3) $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=(11+6\sqrt{2})+(11-6\sqrt{2})-2\times7=22-14=8$ ومنه $a-b=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

4) أ) في المثلث ABC نجد $\hat{C}=\hat{B}=90°/2=45°$ من ناحية اخرى في المثلث CEH لدينا : $\hat{E}=90°-\hat{C}=90°-45°=45°=\hat{C}$

ومنه المثلث ECH متقايس الضلعين في H.

ب) المثلث ECH قائم في H فحسب بيتاغور $CE^2=EH^2+CH^2=2.EH^2$ اي $EH^2=\frac{CE^2}{2}=\frac{(a-b)^2}{2}=\frac{8}{2}=4$ ومنه

$EH=\sqrt{4}=2$ (بالامكان اعتبار $[CE]$ قطرا في مربع والحصول على نفس النتيجة)

5) **S** هي مساحة المثلث BEC .

أ) ليكن $\mathcal{A}$ مساحة المثلث ABC و $\mathcal{A}'$ مساحة المثلث AEC ومنه $S=\mathcal{A}-\mathcal{A}'$ اي

$$S=\frac{AB\times AC}{2}-\frac{AB\times AE}{2}=\frac{a^2}{2}-\frac{ab}{2}=\frac{1}{2}a(a-b)=\frac{1}{2}a\times2\sqrt{2}=a\sqrt{2}$$

ب) * نكتب **S** بطريقة ثانية : $S==\frac{a^2}{2}-\frac{ab}{2}=\frac{11+6\sqrt{2}}{2}-\frac{7}{2}=\frac{4+6\sqrt{2}}{2}=2+3\sqrt{2}$

**لنستنتج ان $a=3+\sqrt{2}$: المساواة $a\sqrt{2}=2+3\sqrt{2}$ تؤدي الى

$$a=\frac{2+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+3)}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}+3$$

❖ التمرين 3

التمرين الثّالث(4 نقاط) **(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)**

ABC مثلّث متقايس الضّلعين و قمّته الرئيسيّة A حيث $BC=2$ و $AB\geqslant 3$.

لتكن النّقطة D مناظرة النقطة C بالنّسبة إلى A ، و H المسقط العمودي للنّقطة A على المستقيم (BC).

المستقيمان (AB) و (DH) يتقاطعان في النقطة G.

1) أ) بيّن أنّ المثلّث BCD قائم في B.

ب) بيّن أنّ G مركز ثقل المثلّث BCD.

في الأسئلة المواليّة، نفترض أنّ $AB=x+3$ حيث x عدد حقيقي موجب.

2) أ) بيّن أنّ $BD^2=4(x^2+6x+8)$.

ب) بيّن أنّ $BD=2\sqrt{35}$ يعني $x^2+6x-27=0$.

3) أ) بيّن أنّ $x^2+6x-27=(x+3)^2-36$.

ب) استنتج أنّ $x^2+6x-27=(x-3)(x+9)$.

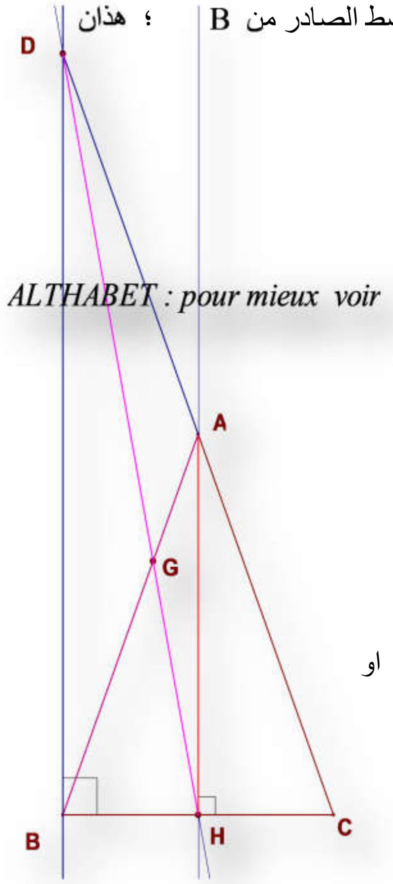
ج) أوجد x حيث $BD=2\sqrt{35}$ ، ثمّ استنتج البعد BG.

