

## L14 : Aire et Périmètre.

### I Périmètre d'une figure :

#### □ Définition :

Le **périmètre** d'une figure fermée est la **longueur de son contour**.

Un **périmètre** est donc une **mesure** avec une **unité de longueur** donnée (cm, m...etc).

#### □ Exemple :



$$\begin{aligned}\text{Périmètre} &= 2 \times (120\text{m} + 80\text{m}) \\ &= 400 \text{ m}\end{aligned}$$

### II Aire d'une figure :

#### □ Définition :

L'**aire** d'une figure fermée est la **mesure de l'intérieur** de cette figure.

Après avoir choisi une **unité** ( $\text{cm}^2$ ,  $\text{m}^2$ ...etc), on appelle « **aire d'une figure fermée** » le nombre d'**unité** nécessaire pour la remplir complètement.

#### □ Unités usuelles d'aire :

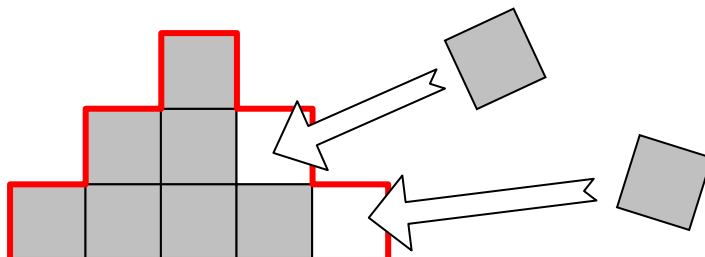
Une unité d'aire couramment utilisée est celle du **carré** de 1 cm de côté, dont l'aire est **1  $\text{cm}^2$**  (se lit 1 cm carré).



Exemple :

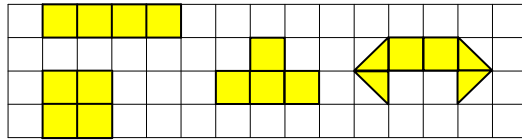
La figure est composée de **9 carrés** du type précédent.

On dit que l'aire de cette figure est de **9  $\text{cm}^2$** .

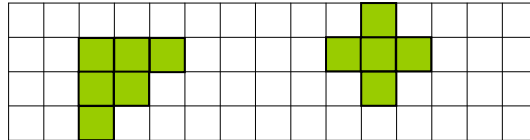


### III Comparer des aires et des périmètres :

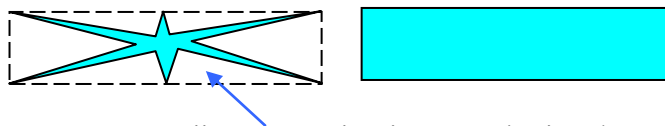
- Des surfaces de formes différentes peuvent avoir la même aire et des périmètres différents.



- Des surfaces de formes différentes peuvent avoir le même périmètre et des aires différentes.



- La figure de plus grand périmètre n'a pas forcément la plus grande aire.



Entre ces deux figures c'est celle-ci qui a le plus grand périmètre **a aussi** la plus petite aire.

### IV Formulaire :

Le périmètre d'un cercle

de rayon  $R$  est donné par la formule :

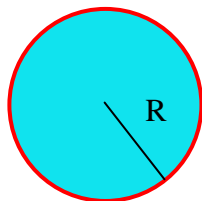
$$P = 2 \times \pi \times R = \pi \times d \quad (d = \text{diamètre})$$

Périmètre du cercle =  $2 \times \text{pi} \times \text{Rayon}$

avec  $\pi \approx 3,14$

$$d = 2 \times R$$

$$A_{\text{cercle}} = \pi \times R \times R$$

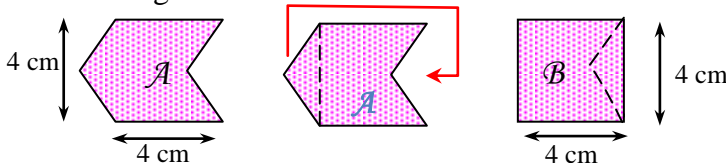


| Rectangle                                 | Triangle Rectangle         | Carré                           |
|---|----------------------------|---------------------------------|
|   |                            |                                 |
| $P = \text{Périmètre}$                    |                            |                                 |
| $P_{\text{rectangle}} = 2 \times (L + l)$ | $P = L + l + c_3$          | $P_{\text{carré}} = 4 \times c$ |
| $A = \text{Aire}$                         |                            |                                 |
| $A_{\text{rectangle}} = L \times l$       | $A = \frac{L \times l}{2}$ | $A_{\text{carré}} = c \times c$ |

