



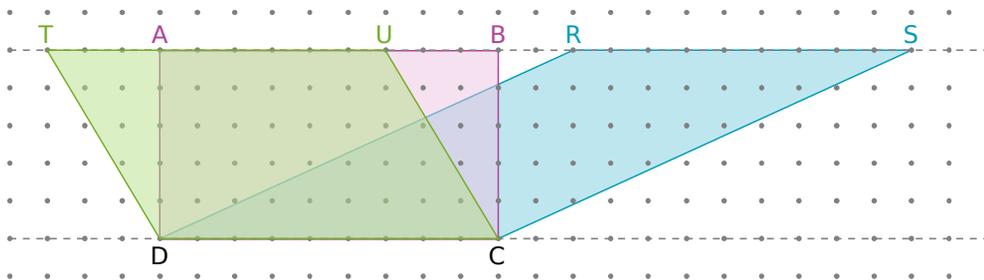
Aires

M1

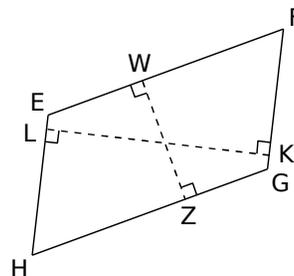


Activité 1 : Du rectangle au parallélogramme

1. Construis, sur une feuille, un rectangle de 10 cm de long sur 4 cm de large. Repasse en rouge les longueurs et en vert les largeurs. Calcule l'aire de ce rectangle puis découpe-le.
2. Avec un seul coup de ciseaux, découpe le rectangle puis recolle les morceaux pour obtenir un parallélogramme. Quelle est alors l'aire de ce parallélogramme ?
3. Nadir affirme : « Sur la figure suivante, les quadrilatères TUCD, ABCD et RSCD ont la même aire. ». A-t-il raison ? Justifie ta réponse.



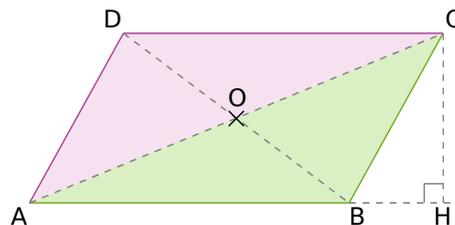
4. Reproduis sur ton cahier le rectangle ABCD ci-dessus puis prolonge en pointillés les droites (BC) et (AD). Place deux points E et F sur la droite (AD) pour que le parallélogramme EFBC ait la même aire que le rectangle ABCD.
5. À l'aide des questions précédentes, propose une ou plusieurs formules qui permettent de calculer l'aire du parallélogramme EFGH ci-contre.
6. Rédige une phrase pour expliquer la formule de l'aire d'un parallélogramme.



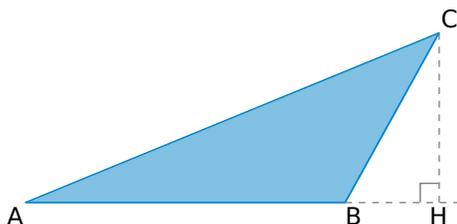
Activité 2 : Perdre sa moitié

Sur la figure ci-contre, ABCD est un parallélogramme tel que $AB = 6$ cm et $CH = 2,5$ cm.

1. Calcule l'aire du parallélogramme ABCD.
2. Quel est le symétrique du triangle rose ADC par rapport à O ? Que peux-tu en déduire pour l'aire des triangles ADC et ABC ?
3. Déduis-en l'aire du triangle ADC.



Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle tel que $AB = 5$ cm et $CH = 3$ cm.



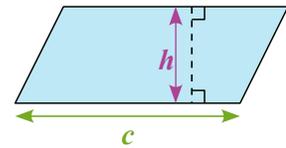
4. Dans le triangle ABC, que représente la droite (CH) pour le côté [AB] ?
5. En t'inspirant de la formule de l'aire du parallélogramme, donne une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle.
6. Combien y a-t-il de façons différentes de calculer l'aire d'un triangle ? Explique ta réponse.

Méthode 1 : Calculer l'aire d'un parallélogramme

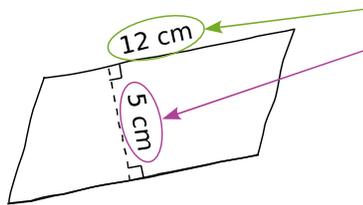
À connaître

Pour calculer l'aire d'un parallélogramme, on multiplie la longueur d'un **côté** par la **hauteur** relative à ce côté.

$$A = c \times h$$



Exemple : Détermine l'aire du parallélogramme suivant.



On repère la longueur d'un côté.

