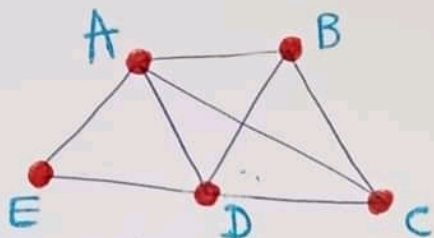


# théorie de Graphe

Graphe non orienté

- l'ordre d'un graphe :



Question : déterminer l'ordre du graphe (G) ?

l'ordre du graphe (G) est égal à 5.

- **Degré** d'un sommet :  
compléter le tableau suivant :

| sommet | A | B | C | D | E |
|--------|---|---|---|---|---|
| Degré  | 4 | 3 | 3 | 4 | 2 |

- Matrice d'adjacence **M** :

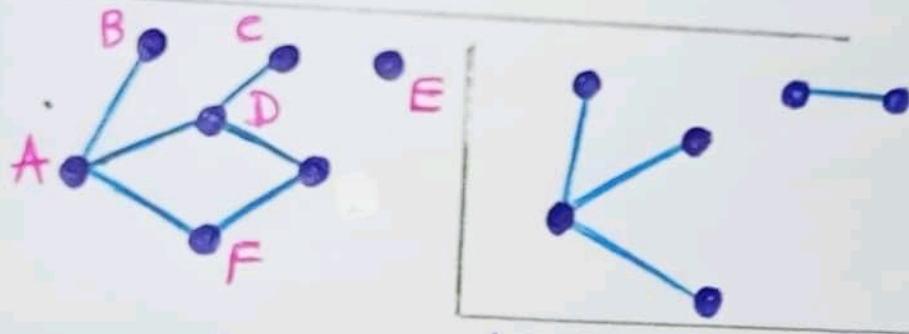
$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- le graphe (G) est-il connexe ?



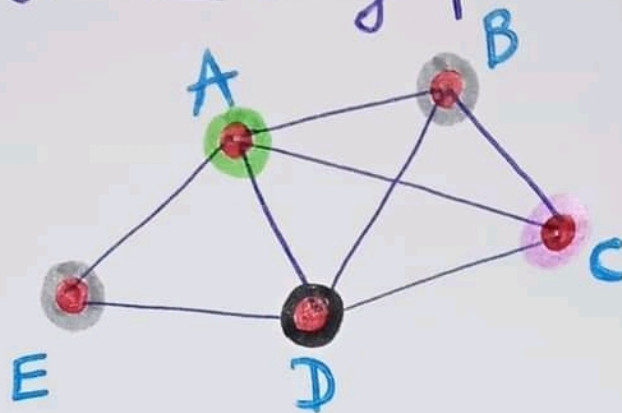
graphe (G)

le graphe (G) est **connexe** car il existe au moins une chaîne reliant entre deux sommets du graphe (G).



le graphe (G) est **non** connexe car le sommet **E** est isolé.

- colorier le graphe (G)



- tableau de degré dans l'ordre décroissant :

| Sommet | A | D | B | C | E |
|--------|---|---|---|---|---|
| Degré  | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 |



- donner un encadrement du nombre chromatique  $\chi(G)$ .

•  $ABCD$  est un sous-graphe complet d'ordre 4. alors  $4 \leq \chi(G)$ .

•  $\Delta$  : le degré maximale de tous les sommets du graphe  $(G)$ .

$$\Delta = 4 \text{ alors } \chi(G) \leq \Delta + 1$$

$$\Leftrightarrow \chi(G) \leq 4 + 1$$

$$\Leftrightarrow \chi(G) \leq 5$$

$$\text{donc } 4 \leq \chi(G) \leq 5$$

- déterminer le nombre chromatique  $\chi(G)$ .

•  $ABCD$  est un sous-graphe complet d'ordre 4. alors  $4 \leq \chi(G)$ .