$$P_{\text{rectangle}} = 2 \times (\text{Longueur} + \text{largeur})$$

### V Techniques pour calculer des aires :

- On peut déplacer mentalement un morceau de la figure.



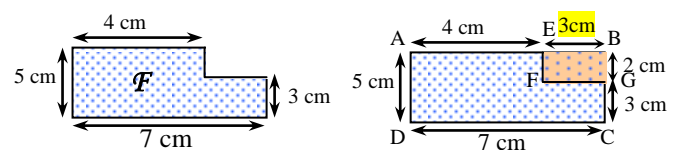
Les figures  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  ont la même aire.

$$\text{Donc } \mathcal{A} = \mathcal{B} = c \times c$$

$$= 4\text{cm} \times 4\text{cm}$$

L'aire de la figure  $\mathcal{A}$  sera donc de  $16 \text{ cm}^2$

- On peut découper ou compléter mentalement la figure :



$$\text{Aire } (\mathcal{F}) = \text{Aire } (ABCD) - \text{Aire } (EBGF)$$

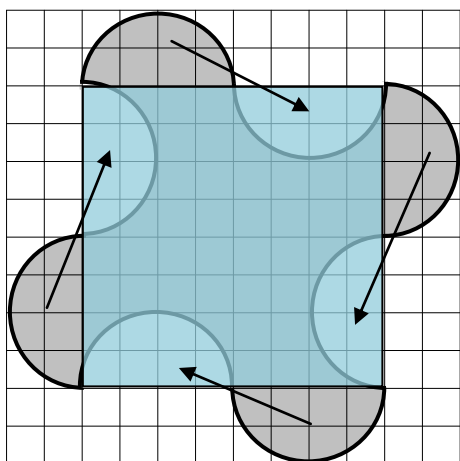
$$= (7\text{cm} \times 5\text{cm}) - (3\text{cm} \times 2\text{cm})$$

donc l'aire de  $\mathcal{F}$  est  $29 \text{ cm}^2$ .

## VI Le nombre pi = $\pi$ sur la calculatrice :

- Sur les casio c'est la touche  $\times 10^\pi$  et il faut taper sur la touche **seconde** avant pour accéder à la fonction. Si l'on veut obtenir une valeur approchée décimale il faudra taper sur  $\text{s} \leftrightarrow \text{d}$  (passage de l'écriture symbolique à l'écriture décimale)
- Sur les Texas Instrument c'est la touche  $\pi$  ce qui donne 3,141592654 (comme sur les casio il faudra taper sur  $\text{<>$  pour accéder au résultat décimal)

## VII Activité



- Reproduire la figure ci-contre sachant que les carreaux mesurent 0,5 cm de côté.
- Calculer le périmètre de la figure, tronqué au mm, en utilisant la touche  $\pi$  de la calculatrice.

$$P = 4 \times P_{\text{cercle}} = 4 \times (2 \times \pi \times R)$$

$$\cong 4 \times 2 \times 3,14 \times 1 \text{ cm}$$

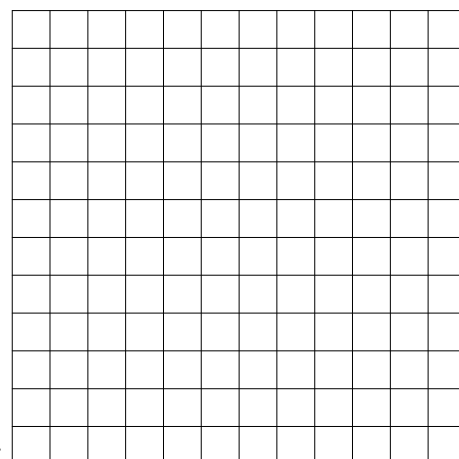
$$\cong 25,12 \text{ cm}$$

- Calculer l'aire de la surface colorée.