On repère la hauteur relative à ce côté.

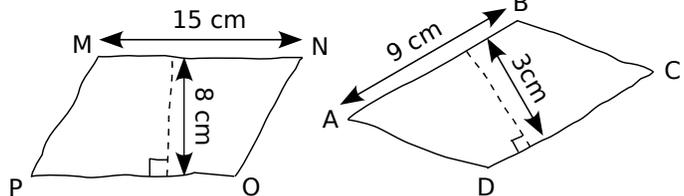
On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté :

$$A = c \times h = 12 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2.$$

L'aire du parallélogramme vaut 60 cm².

Exercice « À toi de jouer »

1 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-contre.

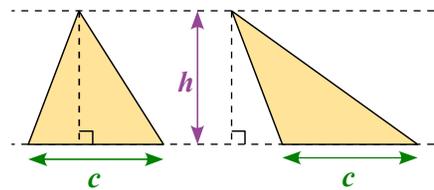


Méthode 2 : Calculer l'aire d'un triangle

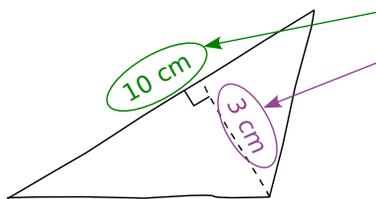
À connaître

Pour calculer l'aire d'un triangle, on multiplie la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté puis on divise le résultat par 2.

$$A = \frac{c \times h}{2}$$



Exemple : Calcule l'aire du triangle suivant.



On repère la longueur d'un côté.

On repère la hauteur relative à ce côté.

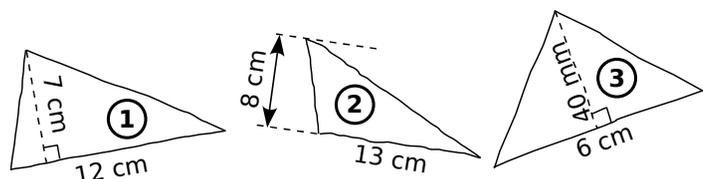
On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté puis on divise le résultat par 2 :

$$A = \frac{c \times h}{2} = \frac{10 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}}{2} = \frac{30 \text{ cm}^2}{2} = 15 \text{ cm}^2.$$

L'aire du triangle est égale à 15 cm².

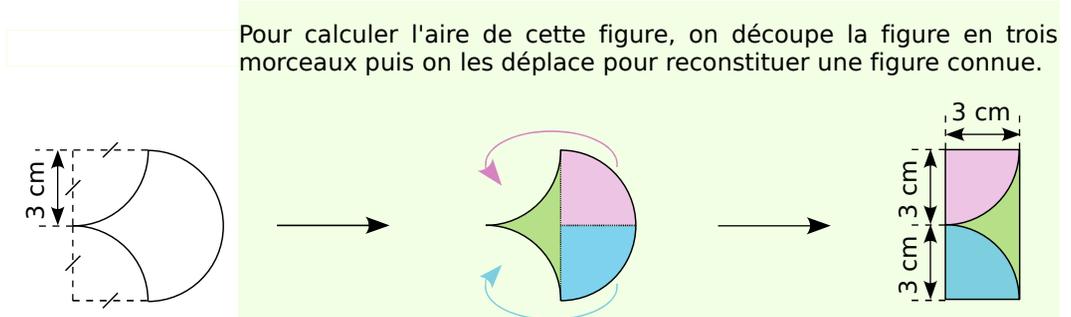
Exercice « À toi de jouer »

2 Calcule l'aire de chaque triangle ci-contre.



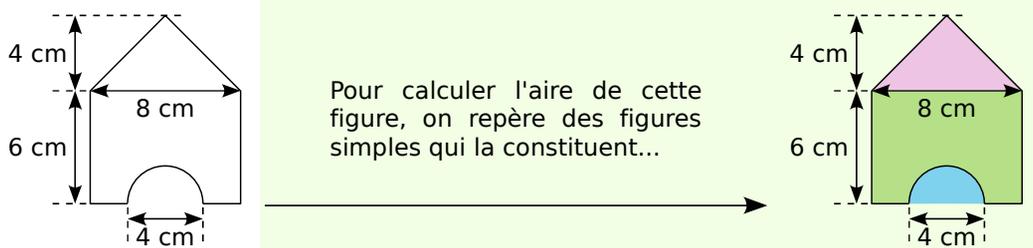
Méthode 3 : Calculer une aire par découpage simple

Exemple 1 : Calcule l'aire de la figure suivante.



