امتحان الرياضيات (شهادة ختم التعليم الاساسي 2018)

تحليل مستوى الصعوبة في الامتحان

الخلل و الحلول لتجاوز خيبة النتائج

عبر تلاميذ التاسعة أساسي و أولياؤهم والعديد من الزملاء أساتذة الرياضيات ، عن عدم ارتياحهم من امتحان مادة الرياضيات، مؤكدين أنه الأصعب حتى الآن منذ بدء الامتحانات، لافتين إلى وجود سؤال أو سؤالين يظهران مستوى التلاميذ لكن الامتحان يفوق قدرات التلميذ المتوسط، مجمعين على صعوبة الأسئلة، وعدم كفاية الوقت، ولم تخلُ آراء التلاميذ من الشكوى ومن بينها وجود أسئلة لم يتم دراستها في القسم ، والاعتماد على معلومات سابقة، وأنه خارج التوقعات.

و لأكون منصفا في حق الجميع سأحاول تحليل الامتحان من كل جوانبه و اسال الله التوفيق ....

يعلم الجميع أن الهدف الأهم من المناظرة هو اختيار نخبة من التلاميذ و ذلك بترتيبهم تفاضليا حسب معدلاتهم

ومنه فزيادة صعوبة او سهولة الاسئلة تقلل ايضا من تباين الدرجات وبالتالي يؤدي الى انخفاض قيمة الاختبار

و لا تختبر المعلومات فقط بل يجب اختبار عمليات عقلية يمكن ان يمارسها التلميذ (فهم – تطبيق – تحليل – تركيب) .

مع مراعاة الوقت المحدد للإجابة ، و التدرج بالأسئلة من السهل ... اكثر صعوبة وهكذا ،و يجب ان لا يكون الاختبار وسيلة عقوبة للتلاميذ.

الاختبار الجيد يعكس الاغراض التي من اجلها درسنا مادة معينة

1/ <u>مقياس درجة الصعوبة</u>

* سؤال في المتناول (تطبيق مباشر لقاعدة او خوارزمية ... تكرر طرحه في اكثر من مناظرة ... مماثل لسؤال في الكتاب المدرسي للتلميذ)

** سؤال متوسط الصعوبة يتطلب مرحلتين للاجابة أو سؤال غير مباشر أو لم يرد في مناظرة سابقة أو الإجابة تتطلب صياغة دقيقة و تعليلا يعتمد اكثر من قاعدة

*** سؤال صعب : سؤال تأليفي أو تحليلي أو استنتاج يتطلب ثلاث مراحل أو اكثر ... لم يطرح سابقا لا من حيث طريقة الطرح او المضمون و يتطلب قدرات عليا للتفكير حيث ان السؤال يبقى احيانا مستعصيا على التلميذ حتى بعد الخروج من قاعة الامتحان .....

هذه المقايس اعتدمتها لتقييم تلميذ لديه مستوى يخوله الدخول للمعاهد النموذجية .... معدل يفوق 15 طيلة السنة الدراسية ...متمكن من جميع الدروس ...اصلح كل المناظرات السابقة (على الاقل ابتداء من 2009 بعد الاصلاح التربوي الاخير)

<u>2/ الزمن المخصص للاجابة على كل تمرين</u> اعتمدت فيه الموضوعية من حيث وقت التفكير + صياغة الاجابة +سرعة البديهة ... كما لا ننسى ان من التلاميذ من انهى الفرض و تحصل على العلامات النهائية

<u>التمرين الاول</u> يمكن انجازه في 3 دقائق فقط بالنسبة للتلميذ المتمكن من الدرس و لديه سرعة بديهة

<u>السؤ0ال الاول</u> : لاحظ ان العدد الوحيد الذي يحقق $0 = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{y_D+y_B}{2}$ هو العدد $y_D = -2$

ومنه الاجابة الصحيحة هي 1/ب $D(-1,-2)$ ملاحظة و سرعة بديهة

<u>السؤال الثاني</u> : $13-9=4$ ومنه الاجابة الصحيحة هي 2/ج 4 تطبيق مباشر للدرس

<u>السؤال الثالث :</u> العدد $27^{2018}-2\times 27^{2017}$ هذا العدد هو عدد فردي

ومنه الاجابة الصحيحة هي 3/ج 15 دقة ملاحظة و سرعة بديهة

بالنسبة للتلميذ المتوسط ينجز التمرين في 5 دقائق .

مثال لتمرين ينمّي قدرة التلميذ على دقة الملاحظة و التفكير المنطقي و سرعة البديهة (حول قابلية القسمة) :
جد أكبر عدد صحيح طبيعي كل ارقامه مخالفة للصفر و مختلفة فيما بينها (لا يتكرر الرقم مرتين) و يقبل القسمة على جميع ارقامه في الحالتين التاليتين أ/ إذا كان يقبل القسمة على الرقم 5 ب/ إذا كان يقبل القسمة على الرقم 12

<u>التمرين الثاني</u> : به 11سؤالا جميعها في المتناول باستثناء السؤالين (4/ ب و 5 أ/) مستوى الصعوبة متوسط .