$$A = A_{\text{carré de côté } 4\text{cm}} = \text{côté} \times \text{côté}$$

$$= 4\text{cm} \times 4\text{cm}$$

$$= 16 \text{ cm}^2$$



## VIII Exercices

### Exercice N°1 :

- u est une unité de longueur.
- v est une unité d'aire
- Comparer dans l'ordre croissant les périmètres des figures suivantes.

$$\text{Pér}_A = 32 \text{ u} \quad \text{Pér}_B = 32 \text{ u} \quad \text{Pér}_C = 20 \text{ u}$$

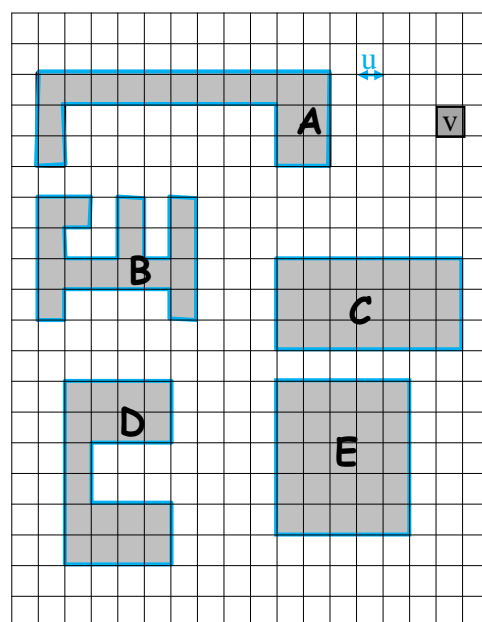
$$\text{Pér}_D = 26 \text{ u} \text{ et } \text{Pér}_E = 20 \text{ u}$$

$$\text{Donc } \text{Pér}_C = \text{Pér}_E < \text{Pér}_D < \text{Pér}_A = \text{Pér}_B$$

- Comparer dans l'ordre décroissant les aires des figures suivantes.

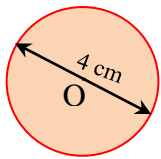
$$\text{Aire}_A = 17 \text{ v} \quad \text{Aire}_B = 15 \text{ v} \quad \text{Aire}_C = 21 \text{ v}$$

$$\text{Aire}_D = 18 \text{ v} \text{ et } \text{Aire}_E = 25 \text{ v}$$



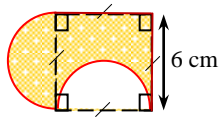
Donc Aire<sub>E</sub> > Aire<sub>C</sub> > Aire<sub>D</sub> > Aire<sub>A</sub> > Aire<sub>B</sub>

Exercice N°2 : Calculer les aires et périmètres de ces figures.



$$\begin{aligned} \text{Péri fig1} &= P_{\text{cercle}} = 2 \times \pi \times R && (\text{ou } \pi \times d) \\ &\cong 2 \times 3,14 \times 2 \text{ cm} && (\text{ou } 3,14 \times 4 \text{ cm}) \\ &\cong 12,56 \text{ cm} \end{aligned}$$

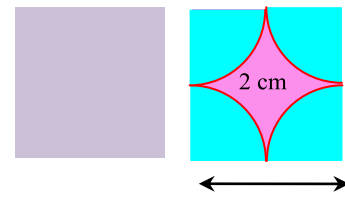
$$\begin{aligned} \text{Aire fig 1} &= A_{\text{cercle}} \\ &= \pi \times R \times R \\ &= 3,14 \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \\ &= 12,56 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



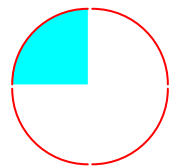
$$\begin{aligned} \text{Aire fig 3} &= \text{Aire carré} \\ &= \text{coté} \times \text{coté} \\ &= 6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \\ &= 36 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Rayon} = \text{Diamètre} \div 2 = 3 \text{ cm}$$