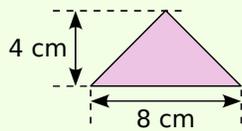
Calculer l'aire de cette figure revient donc à calculer l'aire d'un rectangle de largeur 3 cm et de longueur 6 cm : $A = 3 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 18 \text{ cm}^2$.
L'aire de cette figure est 18 cm^2 .

Exemple 2 : Calcule l'aire de la figure suivante.



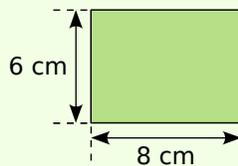
... puis on calcule l'aire de chacune des figures simples trouvées.

Un **triangle** dont un côté mesure 8 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm.



$$A_T = \frac{8 \times 4}{2} = 16 \text{ cm}^2$$

Un **rectangle** de largeur 6 cm et de longueur 8 cm.



$$A_R = 6 \times 8 = 48 \text{ cm}^2$$

Un **demi-disque** de rayon 2 cm.



$$A_D = \frac{\pi \times 2^2}{2} = 2\pi \text{ cm}^2$$

L'aire de la figure est obtenue en additionnant l'aire du **triangle** et du **rectangle** puis en retranchant au résultat l'aire du **demi-disque** :

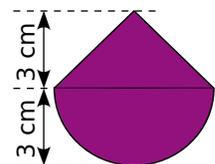
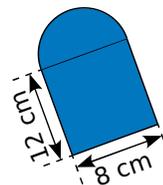
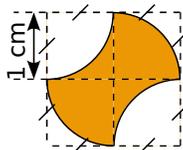
$$A = A_T + A_R - A_D = 16 \text{ cm}^2 + 48 \text{ cm}^2 - 2\pi \text{ cm}^2 = 64 - 2\pi \text{ cm}^2.$$

L'aire exacte de cette figure est $64 - 2\pi \text{ cm}^2$.

En prenant 3,14 comme valeur approchée du nombre π , on obtient $A \approx 57,72 \text{ cm}^2$.

Exercice « À toi de jouer »

3 Calcule l'aire de chacune des figures suivantes.

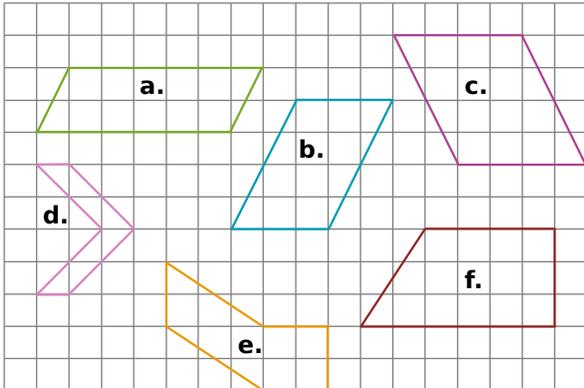




Calculer l'aire d'un parallélogramme

1 Avec un quadrillage

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire de chaque figure suivante en utilisant des aires de parallélogrammes.



2 Calcule l'aire de chaque parallélogramme dont les dimensions sont données ci-dessous.

- Un côté mesure 6 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm.
- Un côté mesure 4,7 dm et la hauteur relative à ce côté mesure 7,2 cm.
- Un côté mesure 2 m et la hauteur relative à ce côté mesure 6,4 cm.

3 Calcule la longueur demandée.

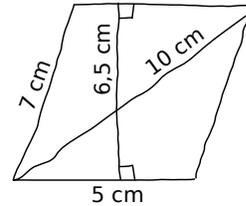
- L'aire du parallélogramme est 36 cm^2 et l'un de ses côtés mesure 6 cm. Combien mesure la hauteur relative à ce côté ?
- L'aire du parallélogramme est $15,12 \text{ cm}^2$ et l'une de ses hauteurs mesure 3,6 cm. Combien mesure le côté associé à cette hauteur ?

4 Complète ce tableau où, pour chaque cas, c désigne un côté d'un parallélogramme, h la hauteur relative à ce côté et \mathcal{A} l'aire.

c	h	\mathcal{A}
24 cm	8 cm	
132 m	0,5 hm	
16 mm		64 mm^2
4,5 m		$14,4 \text{ m}^2$
	250 cm	$7,5 \text{ m}^2$

5 Ne pas confondre !

Calcule l'aire et le périmètre de ce parallélogramme tracé à main levée.



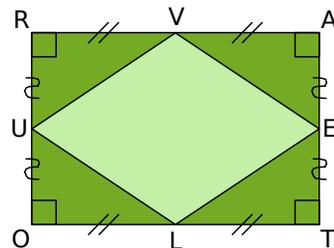
6 Calcul mental

- Trace un parallélogramme BLEU d'aire 27 cm^2 .
- Trace un parallélogramme NOIR d'aire 11 cm^2 .
- Trace trois parallélogrammes non superposables d'aires 36 cm^2 .