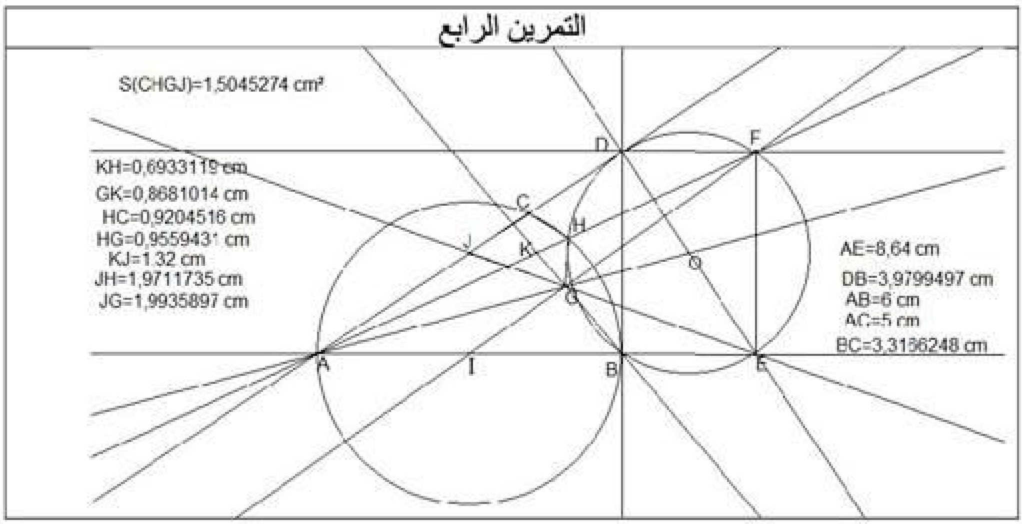
التنويع و التجديد وترابط الاسئلة جيد ، يعتبر هذا التمرين الافضل في الفرض اجمالا

<u>التمرين الثالث</u> (8أسئلة) تمرين في متناول التلميذ المتوسط . ملاحظة صياغة السؤال 2/ ب لوكانت بهذا الشكل افضل

اذا كان $BD=2\sqrt{35}$ بين أن $x^2+6x-27=0$

<u>التمرين الرابع</u> (8أسئلة) : تمرين جيد من حيث المحتوى (كل الاسئلة في المتناول باستثناء السؤالين (3/ ب و 4 /ج)

فقط ملاحظة بسيطة في ما يخص الرسم 5 نقاط $(G*J*C*K*H)$ في مساحة $1.5cm^2$ تقريبا وهو ما اثر سلبا على تركيز التلاميذ خصوصا السؤال الاخير
يصاحب هذا التحليل وثيقة توضيحية للرسم مصحوبة بالقيم التقريبية للابعاد



للتغلب على عدم وضوح الرسم انا انصح التلاميذ بالتمعن في المعطيات ... كل معطى يؤدي الى سؤال او اسئلة محددة ...ببساطة ان يعيش و يسافر بعقله داخل المسألة و لا يقترن تفكيره بمجرد رسم .. ويمكن ذلك بحث التلاميذ على صناعة مسائلهم الخاصة . و يكتفي الاستاذ بوضع الاطار و الأهداف و هذا مثال لمسألة من صياغة مجموعة من التلاميذ في نشاط لنادي الرياضياب و قد استعمل فيه التلاميذ برمجية هندسية

تدريب على صناعة مسالة

المطلوب : اصنع مسالة بها على الاقل 10 أسئلة تتطرق لأغلب المفاهيم التالية

المحتوى

- العلاقات القياسية في المثلث القائم (نظرية بيتاغور - العلاقات القياسية عكس نظرية بيتاغور -...)
- مبرهنة طالس و تطبيقاتها (مبرهنة طالس – قاعدتا المنتصفات - المثلث القائم والدائرة المحيطة به
- المثلثات (المستقيمات المعتبرة – تقايس المثلثات ...)
- متوازيات الأضلاع (الخاصيات المباشرة و المعاكسة – حساب أطوال و محيط و مساحة ...)
- التناظر المركزي او المحوري
- الزوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيمين متوازيين و مستقيم ثالث
- المماس لدائرة

المعطى (بداية المسالة)

(وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر)

1) أ- ارسم مثلّثا ABC متقايس الأضلاع طول ضلعه 6

أنجاز التلاميذ : أية الونيسي ، ، وجدان بن عمر ، اسلام بن عمار ، مجد بوسيف ، فراس الجريء

(وحدة قيس الطول هي الصم)

ليكن ABC مثلثا متقايس الأضلاع حيث AB = 6

1) أ/ ابن النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى A

ب/ بين أن المثلث BCD قائم الزاوية في C ثم احسب CD

2) لتكن ج الدائرة التي قطرها [DC] و مركزها O . ج تقطع (AB) ثانية في H

أ/ بين أن المثلث HCD قائم الزاوية فيH ب/ احسب CH وDH

ج/ أثبت أن (OA) // (BC) و أن OA = 3

3) المستقيم المار من B و الموازي للمستقيم (AC) يقطع (DC) في E .

أ/ بين أن C منتصف [DE] ب/ بين أن المثلث BDE متقايس الضلعين

4) لتكن Iمنتصف [BE]

أ/ احسب CI ب/ بين أن الرباعي ACIB معين ثم احسب مساحته

5) المستقيم (AI) يقطع (BC) في F

أ/ بين أن الرباعي AOCF مستطيل

ب/ بين أن النقاط A و O و C و H تنتمي إلى نفس الدائرة و حدد قطرها

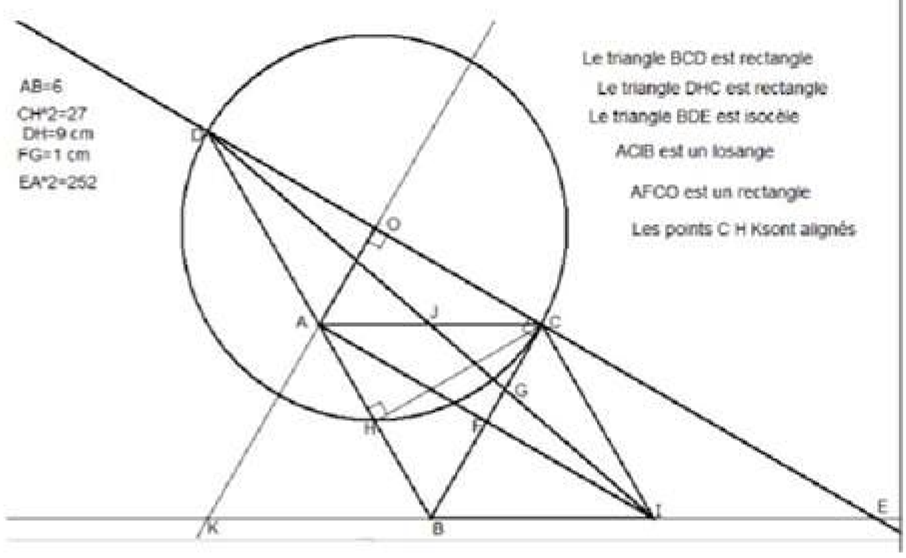
6) المستقيم (DI) يقطع (BC) في G و يقطع (AC) في J