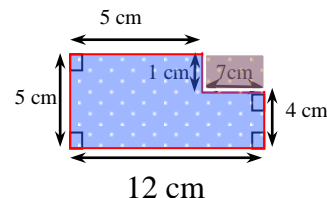
$$\begin{aligned} \text{Péri fig3} &= P_{\text{cercle de rayon 3cm}} + 2 \text{ côtés} \\ &= 2 \times \pi \times R + 2 \times 6 \text{ cm} \\ &\cong 2 \times 3,14 \times 3 \text{ cm} + 2 \times 6 \text{ cm} \\ &\cong 30,84 \text{ cm} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Aire fig2} &= \text{Aire carré} - \text{Aire disque} \\ &= c \times c - \pi \times R \times R \\ &= 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} - 3,14 \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \\ &= 4 \text{ cm}^2 - 3,14 \text{ cm}^2 \\ &= 0,86 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Pér fig2} &= \text{Pér cercle} \\ &= 2 \times \pi \times R \\ &\cong 2 \times 3,14 \times 1 \text{ cm} \\ &\cong 6,28 \text{ cm} \end{aligned}$$



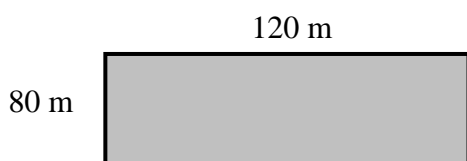
$$\begin{aligned} \text{Aire fig4} &= \text{Aire grand rectangle} - \text{Aire petit rectangle} \\ &= L \times l - L' \times l' \\ &= 12 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} - 7 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \\ &= 53 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Péri fig4} &= 5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 12 \text{ cm} + 5 \text{ cm} \\ &= 34 \text{ cm} \end{aligned}$$

### Exercice N°3

- a. Pierre a un champ rectangulaire qui mesure 120 m de long pour 80 m de large. Quelle est son aire ?
- b. Paul a un champ carré qui a pour côté 100 m. Quelle est son aire ?
- c. Calculer les périmètres des deux champs précédents.
- d. Qui a le terrain le plus grand ?

a.



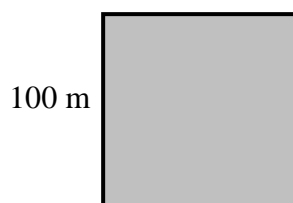
La formule de l'aire d'un rectangle est

$$\text{Aire} = L \times l$$

$$= 120 \text{ m} \times 80 \text{ m}$$

$$= 9\,600 \text{ m}^2$$

b.



L'aire du champ de Paul est Aire = c × c

$$= 100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$$

$$= 10\,000 \text{ m}^2$$

c.

D'une part, le périmètre du champ rectangulaire est

$$p = 2 \times (L + l) = 2 \times (120 \text{ m} + 80 \text{ m}) = 400 \text{ m}$$

D'autre part, le périmètre du champ carré est

$$p = 4 \times c = 4 \times 100 \text{ m} = 400 \text{ m}$$

Donc ces deux champs ont le même périmètre mais des aires différentes.

- d. Le plus grand terrain est celui qui a la plus grande aire donc c'est celui de Paul.

### IX Ce que je sais faire :

|   | Exercices -<br>cours L13       | LaboMep L13  | Evaluation |      |
|---|--------------------------------|--|------------|------|
|   |                                |  | Vous       | Prof |
| Connaître les formules d'aire et de périmètre.  | (voir chapitre IV) PAR CŒUR*** | Ex 1   |            |      |
| Calculer des périmètres et des aires de figures complexes par comptage d'unités, déplacement ou découpage mental de morceaux simples. | Activité, Ex 1, 2*             | Aires et Périmètre par comptage d'unités: Ex 2<br>Calculs d'aires : Ex 3 et 8.<br>Calculs de périmètre Ex 4.<br>Calculs d'aire par assemblage de figure : Ex 7 |            |      |

|   |        |  |  |  |
|---|--------|--|--|--|
| Résoudre des problèmes.                               | Ex 3** |  |  |  |
| Connaître le sens de la notion d'aire et de périmètre | Ex 3** |  |  |  |