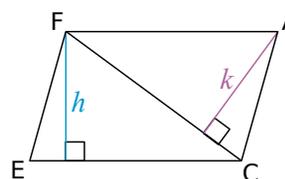
7 L'un dans l'autre

Sur la figure suivante, les points V, E, L et U sont les milieux des côtés d'un rectangle RATO.

- Calcule l'aire de RATO, sachant que $RA = 8 \text{ cm}$ et $AT = 6 \text{ cm}$.
- Calcule l'aire de VELU de deux façons.



8 Pile ou Face ?



Le parallélogramme FACE est tel que :

- $EC = 150 \text{ mm}$;
- $h = 67 \text{ mm}$;
- $k = 53 \text{ mm}$.

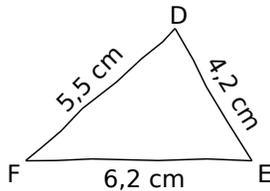
- Calcule l'aire du parallélogramme FACE.
- Calcule la longueur de la diagonale [FC].

9 L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifie ta réponse.

« Si deux parallélogrammes ont la même aire, alors ils ont le même périmètre. »

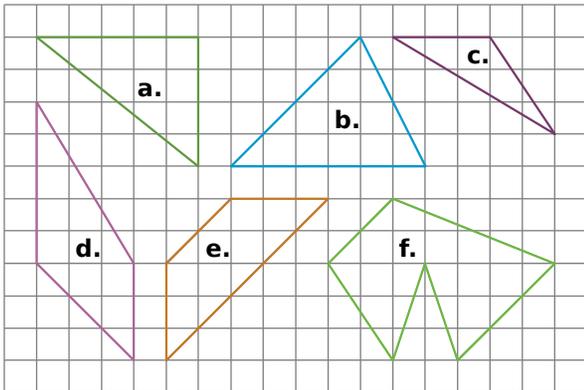
Calculer l'aire d'un triangle

10 Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace en rouge la hauteur [DH] et en vert la hauteur relative au côté [DE].



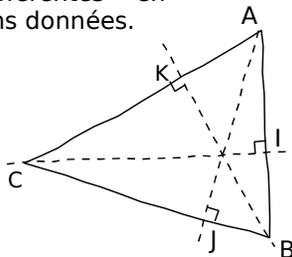
11 Avec un quadrillage (bis)

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire des figures suivantes en utilisant des aires de triangles.



12 Calcule l'aire du triangle ABC ci-dessous de trois façons différentes en utilisant les informations données.

- AB = 12,5 cm
- BC = 20 cm
- AC = 19,5 cm
- CI = 18,72 cm
- AJ = 11,7 cm
- BK = 12 cm



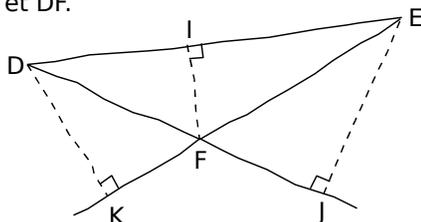
13 Calculer (mentalement !) pour construire

a. Trace un triangle OIL rectangle en O d'aire 15 cm².

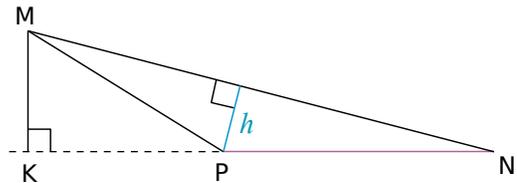
b. Trace un triangle isocèle EAU d'aire 12 cm².

14 En utilisant les données de l'énoncé, calcule l'aire du triangle DEF puis déduis-en les longueurs DK et DF.

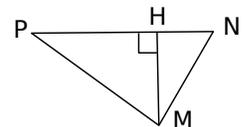
- DE = 8 cm
- EF = 5 cm
- IF = 2,1 cm
- EJ = 4,2 cm



15 Sur la figure ci-dessous, le segment [MK] mesure 1,6 cm, le segment [MN] mesure 6,4 cm et l'aire du triangle MNP est égale à 2,88 cm². Calcule la longueur du segment [PN] et la longueur h .