أ/ بين أن J منتصف [OF] ب/ احسب GF و GI و EA

7) المستقيم (AO) يقطع (BE) في K

أ/ احسب EK

ب/ بين أن النقاط C و H و K على استقامة واحدة



التمرين الخامس (8أسئلة): تمرين جيد (كل الاسئلة في المتناول باستثناء السؤالين (2/ أ و 2 / ج DN)

زمن الانجار تقريبا

التمرين الأول 3 اسئلة	التمرين الثاني (11سؤالا)	التمرين الثالث (8أسئلة)	التمرين الرابع (8أسئلة)	التمرين الخامس (8أسئلة)	المجموع 38سؤال
من 3 إلى 8دق	من 30 إلى 32دق	من 20إلى 23دق	من 35 إلى 40دق	من 25 إلى 27دق	من 113 إلى130دق

للتغلب على مشكلة عدم كفاية الوقت المخصص لإنجاز اي فرض انصح بـ :

- ✓ **اقرأ نص الفرض كاملا ... قراءة واحدة على الاقل**
- ✓ **ابدأ بالتمرين الذي تعتقد انه الاسهل**
- ✓ **تخصيص ورقة مضاعفة لكل تمرين**
- ✓ **ساعة يدوية لمراقبة الزمن المخصص لكل تمرين**
- ✓ **ابدأ بالأسئلة الخاصة بكل تمرين بالتوالي مع تجواز السؤال الذي لم تجد اجابته و استعمال معطياته في الأسئلة الموالية (يجب أن لا تتجاوز مدة التفكير في سؤال اكثر من 3 دقائق) ثم العودة للأسئلة الصعبة أخر حصة الفرض**
- ✓ **تخصيص صفحة للرسم في تمرين الهندسة ...**
- ✓ **يجب على التلميذ ان يوفر كل مستلزمات الفرض .... اقلام ...ادوات هندسية ....**
- ✓ **يجب على التلميذ التدرب على العمل بالنصائح السابقة و ذلك بانجاز 10 فروض مشابهة للمناظرة في الشهر الاخير قبل المناظرة .... التدريب ....التدريب ....ثم التدريب**

" تذكّر دائما ساعة الإمتحان انك مطالب بالعدد .... لا تضع في ذهنك عددا مسبقا ...
بل حاول الحصول على أحسن عدد في الفرض الذي بين يديك ...
إن الإستفادة من الوقت هي التي تحدد الفارق بين الناجحين و الفاشلين ....."

الخلاصة : الفرض عموما جيد فقط في ما يخص الزمن المخصص للاجابة (الفرض طويل)

العدد الذي يجب ان يتحصل عليه تلميذ اعدّ إعدادا جيدا للمناظرة و له عدد يفوق 15 طيلة العام الدراسي يجب ان يتراوح بين 16 و 20

مقارنته بامتحان 2016

مناظرة 2016 : 37 سؤالا مستوى الصعوبة و الوقت التقريبي لمدة الانجاز متقارب

التمرين الاول 3 اسئلة في المتناول ايضا

التمرين الثاني 6 اسئلة تمرين جيد محتوا و طرحا

التمرين الثالث 8 اسئلة في المتناول لكن بطرح افضل

التمرين الرابع به 10 اسئلة و هو افضل طرحا و تنوعا في الافكار

التمرين الخامس به 10 اسئلة مستوى الصعوبة متقارب

بعض الحلول

- النوادي " **ان التلميذ يتعلم وحده ما يجهله المدرس ، إذا اقتنع المدرس بهذه الإمكانية و أجبر التلاميذ على تحييد قدراته** " ان الهدف الاساسي من النوادي هو تحرير التلميذ و الزامه استعمال ذكائه الخاص . و المدرس الذي لا يتحرر من عقدة انه صاحب المعرفة يساهم في التبليد . و المتحرّر لا يهتم بما يجب على المحرَّر فهو يستطيع تعلم ما يريد ... و سيعلم ان بامكان التلميذ التعلم بنفسه لان الذكاء نفسه يعمل داخل الانتاج الإنساني كذلك نتعرض في النادي إلى طرق التعلم " تعلم كيف تتعلم أولا ".. المراجعة ... ادارة الوقت .... التحفيز ... تحديد الاهداف . ....
- المسابقات العلمية بين الاقسام و المعاهد و الاعدادية و ما تجلبه من تنافس ينمي الثقة بالنفس و يحفز التلميذ على مزيد البحث وتطوير قدراته
- تداخل المواد في ما بينها و ما توفره من فرص لابراز الامكانيات الخلاقة لدي التلميذ و الاستمتاع بما يتعلَّم
- التدريب : هو مجموعة من الجهود والنشاطات التي تهدف إلى إعطاء التلميذ المزيد من المعلومات، والمعارف، والمهارة، والخبرة التي تحسّن وترفع مستوى أدائه في التعلم، أو تطوّر ما لديه من خبرات ومهارات حالية يستفيد منها في عمله ....فلا يمكن حل مسألة ما دون التدرب على حل مسائل مشابهة واستفادة من الاخطاء و الملاحظات ... كما تعود التلميذ على حسن ادارة الوقت ... ويجب أن يشمل التدريب و التكوين ايضا كل الافراد و المجموعات التي

لها علاقة بالتلميذ ...اساتذة و قيمين و اداريين و عملة .....فما كان صالحا لتلميذ الامس لربما لم يعد صالحا لتلميذ اليوم نظرا للتطور التكنولوجي الهائل ... و تعدد الوسائل و الأفكار و المناهج و المدارس التربوية و اختلاف مشاربها