1) أ)في المثلث BCD نجد A منتصف الضلع $[CD]$ يحقق : $AC=AD=AB$ فهو قائم ووتره الضلع المذكور اي $[CD]$

ومنه المثلث BCD قائم في B

ب) في المثلث ABC المتقايس الضلعين لدينا $[AH]$ هو الارتفاع الصادر من القمة الرئيسية A فحتما يطابق الموسط الموافق للضلع $[BC]$ اذن H تمثل منتصف $[BC]$ ومنه :

في المثلث BCD القطعة $[DH]$ هي الموسط الصادر من D ونعلم ان $[BA]$ هو الموسط الصادر من B ؛ هذان الموسطان يتقاطعان في G فحتما G تمثل مركز ثقل المثلث BCD.



2) نفترض ان $AB=x+3$ حيث $x\in\mathbb{R}_+$.

أ) بما ان $AB=x+3$ و $AB=AC$ فان $AC=x+3$.

ونعلم من ناحية اخرى ان A منتصف $[DC]$ ومنه $DC=2\times AC=2(x+3)$.

بما ان المثلث قائم في فانه حسب بيتاغور :

$CD^2=BC^2+BD^2$ اي $BD^2=CD^2-BC^2$ او

$$BD^2=2^2(x+3)^2-2^2=4(x^2+6x+9)-4=4x^2+24x+36-4$$
$$=4x^2+24x+32=4(x^2+6x+8)$$

ب) $BD=2\sqrt{35}$ يعني $BD^2=(2\sqrt{35})^2=4\times35=140$ (البعد هو قيمة موجبة)

يعني $4(x^2+6x+8)=140$ يعني $x^2+6x+8=140:4=35$ يعني $x^2+6x+8-35=0$ او

$x^2+6x-27=0$

3) أ) لدينا

$$x^2+6x-27=x^2+2\times x\times3+3^2-3^2-27=\underbrace{x^2+2\times x\times3+3^2}_{(x+3)^2}-3^2-27$$
$$=(x+3)^2-36$$

ب) لدينا $x^2+6x-27=(x+3)^2-36=(x+3+6)(x+3-6)=(x+9)(x-3)$

ج) $BD=2\sqrt{35}$ يعني $(x+9)(x-3)=0$ ومنه $x=3$ (مقبولة) او $x=-9$ (ملغاة) لان $x\in\mathbb{R}_+$

* نعلم $AB=x+3$ اذن $AB=x+3=3+3=6$

وبما ان G تمثل مركز ثقل المثلث BCD فان $BG=\frac{2}{3}BA=\frac{2}{3}\times6=4$

❖ التمرين 4

التمرين الرّابع(5 نقاط) **(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)**

A و B نقطتان من المستوي، حيث $AB = 6$ و I منتصف قطعة المستقيم $[AB]$.
لتكن $\mathscr{C}$ الدّائرة التي قطرها $[AB]$ و C نقطة من $\mathscr{C}$ ،حيث $AC = 5$.

1) احسب BC.

2) المماس للدّائرة $\mathscr{C}$ في النقطة B يقطع (AC) في النقطة D.

أ) بيّن أنّ $CD = \frac{11}{5}$.

ب) أحسب BD.

3) المستقيم العمودي على (AC) في النّقطة D يقطع (AB) في نقطة E.
لتكن $\mathscr{C}'$ الدّائرة التي قطرها $[DE]$ و مركزها O. المستقيم المار من D و الموازي للمستقيم (AB) يقطع $\mathscr{C}'$ في نقطة F مخالفة للنقطة D.

أ) بيّن أنّ الرباعي $BDFE$ مستطيل.

ب) الدّائرتان $\mathscr{C}$ و $\mathscr{C}'$ تتقاطعان في نقطة H مخالفة لـ B.
أثبت أنّ النقاط A و H و F على استقامة واحدة.

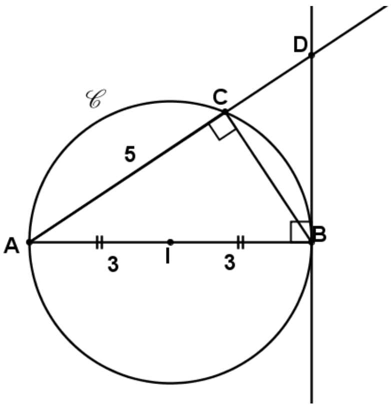
4) المستقيمان (AO) و (FI) يتقاطعان في نقطة G و المستقيمان (BG) و (AF) يتقاطعان في نقطة K.

أ) بيّن أنّ K منتصف $[AF]$.

ب) أثبت أنّ G مركز ثقل المثلّث AED.

ج) المستقيمان (EG) و (AD) يتقاطعان في النّقطة J. بيّن أنّ النقاط J و K و O على استقامة و احدة.