16 MNP est un triangle de hauteur [MH]. Recopie et complète ce tableau.

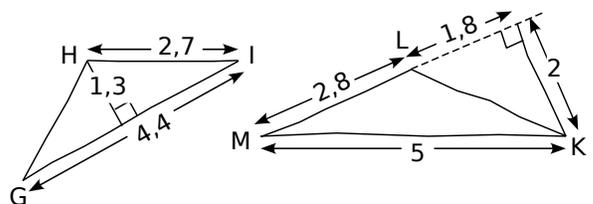
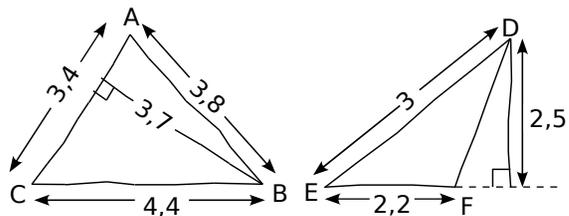


NP	MH	Aire du triangle MNP
7,2 cm	4,8 cm	
	3,5 m	5,6 m ²
16 cm		0,5 dm ²

17 Même consigne, mais par le calcul mental.

NP	MH	Aire du triangle MNP
11,4 cm	20 cm	
	9 m	72 m ²
7 dm		17,5 dm ²

18 Calcule l'aire des triangles suivants. L'unité de longueur est le centimètre.

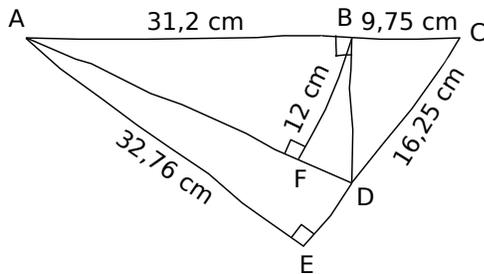


19 Sans figure

Un triangle a pour aire 16,25 cm² et l'un de ses côtés mesure 6,5 cm. Calcule la longueur de la hauteur relative à ce côté.



20 On considère la figure suivante.



- Nomme la hauteur relative au côté [CD] dans le triangle ACD.
- Déduis de la question a. l'aire du triangle ACD et la longueur BD.
- À l'aide d'un raisonnement semblable pour le triangle ABD, calcule AD.

Disques

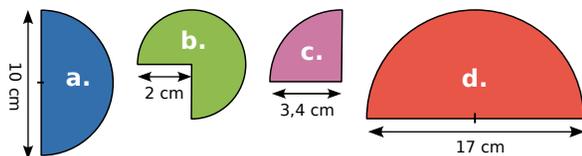
21 Effectue les calculs suivants.

- L'aire exacte d'un disque de rayon 3 cm.
- Une valeur approchée au dixième près de l'aire d'un disque de rayon 35 mm.
- L'aire exacte d'un disque de diamètre 8 cm.

22 Donne la valeur exacte puis la valeur approchée au centième près de l'aire des disques suivants, où r désigne le rayon du disque et d le diamètre du disque.

- | | | |
|---------------|-----------------|-----------------|
| a. $r = 2$ cm | c. $r = 4,5$ cm | e. $d = 4,8$ dm |
| b. $d = 3$ cm | d. $r = 5,6$ cm | f. $d = 0,24$ m |

23 Calcule l'aire de chaque figure suivante.



24 Portions de disques

- Calcule l'aire d'un demi-disque de rayon 5,2 cm. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au mm^2 près.
- Calcule l'aire d'un quart de disque de rayon 16,4 cm. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au mm^2 près.

25 Recopie et complète le tableau. (On prendra 3,14 comme valeur approchée de π .)

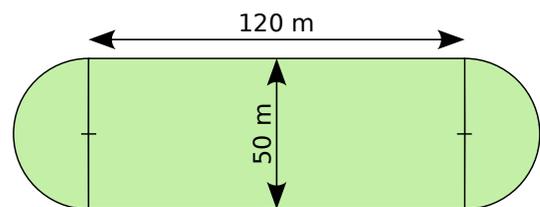
Rayon	Diamètre	Périmètre	Aire
5 cm			
	2,4 dm		
		6,28 m	
			50,24 cm^2

26 À Mathcity, l'émetteur de « Radio - Centre » a une portée de 10 km.

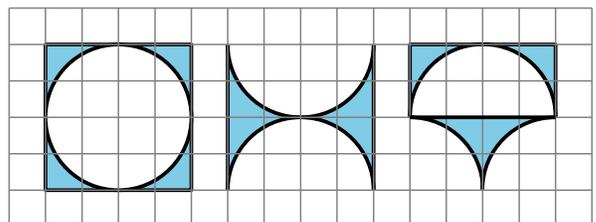


- Calcule la superficie de la zone de réception au km^2 près.
- À partir du mois de septembre prochain, le conseil municipal instaure une taxe de 10 € par km^2 . Combien paiera « radio-centre » ?
- La direction prévoit de changer l'émetteur pour multiplier la portée par 3. La nouvelle taxe sera-t-elle aussi multipliée par 3 ?