- العمل الجماعي : يظل الاستاذ هو القادر على ان يجعل التلاميذ مجموعة تربوية فعالة تواجه مشكلات و صعوبات التعلم بشكل متضامن اذ يكفي للمدرس ان يسمح للمتعلّمين بطلب المساعدة عندما يشكّون في امر او يواجهون صعوبة في فهم مسالة ما .بالمقابل سيتم تشجيع كل متعلم على مساعدة الاخرين و بالتالي يشعر بان عمله نافع هكذا تنتقل الفكرة من ان كل واحد مسؤول عن نفسه الى الكفاءة الجماعية بامكان هذه التجربة ان تؤدي الى القطيعة مع المنافسة السلبية المتمثلة في اخفاء المعلومات و الافكار عن الاخرين ...نجاح المجموعة يؤدي الى نجاح الفرد وتميزه
- الصرامة في تقييم مكتسبات التلاميذ ... لا يسمح للتلميذ بالارتقاء من سنة لسنة موالية ما لم تتوفر فيه شروط النجاح و اهمها القدرة على استيعاب برنامج السنة الموالية (المعدل الحسابي للمواد الاساسية يجب ان لا يقل على 12)
- كلمات المحبة و التحفيز والتشجيع و الاستماع للتلميذ لقد اصبح جوهر العملية التعليمية هو احترام التلميذ و اعطاؤه حقه و الاستماع له و تفهم ظروف حياته . و ان لم يفعل المدرس ذلك سينبني في ذهن التلميذ حاجز بينه و بين المدرس و سينظر المتعلّم الى المادة و مدرسها بجمود . فالتلاميذ يريدون عادة ان يحافظوا على محبتهم و تميزهم لدى المدرّس

الاختبار : **الرياضيات**		الجمهورية التونسية وزارة التربية **** **امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام** دورة **2018**
ضارب الاختبار: **2**	الحصّة : **ساعتان**	

التّمرين الأوّل (3 نقاط)

يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات، واحدة منها فقط صحيحة .

أكتب على ورقة تحريرك رقم السّؤال والإجابة الصّحيحة الموافقة له.

1) ليكن (O, I, J) معيّنا في المستوي والنقاط $A(1 , -1)$ و $B(3 , 2)$ و $C(1 , 1)$.

إذا كان ABCD متوازي أضلاع، فإنّ إحداثيات النّقطة D هي :

أ) $(-2 , -1)$ ب) $(-1 , -2)$ ج) $(-2, -3)$

2) يمثّل الجدول التّالي التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة لسلسلة إحصائيّة.

القيمة	-2	-1	0	1	2
التّكرار التّراكمي الصّاعد	5	9	13	18	20

التّكرار الموافق للقيمة صفر هو:

أ) 13 ب) 0 ج) 4

3) العدد $27^{2018} - 2 \times 27^{2017}$ يقبل القسمة على :

أ) 6 ب) 12 ج) 15

التّمرين الثّاني (4 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيّين الموجبين a و b حيث $a^2 = 11 + 6\sqrt{2}$ و $b^2 = 11 - 6\sqrt{2}$.

1) أ) قارن العددين a^2 و b^2 .

ب) بيّن أنّ $(a - b)$ عدد موجب.

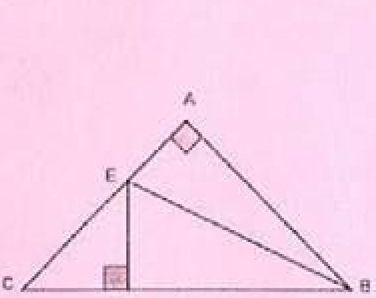
2) أحسب $a^2 b^2$ ثمّ إستنتج أنّ $ab = 7$.

3) أحسب $(a - b)^2$ ثمّ إستنتج أنّ $a - b = 2\sqrt{2}$.

(وحدة قيس الطول الصنتمتر)

في الرّسم المقابل لدينا :

- ABC مثلّث متقايس الضلعين وقائم في A، حيث $AB = a$
- E النقطة من $[AC]$ حيث $AE = b$
- H المسقط العمودي للنقطة E على (BC).



4) أ) بيّن أنّ المثلّث HEC متقايس الضّلعين.

ب) بيّن أنّ $EH = 2$.

5) لتكن S مساحة المثلّث BEC.

أ) بيّن أنّ $S = a\sqrt{2}$.

ب) بيّن أيضا أنّ $S = 2 + 3\sqrt{2}$، ثمّ إستنتج أنّ $a = 3 + \sqrt{2}$.

التّمرين الثّالث (4 نقاط) **(وحدة قيس الطول الصنتمتر)**

ABC مثلّث متقايس الضّلعين وقمّته الرئيسيّة A حيث $BC = 2$ و $AB \geq 3$.

لتكن النّقطة D مناظرة النّقطة C بالنسبة إلى A ، و H المسقط العمودي للنّقطة A على المستقيم (BC).

المستقيمان (AB) و (DH) يتقاطعان في النّقطة G.

1) أ) بيّن أنّ المثلّث BCD قائم في B.

ب) بيّن أنّ G مركز ثقل المثلّث BCD.

في الأسئلة الموالية، نفترض أنّ $AB = x + 3$ حيث x عدد حقيقي موجب.

2) أ) بيّن أنّ $BD^2 = 4(x^2 + 6x + 8)$. *

ب) بيّن أنّ $BD = 2\sqrt{35}$ يعني $x^2 + 6x - 27 = 0$. *

3) أ) بيّن أنّ $x^2 + 6x - 27 = (x+3)^2 - 36$. *

ب) إستنتج أنّ $x^2 + 6x - 27 = (x-3)(x+9)$. *

ج) أوجد x حيث $BD = 2\sqrt{35}$، ثمّ إستنتج البعد BG. *

التمرين الرابع (5 نقاط) **(وحدة قيس الطول الصنتمتر)**

A و B نقطتان من المستوي، حيث $AB = 6$ و I منتصف قطعة المستقيم $[AB]$. لتكن $\mathscr{C}$ الدائرة التي قطرها $[AB]$ و C نقطة من $\mathscr{C}$ ، حيث $AC = 5$.