1) A و B و C نقاط من نفس الدائرة $\mathscr{C}$ التي قطرها [AB] إذن ABC مثلث قائم في C وبالتالي حسب نظرية بيتاغور



$$\begin{cases} BC^2 = AB^2 - AC^2 \\ BC^2 = 6^2 - 5^2 = 36 - 25 = 11 \end{cases}$$ إذن $$BC = \sqrt{11}$$

2) المثلث ABD قائم في B و [BC] هو الإرتفاع الموافق للوتر [AD]

إذن $$\begin{cases} BC^2 = CD \times CA \\ 11 = CD \times 5 \end{cases}$$ وبالتالي $$CD = \frac{11}{5}$$

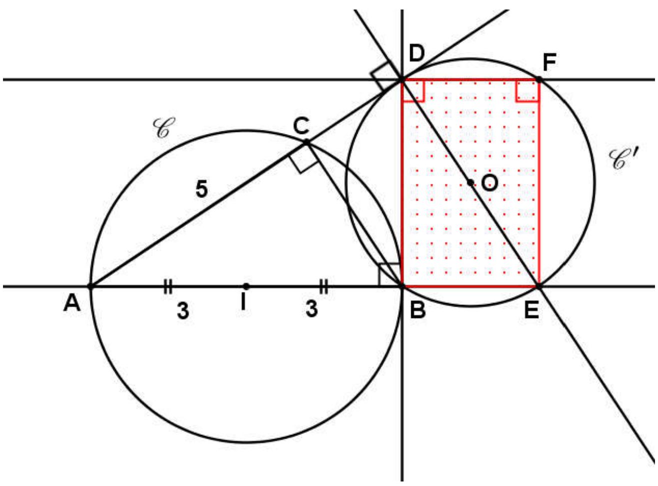
بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث BCD فإن

$$\begin{cases} BD^2 = CD^2 + BC^2 = \left(\frac{11}{5}\right)^2 + \sqrt{11}^2 \\ BD^2 = \frac{121}{25} + 11 = \frac{121 + 275}{25} = \frac{396}{25} \end{cases}$$ وبالتالي $$BD = \sqrt{\frac{396}{25}} = \frac{6\sqrt{11}}{5}$$

3)أ- لدينا E و F و D نقاط من نفس الدائرة $\mathscr{C}'$ التي قطرها [DE] إذن المثلث DFE قائم في F

ولدينا: $(DF) // (BE)$ و $(BD) \perp (BE)$ إذن $(BD) \perp (DF)$

الرباعي BDFE مستطيل لأن : $\widehat{BDF} = \widehat{DFE} = \widehat{DBE} = 90°$

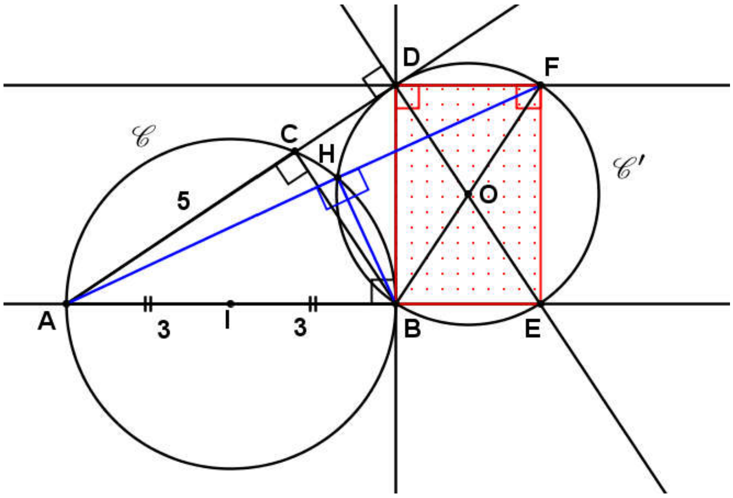


ب-لدينا B وF و Hنقاط من نفس الدائر 𝒞' التي قطرها [BF]

إذن المثلث BHFقائم في H وبالتالي $(BH) \perp (FH)$ (1) و لدينا B وA وHنقاط من نفس الدائرة **C** التي قطرها [AB]

إذن المثلث BHAقائم في H وبالتالي $(BH) \perp (AH)$ (2)