27 Calcule l'aire et le périmètre de ce stade.



28 Quadrillage



Reproduis les figures ci-dessus dans des carrés de 4 cm de côté puis calcule l'aire de chaque surface coloriée.



29 Construis un parallélogramme qui a un côté de 6 cm de longueur, un périmètre de 20 cm et une aire de 18 cm^2 . Justifie ta construction en indiquant tes calculs.

30 *Attention travaux !*

Un peintre en bâtiment fait l'expérience suivante : il imbibe entièrement son rouleau de peinture, il le pose sur le mur, le fait rouler en lui faisant faire seulement un tour complet, puis le retire du mur.

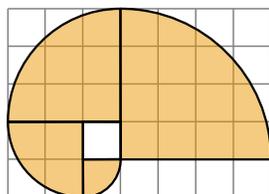
- Quelle va être la forme de la tache de peinture ainsi réalisée ?
- Le rouleau est large de 25 cm et d'un diamètre de 8 cm. Quelle surface du mur sera alors recouverte de peinture ?
- Combien de fois, au minimum, devra-t-il réaliser ce geste pour peindre un mur long de 6 m et haut de 2,5 m ?

31 *La galette*

Un pâtissier doit confectionner une tarte recouverte de glaçage. Il sait qu'avec 100 g de sucre glace, il fabrique du glaçage pour une surface de 5 dm^2 . Sachant qu'il dispose de moules à tarte circulaires de diamètres 22 cm, 26 cm ou 28 cm, quel moule devra-t-il utiliser pour 100 g de sucre ?

32 *Le nautille*

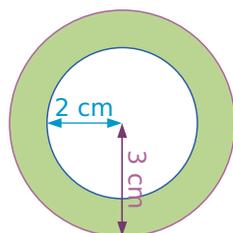
Le nautille est un mollusque dont la coquille est spiralée et peut être schématisée de la manière suivante.



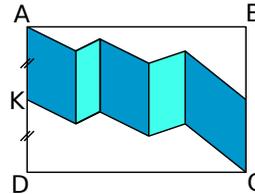
- Reproduis ce schéma dans un quadrillage à carreaux de 1 cm de côté.
- Calcule l'aire de la figure.
- Calcule le périmètre de cette figure.

33 *Une couronne pour un roi*

Calcule l'aire de la couronne circulaire ci-contre en arrondissant le résultat au mm^2 le plus proche.



34 Le quadrilatère ABCD est un rectangle tel que $BC = 4 \text{ cm}$, $AB = 6 \text{ cm}$ et K est le milieu de [AD]. La surface colorée est formée de parallélogrammes accolés. Montre que l'aire de la surface colorée est la moitié de celle du rectangle.

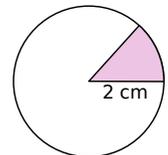


35 *Pare-brise*

Sur un pare-brise rectangulaire de 1,50 m par 0,80 m est fixé (au milieu de la longueur) un essuie-glace de longueur 0,65 m. Trouve une valeur approchée du pourcentage de la surface balayée par rapport à celle du pare-brise.

36 *Portions de disques (bis)*

On considère un cercle de rayon $r \text{ cm}$ ($r > 0$).

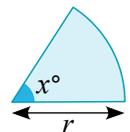


a. On suppose ici que $r = 2$. Calcule l'aire de chaque secteur circulaire dont l'angle est donné dans le tableau suivant.

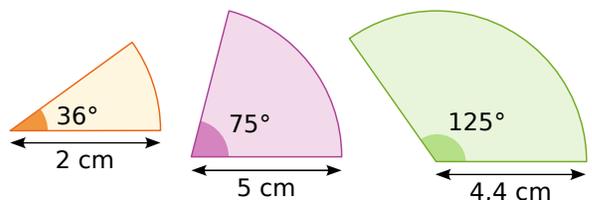
Angle ($^\circ$)	360	90	45	180	120	3	1	12
Aire (cm^2)								

b. Calcule le coefficient de proportionnalité du tableau précédent.

c. À l'aide du a., établis la formule donnant l'aire du secteur angulaire ci-contre en faisant intervenir x , r et le nombre π .



d. En utilisant la formule établie à la question c., calcule l'aire exacte des figures suivantes.