1) أحسب BC. *

2) المماس للدائرة $\mathscr{C}$ في النّقطة B يقطع (AC) في النّقطة D.

أ) بيّن أنّ $CD = \frac{11}{5}$. *

ب) أحسب BD. *

3) المستقيم العمودي على (AC) في النّقطة D يقطع (AB) في نقطة E. لتكن $\mathscr{C}'$ الدائرة التي قطرها $[DE]$ و مركزها O. المستقيم المار من D والموازي للمستقيم (AB) يقطع $\mathscr{C}'$ في نقطة F مخالفة للنّقطة D.

أ) بيّن أنّ الرباعي $BDFE$ مستطيل. *

ب) الدائرتان $\mathscr{C}$ و $\mathscr{C}'$ تتقاطعان في نقطة H مخالفة للنقطة B. **

أثبت أنّ النّقاط A و H و F على استقامة واحدة.

4) المستقيمان (AO) و (FI) يتقاطعان في نقطة G والمستقيمان (BG) و (AF) يتقاطعان في نقطة K.

أ) بيّن أنّ K منتصف $[AF]$. *

ب) أثبت أنّ G مركز ثقل المثلث AED. *

ج) المستقيمان (EG) و (AD) يتقاطعان في النّقطة J. بيّن أنّ النّقاط J و K و O على استقامة واحدة. **

التمرين الخامس (4 نقاط) **(وحدة قيس الطول الصنتمتر)**

ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات حيث $AB = 6$ و $AE = 4$ و $AD = 3$.

1) أ) بيّن أنّ ADG مثلّث قائم في D. *

ب) أحسب DG و AG. *

2) لتكن M النقطة من $[AE]$ حيث $AM = 3$ و Δ المستقيم العمودي على المستوي (AED) في النّقطة M.

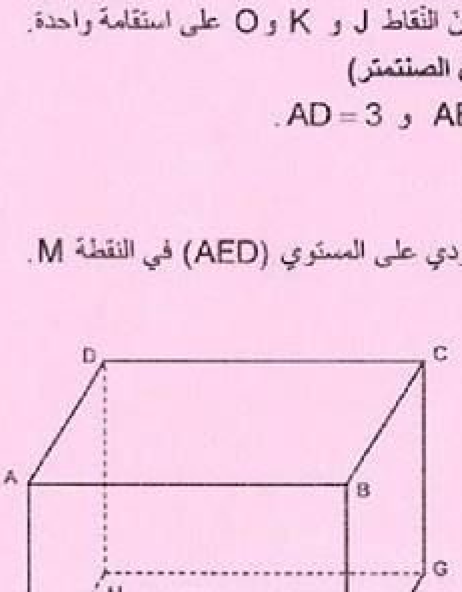
أ) بيّن أنّ Δ محتوٍ في المستوي (AEF). **

ب) المستقيم Δ يقطع المستقيم (AF) في النّقطة N. *

بيّن أنّ $\frac{AM}{AE} = \frac{MN}{EF}$.

ج) أحسب MN ثمّ DN. ***

3) أحسب حجم الهرم $NMAD$. *



اختبار الرياضيات لدورة 2018
لشهادة ختم التعليم الأساسي

تمرين1(3ن)

1) ب	1	2) ج	1	3) ج	1

1- $ABCD$ متوازي أضلاع اذن قطراه يتقاطعان في المنتصف ومنه

$\frac{y_B+y_D}{2}=\frac{y_A+y_C}{2}$ يعني $\frac{2+y_D}{2}=0$ يعني $y_D=-2$ **1ن**

(يمكن الإجابة على السؤال بإنجاز تعيين للنقاط)

-2 $13-9=4$ **1ن**

-3 $27^{2018}-2\times27^{2017}=27^{2017}\times(27-2)$
$=27^{2017}\times25=15\times27^{2016}\times45=M_{15}$ **1ن**

تمرين2(4ن)

نعتبر العددين الحقيقيين الموجبين a و b حيث $a^2=11+6\sqrt{2}$ و $b^2=11-6\sqrt{2}$.

1) أ) قارن العددين a^2 و b^2

بما أنّ $-6\sqrt{2}<6\sqrt{2}$ فإنّ $11-6\sqrt{2}<11+6\sqrt{2}$ **0.25**
يعني $b^2<a^2$

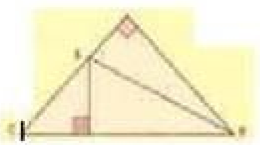
ب) بيّن أنّ $(a-b)$ عدد موجب.

لدينا $b^2<a^2$ وبما أنّ a و b عددين موجبين فإنّ $b<a$ يعني $a-b>0$ ومنه $(a-b)$ عدد موجب **0.5ن**

2) أحسب a^2b^2 ثمّ استنتج أنّ $ab=7$.

لدينا $a^2b^2=(11+6\sqrt{2})(11-6\sqrt{2})$
$=11^2-(6\sqrt{2})^2=121-72=49$ **0.25**

بما أنّ $(ab)^2=49=7^2$ و $ab\geq0$ فإنّ $ab=7$ **0.5ن**



3) أحسب $(a-b)^2$ ثمّ استنتج أنّ $a-b=2\sqrt{2}$

لدينا : $(a-b)^2=a^2+2ab+b^2$
$=11+6\sqrt{2}-(2\times7)+11-6\sqrt{2}=8$ **0.5ن**

وبما أنّ $(a-b)$ عدد موجب فإنّ $a-b=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$. **0.25**

ABC مثلث متقايس الضلعين وقائم في A، حيث AB = a
E النقطة من [AC] حيث AE = b

4) أ) بيّن أنّ المثلث HEC متقايس الضلعين

بما أنّ المثلث ABC متقايس الضلعين وقائم في A فإنّ $A\hat{C}B=A\hat{B}C=45°$

في المثلث HEC لدينا : $E\hat{C}H=A\hat{C}B=45°$ و $C\hat{H}E=90°$ **0.5ن**

اذن $C\hat{E}H=180-(90+45)=45°$ وبالتالي المثلث HEC متقايس الضلعين(له زاويتان متقايستان) قمته الرئيسية H .