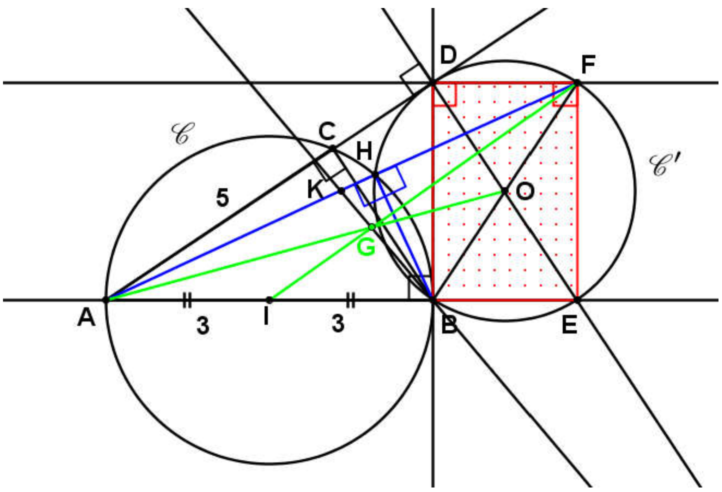
من (1)و (2) نستنتج أن $(AH) // (FH)$ وبالتالي النقاط A وF و H على استقامة واحدة



4) أ- في المثلث ABF ؛ I منتصف [AB] و O منتصف [BF]

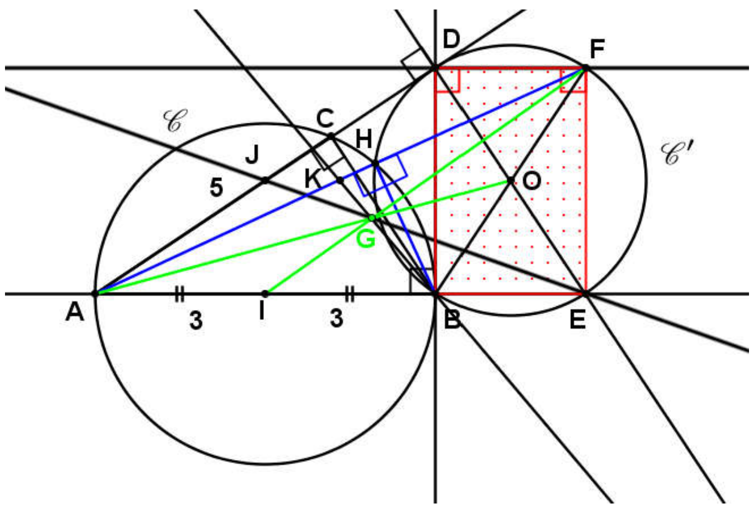
الموسطين [AO] و [BI] يتقاطعان في النقطة G التي هي مركز ثقله وبالتالي (BG) يحمل الموسط الموافق للضلع [AF] وينتج عن ذلك

أن K هي منتصف [AF] لأن $(BG) \cap (AF) = \{K\}$.



ب-

في المثلث AED : G نقطة من الموسط [AO] الموافق للضلع [ED] حيث $\frac{AG}{AO} = \frac{2}{3}$ وبالتالي **G هي مركز ثقله**



ج-بما أن G مركز ثقل المثلث ADE فإن (EG) يحمل الموسط الموافق للضلع [AD] وينتج عن ذلك أن J هي منتصف [AD]

في المثلث ADE لدينا Oمنتصف [DE] و J منتصف [AD] إذن (OJ)//(AE)

في المثلث ABF لدينا Oمنتصف [BF] و K منتصف [AF]إذن (OK)//(AB)

استنتاج : (OK)//(OJ) و يشتركان في O وبالتالي **النقاط O و J و K على استقامة واحدة**

❖ التمرين 5

التمرين الخامس(4 نقاط) **(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)**

ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات حيث $AB = 6$ و $AE = 4$ و $AD = 3$

1) أ) بيّن أنّ ADG مثلّث قائم في D.

ب) احسب DG و AG.

2) لتكن M النقطة من $[AE]$ حيث $AM = 3$ و Δ المستقيم العمودي على المستوي (AED) في النقطة M.

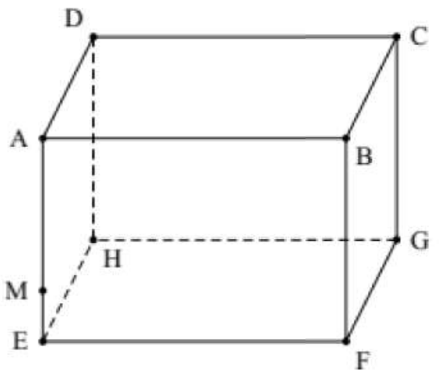
أ) بيّن أنّ Δ محتوٍ في المستوي (AEF).