•  $\Delta$  : le degré maximale de tous les sommets du graphe ( $G$ ).

$$\Delta = 4 \text{ alors } \chi(G) \leq \Delta + 1$$

$$\Leftrightarrow \chi(G) \leq 5$$

$$\text{donc } 4 \leq \chi(G) \leq 5$$

tableau de couleurs :

|         |       |       |       |       |       |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|
| sommet  | A     | D     | B     | C     | E     |
| couleur | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_3$ |

← ordre  
décroissant  
selon le  
degré

$$\text{donc } \chi(G) = 4$$

## le nombre chromatique $\chi(G)$

هو أقل عدد ممكن من الألوان يمكننا

أن نلوّن به جميع sommets مع

احترام الشرط التالي :

عدم تلوين deux sommets مربوطين

بخط مباشر بنفس اللون .



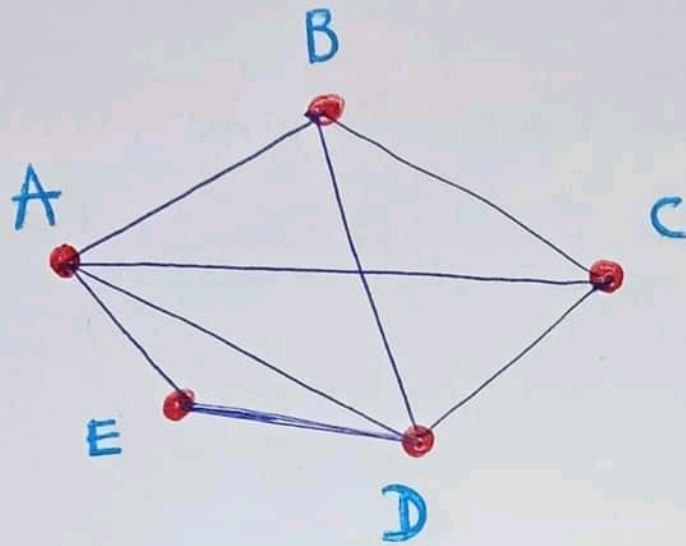
- déterminer la nature du graphe  $(G)$

le graphe  $(G)$  est **non** orienté

car sa matrice d'adjacence  $M$

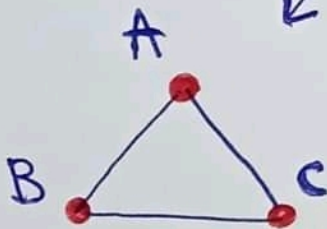
est symétrique par rapport à sa diagonale.

schématiser le graphe (G)

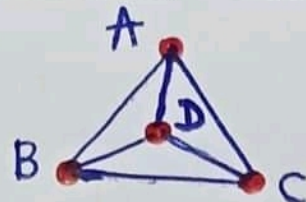
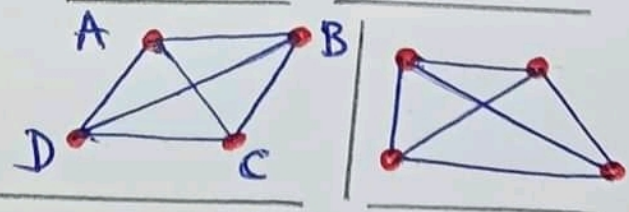
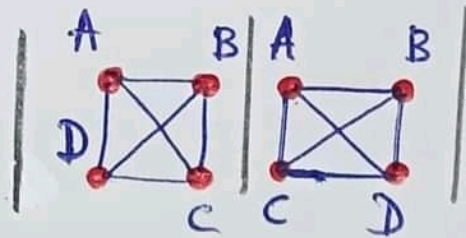


un sous-graphe complet

d'ordre 3



d'ordre 4





- le graphe  $(G)$  admet-il -  
un **cycle** eulérien ?

- Le graphe  $(G)$  n'admet pas  
un **cycle** eulérien car le sommet  $B$   
est de degré **im**paire.

- le graphe  $(G)$  admet-il -  
une chaîne eulérienne ?

- le graphe  $(G)$  admet une chaîne eulérienne  
car le graphe  $(G)$  admet deux sommets  
exactement  $B$  et  $C$  ont de degrés  
impairs.

la chaîne eulérienne est :

$B - D - A - C - D - E - A - B - C$

ou bien

$C - B - A - E - D - A - C - D - B$