ب) بيّن أنّ $EH = 2$.

لدينا $EC = AC - AE = a - b = 2\sqrt{2}$

المثلث HEC قائم ومتقايس الضلعين (وتره يمثل قطر للمربع الذي ضلعه $[EH]$)

0.5ن

اذن $EC = EH\sqrt{2}$ يعني $EH = \dfrac{EC}{\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$

5) لتكن S مساحة المثلث BEC.

أ) بيّن أنّ $S = a\sqrt{2}$.

المثلث ABC قائم ومتقايس الضلعين في A ، اذن $BC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

مساحة المثلث BEC هي

0.5ن

$$S = \frac{BC \times EH}{2} = \frac{a\sqrt{2} \times \cancel{2}}{\cancel{2}} = a\sqrt{2}$$

ب) بيّن أيضا أنّ $S = 2 + 3\sqrt{2}$ ، ثمّ استنتج أنّ $a = 3 + \sqrt{2}$.

لتكن S_1 مساحة المثلث ABC و S_2 مساحة المثلث ABE

اذن

0.25

$$S = S_1 - S_2 = \frac{AB^2}{2} - \frac{AB \times AE}{2} = \frac{a^2}{2} - \frac{a \times b}{2} = \frac{11 + 6\sqrt{2} - 7}{2} = \frac{4 + 6\sqrt{2}}{2} = 2 + 3\sqrt{2}$$

وبالتالي $a\sqrt{2} = 2 + 3\sqrt{2}$ يعني $a = \dfrac{2 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 3)}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 3$

0.25

تمرين3(4ن)

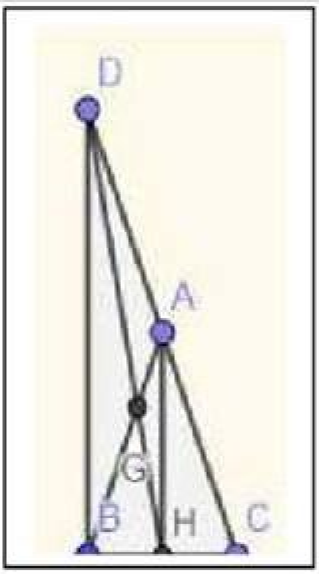
ABC مثلث متقايس الضلعين وقمته الرئيسية A حيث $BC = 2$ و $AB \geq 3$.

لتكن النقطة D مناظرة النقطة C بالنسبة إلى A

و H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC).

المستقيمان (AB) و (DH) يتقاطعان في النقطة G.

1) أ) بيّن أنّ المثلث BCD قائم في B.



في المثلث BCD لدينا $\left\{ \begin{array}{l} \bullet\ A \text{ منتصف } [DC] \text{ لأن } D \text{ و } C \text{ متناظرتان بالنسبة إلى } A \\ \bullet\ AB = AC = AD \end{array} \right.$

اذن المثلث BCD قائم في B (وتره $[DC]$) 0.5ن

ب) بيّن أنّ G مركز ثقل المثلث BCD.

✿ المثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A و $[AH]$ ارتفاعه الموافق للضلع $[BC]$

اذن فهو كذلك موسطه الصادر من A ومنه H منتصف $[BC]$.

✿ في المثلث BCD لدينا: $[BA]$ و $[DH]$ هما الموسطين الصادرين على التوالي من B و D

اذن نقطة تقاطعهما G هي مركز ثقل هذا المثلث. 0.5ن

نفترض أن $AB = x + 3$ حيث x عدد حقيقي موجب.

2) أ) بيّن أنّ $BD^2 = 4(x^2 + 6x + 8)$

لدينا: $AC = AB = x + 3$ و $DC = 2AC = 2(x + 3)$

المثلث BCD قائم اذن حسب نظرية بيتاغورفإنّ : $BD^2 + BC^2 = DC^2$

$$BD^2 = DC^2 - BC^2 = [2(x+3)]^2 - 2^2 = 4(x+3)^2 - 4 = 4[(x+3)^2 - 1]$$
$$= 4(x^2 + 6x + 9 - 1) = 4(x^2 + 6x + 8)$$

0.75

ب) بيّن أنّ $BD = 2\sqrt{35}$ يعني $x^2 + 6x - 27 = 0$

بما أنّ BD موجب فإنّ : $BD = 2\sqrt{35}$ يعني $BD^2 = (2\sqrt{35})^2 = 140$ يعني $4(x^2 + 6x + 8) = 140$

يعني $x^2 + 6x + 8 = \frac{140}{4} = 35$ يعني $x^2 + 6x + 8 - 35 = 0$ يعني $x^2 + 6x - 27 = 0$ 0.5ن

3) أ) بيّن أنّ $x^2 + 6x - 27 = (x + 3)^2 - 36$ 0.5ن

$$(x+3)^2 - 36 = x^2 + 6x + 9 - 36 = x^2 + 6x - 27$$

ب) إستنتج أنّ $x^2 + 6x - 27 = (x - 3)(x + 9)$

لدينا :

$$x^2 + 6x - 27 = (x+3)^2 - 36 = (x+3)^2 - 6^2 = (x+3-6)(x+3+6) = (x-3)(x+9)$$

0.5ن

ج) أوجد x حيث $BD = 2\sqrt{35}$، ثم إستنتج البعد BG.