ب) المستقيم Δ يقطع المستقيم (AF) في النقطة N.

بيّن أنّ $\frac{AM}{AE} = \frac{MN}{EF}$.

ج) أحسب MN ثمّ DN.

3) أحسب حجم الهرم $NMAD$.



1) أ- لدينا $(AD)\perp(DC)$ و $(AD)\perp(DH)$ و (DH) و (DC) محتويان في (DCH) بحيث $(AD)\cap(DC)=\{D\}$

فإن $(AD)\perp(DCH)$ وبما أن $(DG)\subset(DCH)$ فإن $(AD)\perp(DG)$ وبالتالي المثلث **ADGقائم في D**

ب- بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث CDG القائم في C:

$$DG^2 = DC^2 + CG^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$$

وبالتالي $DG = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث ADG القائم في D:

$AG^2 = AD^2 + DG^2 = 3^2 + \left(2\sqrt{13}\right)^2 = 9 + 52 = 61$ وبالتالي $AG = \sqrt{61}$

2) أ-*لدينا $(ADE)\perp\Delta$ في M و $(EF)\perp(ADE)$ في E إذن $\Delta//(EF)$ فهما من نفس المستوي (MEF)

الا ان $M\in(AE)$ و $(AE)\subset(AEF)$ و منه $(MEF)=(AEF)$

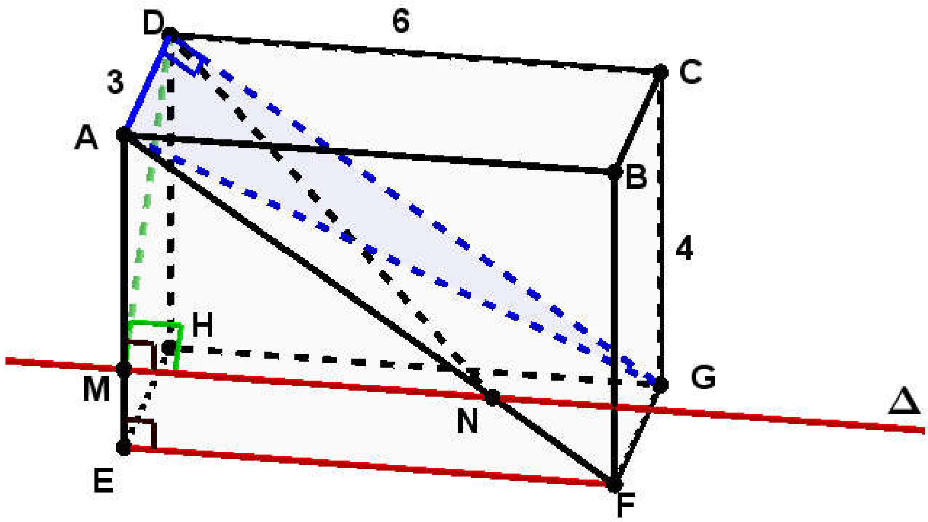
الخلاصة : Δ محتواة في المستوي (AEF)

**تمشي أخر : لدينا $\Delta//(EF)$ و $(EF)\subset(AEF)$ اذن $\Delta//(AEF)$ الا ان Δ تشترك مع (AEF) في M ومنه

الخلاصة : Δ محتواة في المستوي (AEF)

ب)في المثلث AEF لدينا : $M \in (AE)$ و $N \in (AF)$ و $(MN)//(EF)$

فحسب نظرية طالس : $\frac{AM}{AE} = \frac{AN}{AF} = \frac{MN}{EF}$ إذن $\frac{3}{4} = \frac{MN}{6}$ وباتالي $MN = \frac{3 \times 6}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$



ADM مثلث قائم في A حسب نظرية بيتاغور فإن :

$MD^2 = AD^2 + AM^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$ وبالتالي $MD = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

MDN مثلث قائم في M حسب نظرية بيتاغور فإن :

$DN^2 = MD^2 + MN^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 18 + \frac{81}{4} = \frac{72}{4} + \frac{81}{4} = \frac{153}{4}$ وبالتالي

$DN = \sqrt{\frac{153}{4}} = \frac{3\sqrt{17}}{2}$

حجم الهرم $NMAD$: (نعتبر $[MN]$ ارتفاع الهرم)

$$\frac{AD \times AM}{2} \times \frac{MN}{3} = \frac{3 \times 3 \times \frac{9}{2}}{6} = \frac{81}{12} = \frac{27}{4}$$