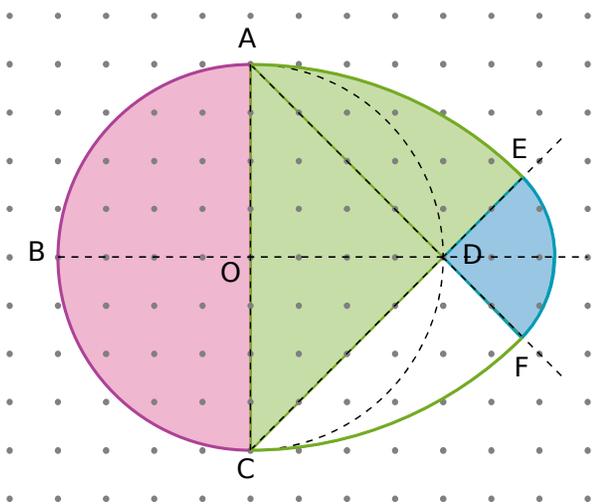


e. Déduis de la question d. l'aire exacte :

- d'un secteur angulaire de rayon 1 cm et d'angle 111° ;
- d'un secteur angulaire de rayon 8 cm et d'angle 50° .

37 Œuf de Pâques

Voici un œuf de Pâques construit sur du papier pointé. L'unité est le centimètre. Le segment [AO] mesure 4 cm.



Construction

- Reproduis cette figure sur ton cahier.
- Propose un programme de construction pour cette figure.

Les différentes parties de l'œuf

- Cherche le rayon du demi-disque rose puis calcule son aire.
- Cherche le rayon du huitième de disque vert puis calcule son aire.
- Le segment [AD] mesure 5,7 cm. Cherche la longueur du segment [DF] puis calcule l'aire du quart de disque bleu.

Aire de l'œuf

- Un élève dit : « Pour calculer l'aire de l'œuf, j'additionne l'aire de la partie rose, celle de la partie bleue et deux fois celle de la partie verte. ». A-t-il raison ? Sinon, explique.
- Calcule l'aire du triangle rectangle ADC.
- Calcule alors une valeur approchée au dixième de l'aire de l'œuf.

Un joli ruban

Marion veut entourer son œuf d'un joli ruban de laine en suivant le tour de l'œuf AEFCBA.

- Calcule une valeur approchée au dixième de la longueur de ruban nécessaire pour parer l'œuf de ce joli ruban.

38 Dans chaque cas, construis tous les quadrilatères qui satisfont aux énigmes suivantes.

- Je suis un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux deux à deux. Mon aire vaut 28 cm^2 et mon périmètre 24 cm. Mes côtés ont des mesures entières.
- Je suis un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur. La connaissance soit de la longueur d'une diagonale, soit d'un de mes côtés suffit pour que l'on puisse calculer mon aire qui est égale à 8 cm^2 .
- Je suis un quadrilatère non croisé qui a deux côtés consécutifs égaux et qui possède ses diagonales perpendiculaires. Mon aire vaut 24 cm^2 . Mes diagonales ont des mesures entières et mon centre se trouve au quart de la plus grande diagonale.



39 Démarche expérimentale

Conjecture avec TracenPoche

- Avec TracenPoche, construis un triangle ABC, place le milieu M du côté [BC] puis trace le segment [AM].
- Dans la fenêtre *Analyse*, recopie le texte ci-dessous, puis déplace les points de la figure.



Que constates-tu ?

- Recopie et complète la conjecture observée : « La ... d'un triangle semble le partager en deux triangles de ».

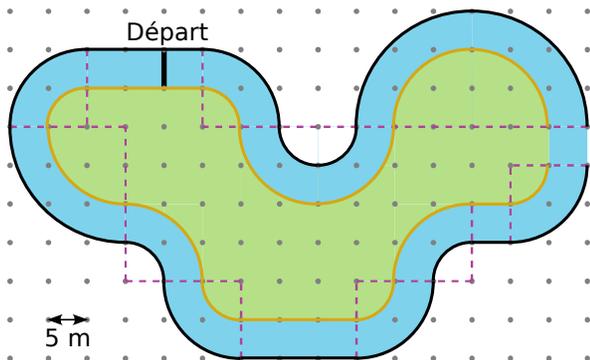
Démonstration

- Sur ton cahier, trace à main levée un schéma correspondant à la figure précédente.
- Place le point H, pied de la hauteur issue de A du triangle ABC.
- Écris une expression égale à l'aire du triangle ABM puis une autre égale à l'aire de ACM.
- Conclus.

1 Circuit de kart...

1^{re} Partie : En piste...

On a représenté ci-dessous le plan d'un circuit de kart dont les parties courbes sont soit des quarts de cercle, soit des demi-cercles.



- On réalise un marquage des bords de la piste. Quelle sera la longueur de la bande ocre située sur le bord intérieur du circuit ?
- Calculez la surface de gazon située au centre de la piste.
- Calculez la surface de bitume qu'il faudra pour recouvrir entièrement la piste.