$BD = 2\sqrt{35}$ يعني $x^2 + 6x - 27 = 0$ يعني $(x-3)(x+9) = 0$ يعني $x + 9 = 0$ أو $x - 3 = 0$ يعني $x = -9$ أو $x = 3$

وبما أنّ x عدد حقيقي موجب فإنّ $x = 3$ 0.5ن

نعلم أنّ G مركز ثقل المثلث BCD و $[BA]$ موسطه الصادر من B اذن $BG = \frac{2}{3}BA = \frac{2}{3} \times (3+3) = 4$

0.25

تمرين4(5ن)

A و B نقطتان من المستوي حيث AB = 6 و I منتصف قطعة المستقيم [AB] لتكن $\mathscr{C}$ الدائرة التي قطرها [AB]

و C نقطة من $\mathscr{C}$ ، حيث AC = 5.

1) أحسب BC.

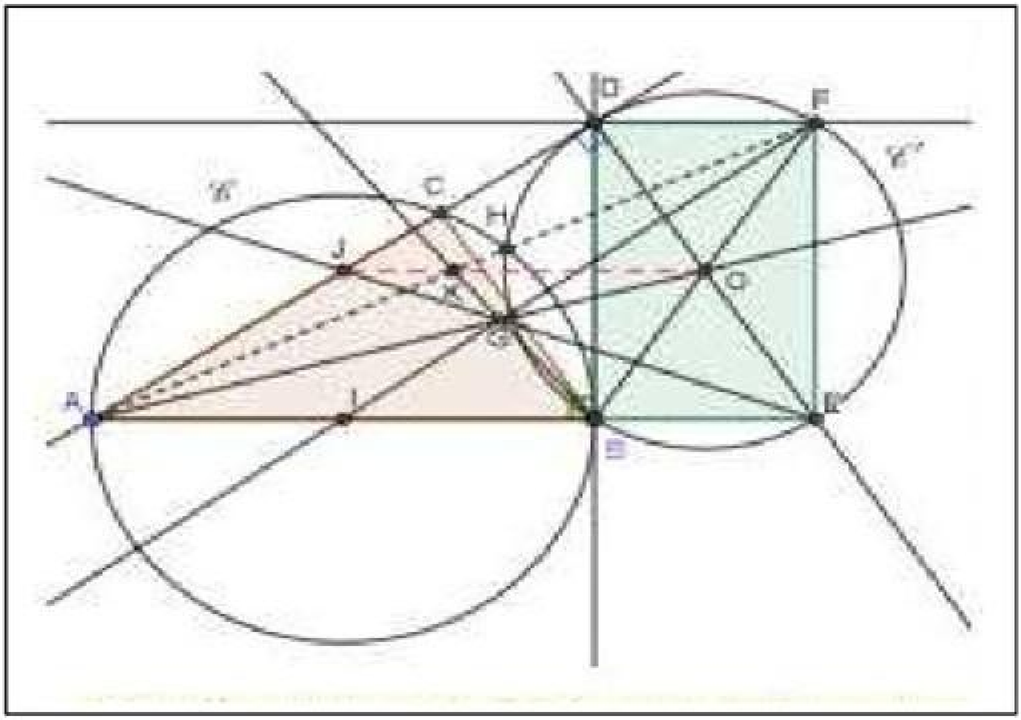
لدينا : $\mathscr{C}$ دائرة و $[AB]$ قطر لها و C نقطة منها حيث $C \neq A$ و $C \neq B$ إذن المثلث ABC قائم في C

حسب نظرية بيتاغور فإنّ : $BC^2 + AC^2 = AB^2$ إذن $BC^2 = AB^2 - AC^2$

$$BC^2 = 6^2 - 5^2 = 36 - 25$$

0.5ن

$$BC = \sqrt{11}$$



2) المماس للدائرة $\mathscr{C}$ في النقطة B يقطع (AC) في النقطة D.

أ) بيّن أنّ $CD = \frac{11}{5}$

المثلث ABD قائم في B و $[BC]$ ارتفاعه المتاذر من B . اذن $BC^2 = AC \times CD$

ومنه
$$\boxed{CD = \frac{BC^2}{AC} = \frac{11}{5}}$$

0.75

ب) أحسب BD.

المثلث BCD قائم في C . حسب نظرية بيتاغور فإنّ $BD^2 = BC^2 + CD^2$

يعني $BD^2 = \left(\frac{11}{5}\right)^2 + (\sqrt{11})^2 = \frac{121}{25} + \frac{11 \times 25}{1 \times 25} = \frac{121 + 275}{25} = \frac{396}{25}$

ومنه
$$\boxed{BD = \sqrt{\frac{396}{25}} = \frac{6}{5}\sqrt{11}}$$

0.5ن

3) المستقيم العمودي على (AC) في النقطة D يقطع (AB) في نقطة E. لتكن $\mathscr{C}'$ الدائرة التي قطرها [DE] و مركزها O.
المستقيم المار من D والموازي للمستقيم (AB) يقطع $\mathscr{C}'$ في نقطة F مخالفة للنقطة D.

أ) بيّن أنّ الرباعي BDFE مستطيل

$\mathscr{C}'$ دائرة و $[DE]$ قطر لها و F نقطة منها حيث $F \neq E$ و $F \neq D$ إذن $D\hat{F}E = 90°$

و لنا $D\hat{B}E = 90°$ لأنّ ($D\hat{B}A = 90°$ و $E \in (AB)$)

* لنا $(DF)//(AB)$ و $(DB)\perp(AB)$ إذن $(DB)\perp(DF)$ ومنه $B\hat{D}F = 90°$

0.75

بالتالي الرّباعي $BDFE$ له 3 زوايا قائمة فهو مستطيل.

ب) الدائرتان $\mathscr{C}$ و $\mathscr{C}'$ تتقاطعان في نقطة H مخالفة للنقطة B. أثبت أنّ النّقاط A و H و F على استقامة واحدة.

المثلث AHB يقبل الارتسام في الدائرة $\mathscr{C}$ التي قطرها $[AB]$ يمثل أحد أضلاعه اذن فهو قائم في H ومنه $(AH)\perp(BH)$

المثلث FHB يقبل الارتسام في الدائرة $\mathscr{C}'$ التي قطرها $[BF]$ أحد أضلاعه اذن فهو قائم في H

0.5 ومنه $(FH)\perp(BH)$ اذن $(FH)//(AH)$ وبالتالي النّقاط A و H و F على استقامة واحدة.

4) المستقيمان (AO) و (FI) يتقاطعان في نقطة G والمستقيمان (BG) و (AF) يتقاطعان في نقطة K.

أ) بيّن أنّ K منتصف [AF]

في المثلث ABF لدينا : $[AO]$ هو الموسط الصّادر من A ، $[FI]$ هو الموسط الصّادر من F و بما أن $(FI)\cap(AO)=\{G\}$

0.75

فإنّ G مركز ثقل المثلث ABF ومنه ($AG=\frac{2}{3}AO$)

(BG) هو المستقيم الحامل للموسط الصّادر من B . وحيث أنّ $(BG)\cap(AF)=\{K\}$ فإنّ K منتصف $[AF]$

0.25

ب) أثبت أنّ G مركز ثقل المثلث AED.

$[AO]$ هو الموسّط الصّادر من A للمثلث ADE ، ولنا $G \in [AO]$ بحيث $AG=\frac{2}{3}AO$ وبالتالي G مركز ثقل المثلث

0.75

ج) المستقيمان (EG) و (AD) يتقاطعان في النقطة J. بيّن أنّ النّقاط J و K و O على استقامة واحدة

- لنا G مركز ثقل المثلث ADE إذن (EG) هو المستقيم الحامل للموسط الصّادر من E وحيث أنّ $(EG)\cap(AD)=\{J\}$ فإنّ J منتصف $[AD]$.
- في المثلث ABF لنا : O منتصف $[BF]$ و K منتصف $[AF]$ إذن $\boxed{(OK)//(AB)}$
- في المثلث ADE لنا : O منتصف $[DE]$ و J منتصف $[AD]$ إذن $\boxed{(OJ)//(AE)}$

وبما أنّ $(AB)=(AE)$ فإنّ $\boxed{(OK)//(OJ)}$ ومنه النّقاط J و K و O على استقامة واحدة .

التمرين الخامس

ليكن ABCDEFGH متوازي مستطيلات حيث $AB = 6$ و $AE = 4$ و $AD = 3$

1) أ) بين أن ADG مثلث قائم في D

لدينا $\left.\begin{array}{l}(AD)\perp(DC)\\(AD)\perp(DH)\end{array}\right\}$ لأن ($ABCD$ مستطيل و $ADHE$ مستطيل)

وبما أن المستقيمين (DC) و (DH) محتويين في المستوي (DCG) ومتقاطعين في D

فإن (AD) يعامد المستوي (DCG) في D. **0.5**

و لنا $(DG)\subset(DCG)$ اذن $(AD)\perp(DG)$ في D و منه المثلث ADG قائم في D.

ب) أحسب DG و AG.

المثلث DCG قائم في C . اذن حسب نظرية بيتاغورس فإن : $DG^2 = DC^2 + CG^2$

$DG^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

إذن $DG = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ **0.5**

$[AG]$ هو قطر لمتوازي المستطيلات $ABCDEFGH$ إذن

$AG = \sqrt{DC^2 + AD^2 + AE^2} = \sqrt{6^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{61}$ **0.5**

2) لتكن M النقطة من [AE] حيث $AM = 3$ و Δ المستقيم العمودي على المستوي (AED) في النقطة M.

أ) بين أن Δ محتو في المستوي (AEF).

3دق

لدينا : $\left.\begin{array}{l}(EF)\perp(EA)\\(EF)\perp(EH)\\(EA)\subset(AED)\\(EH)\subset(AED)\\(EA)\cap(EH)=\{E\}\end{array}\right\}$ اذن $(EF)\perp(AED)$ ولنا $\Delta\perp(AED)$ في M **0.5**

ومنه $\Delta // (EF)$ وبالتالي هما محتويان في مستوي واحد يمر من E و F و M إذن $(MEF) = (AEF)$

ب) المستقيم Δ يقطع المستقيم (AF) في النقطة N. بين أن $\frac{AM}{AE} = \frac{MN}{EF}$.

في المثلث AEF لنا: $M\in(AE)$ و $N\in(AF)$ حيث $(MN)//(EF)$.

حسب مبرهنة طالس في المثلث فإن: $\frac{AM}{AE} = \frac{AN}{AF} = \frac{MN}{EF}$ بالتالي $\frac{AM}{AE} = \frac{MN}{EF}$ **0.75**

ج) أحسب MN ثم DN.

لنا $\frac{AM}{AE} = \frac{MN}{EF}$ إذن $\frac{3}{4} = \frac{MN}{6}$ يعني $\boxed{MN = \frac{3\times 6}{4} = \frac{9}{2} = 4,5}$ **0.25**

نحسب DN نحسب أولا DM

المثلث ADM قائم ومتقايس الضلعين في A اذن $\boxed{DM = \sqrt{2}\times AD = 3\sqrt{2}}$

لدينا: $\left.\begin{array}{l}(MN)\perp(AED)\\(DM)\subset(AED)\end{array}\right\}$ ومنه $(MN)\perp(DM)$ في M **0.25**

وبالتالي المثلث DMN قائم في M اذن حسب نظرية بيتاغورس:

$$DN^2 = DM^2 + MN^2$$
$$= (3\sqrt{2})^2 + (\frac{9}{2})^2 = 18 + \frac{81}{4} = \frac{153}{4}$$

ومنه $DN = \sqrt{\frac{153}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{17}$ **0.25**

3) أحسب حجم الهرم NMAD.

لنا $(AED) \perp \Delta$ في M و N نقطة من Δ، إذن $[NM]$ هو ارتفاع الهرم $NMAD$

وبالتالي حجمه هو $$V = \frac{1}{3} \times \frac{AD \times AM}{2} \times NM$$

0.5

$$= \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 3}{2} \times \frac{9}{2} = \frac{27}{4} cm^3$$