2^e Partie : Ma piste

- Réalisez maintenant le plan d'un circuit de kart :
 - qui puisse être construit sur un terrain rectangulaire de 250 m de long sur 200 m de large ;
 - dont la largeur de la piste est de 10 m ;
 - dont les parties courbes sont des quarts de cercles ou des demi-cercles.

Pour cela, vous utiliserez du papier quadrillé à petits carreaux où chaque côté d'un petit carreau représente dans la réalité une longueur de 5 m.

Attention : les centres des virages doivent être des points du quadrillage.

3^e Partie : Tour de piste...

- Échangez le plan de votre circuit avec celui d'un autre groupe pour déterminer :
 - la surface de gazon située au centre de ce circuit ;
 - la surface de bitume nécessaire pour recouvrir cette piste.

Pour cela, il est conseillé de repérer les différentes parties qui composent la piste.

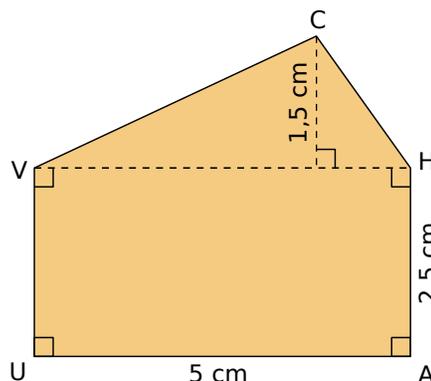
2 Du côté des bâtisseurs...

1^{re} Partie : Temps 1

- Chaque membre du groupe doit construire un rectangle d'aire 21 cm^2 . Tous les rectangles du groupe doivent être différents.
- Chaque membre du groupe doit construire un parallélogramme d'aire 28 cm^2 . Tous les périmètres des parallélogrammes du groupe doivent être différents.
- Chaque membre du groupe doit construire un triangle d'aire 25 cm^2 . Tous les périmètres des triangles du groupe doivent être différents.

2^e Partie : Temps 2

- Déterminez l'aire du pentagone suivant.



- Chaque membre du groupe doit construire un pentagone d'aire 45 cm^2 . Tous les pentagones du groupe doivent être différents.

3^e Partie : Temps 3

- Chaque membre du groupe doit construire sur une feuille quadrillée un polygone :
 - ayant cinq à dix côtés ;
 - composé de figures simples. (Vous pouvez vous aider de la question d..)
- Chaque membre du groupe doit calculer l'aire de sa figure (qu'il gardera secret) puis sur une nouvelle feuille quadrillée, il ne doit tracer que les contours de son polygone.
- Échangez les figures de votre groupe avec celles d'un autre groupe puis calculez l'aire des figures reçues en les décomposant en figures simples.
- Faites parvenir à l'autre groupe vos résultats pour les vérifier.

Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4
1	<p>PRIX est un parallélogramme</p>	Son aire est égale à 30 cm^2	Son aire est égale à 24 cm^2	Son périmètre est égal à 15 cm	Son périmètre est le même que celui d'un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm
2	<p>Pour calculer l'aire d'un losange CHUT de centre O...</p>	on multiplie la longueur CH par 4	on multiplie la longueur d'un côté par celle de la hauteur associée	on calcule $\frac{CU \times HT}{2}$	on multiplie l'aire du triangle COT par 4
3	<p>Pour calculer l'aire du parallélogramme LOVE...</p>	il suffit de connaître LO et OV	il suffit de connaître RE et OV	il suffit de connaître RE et LO	il suffit de connaître OS et OV
4	<p>L'aire d'un disque de diamètre 6 cm est de...</p>	$6\pi \text{ cm}^2$	36 cm^2	$9\pi \text{ cm}^2$	$36\pi \text{ cm}^2$
5		L'aire de PUR est égale à $\frac{PR \times PU}{2}$	L'aire de PUR est égale à $\frac{UK \times KR}{2}$	L'aire de PUR est égale à $\frac{UR \times PL}{2}$	L'aire de PUR est égale à $\frac{UK \times PR}{2}$
6	<p>Dans quel(s) cas l'aire de la surface coloriée est 18 cm^2 ?</p>				

Récréation mathématique

Tu vas au bal ?

Cher AmienPoche,
tu es notre invité pour une nuit costumée le 3 mars

À partir de 18h

Le code est l'aire en cm^2 de la partie beige du carton d'invitation.

L'équipe Sésamath

Sur le carton d'invitation rectangulaire ci-contre, toutes les longueurs sont données en centimètres. Quel est le code ?

